



Ingeniería Matemática

FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Tarea 3

CC5203 – Aprendizaje de Máquinas Probabilístico

Nombre: Sebastián Parra
Profesor: Felipe Tobar
Auxiliares: Alejandro Cuevas
:
Cristóbal
Valenzuela

Lerko Araya
Mauricio Campos
Nicolás Aramayo

Metodología

Para desarrollar la solución de la primera parte de la tarea, el problema se dividió en 3 partes, las cuales se detallarán a continuación.

Regresión Logística con Log-Verosimilitud

Para esta sección, como se está trabajando con un problema de clasificación, se consideró una función de verosimilitud con distribución Bernoulli, por lo que la función queda de la siguiente forma:

$$NLL = -\rho * \|w\|^2 - \sum_i n(y_i \log(\sigma(w, x)) + (1 - y_i) * \log(1 - \sigma(w, x)))$$

Donde $\sigma(w, x)$ es la función sigmoide evaluada en $w^T x$.

Regresión Logística con Metropolis-Hastings

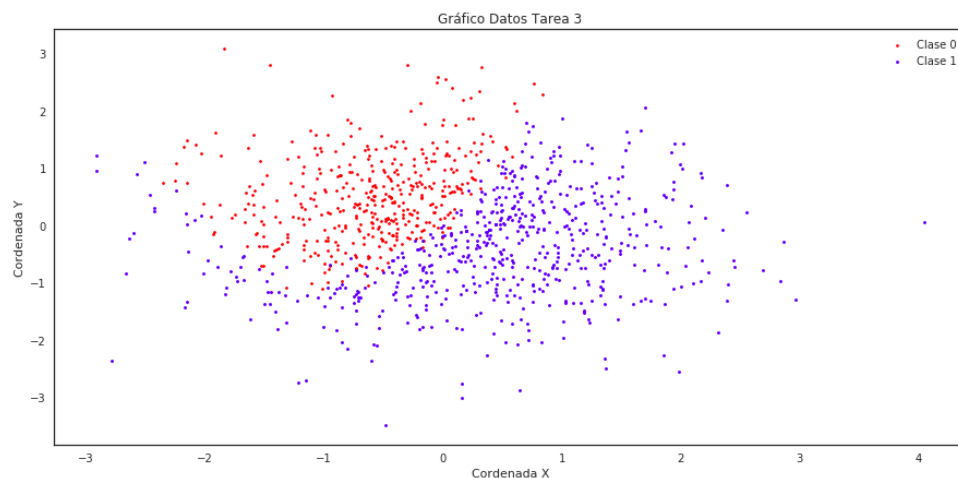
En esta parte se utiliza el algoritmo Metropolis-Hastings para extraer 20.000 muestras de la distribución a posteriori, considerando como adivinanza inicial los parámetros obtenidos por máxima verosimilitud. Otros parámetros que se destacan es el ancho de la distribución gaussiana utilizada para obtener un valor propuesto, establecido en 0.1, lo cual provoca un grado de aceptación del algoritmo cercano al 50%. Además, aquí también se probaron distintas distribuciones de priors (constante, gaussiano, y uniforme) y se compararon los resultados.

Visualización de los Histogramas y Gráficos

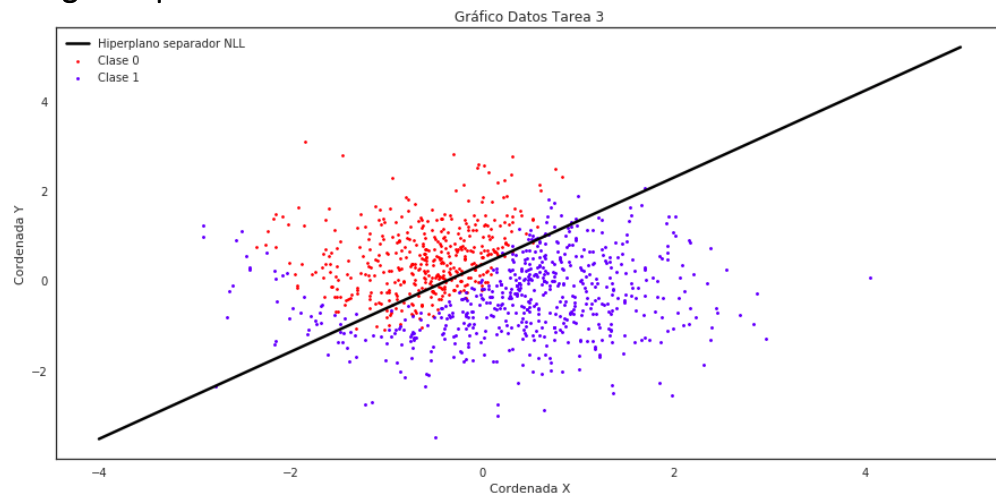
En esta sección se limpian las muestras obtenidas por Metropolis-Hastings, botando la primera mitad del vector de muestras y luego tomando sólo 1 de cada 10 elementos de la mitad restante, para así obtener resultados menos correlacionados (logrando que las muestras sean más independientes). Posteriormente, se obtienen los promedios de los vectores de muestras limpiadas y se utilizan estos parámetros para graficar el hiperplano separador. Finalmente, se calculan los histogramas de los vectores y sus modas, realizando comparaciones con el caso NLL

Resultados

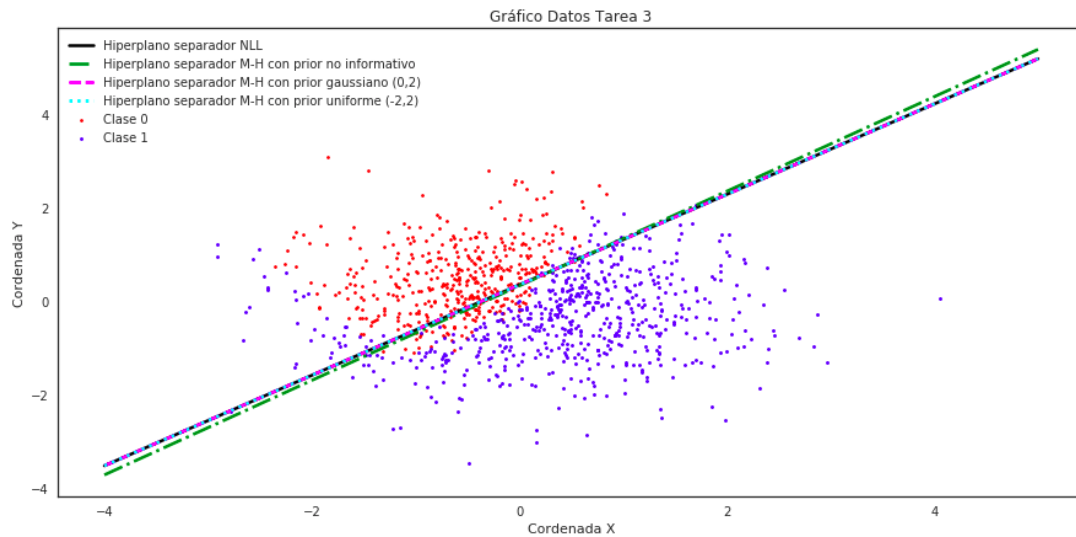
Visualización de los Datos



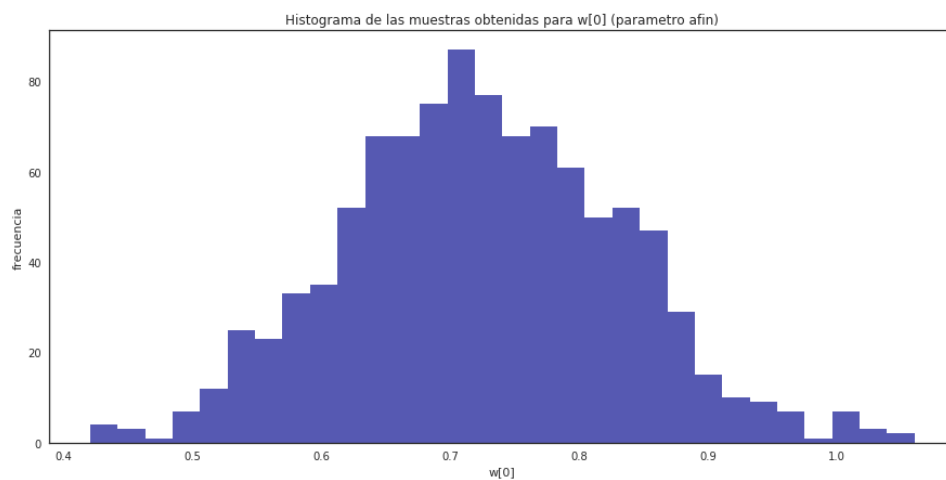
Regresión Logística por Máxima-Verosimilitud

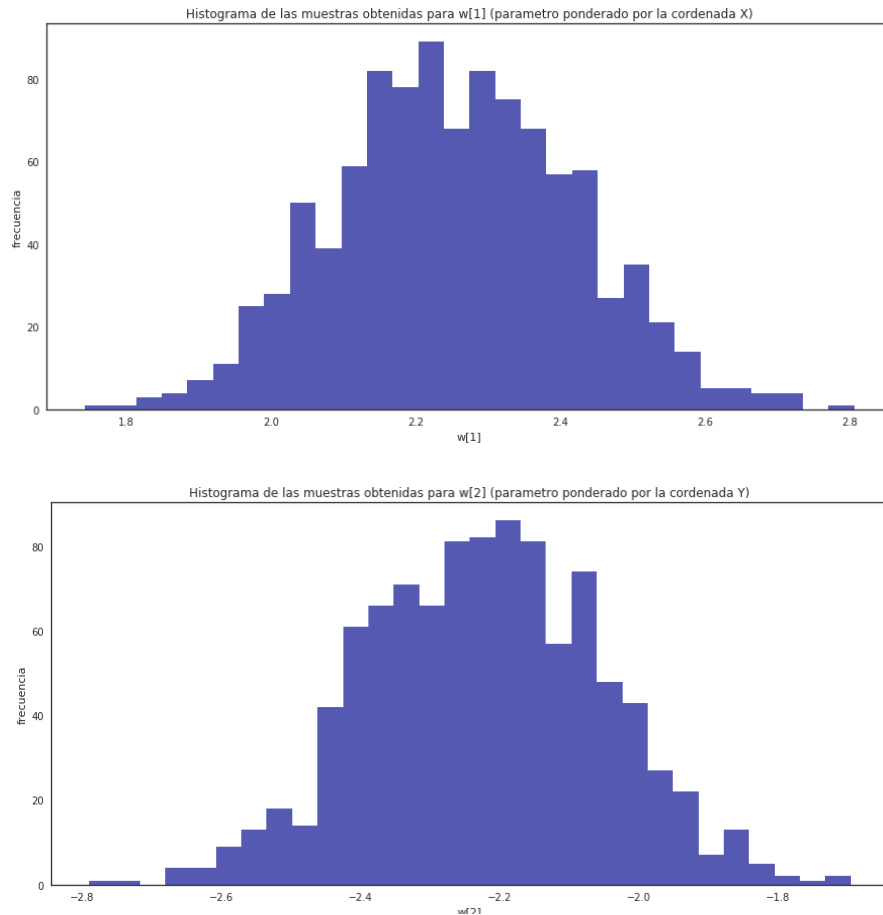


Regresión Logística por Metropolis-Hastings



Visualización de los Histogramas





Análisis de los Resultados

Regresión Logística por Máxima-Verosimilitud

Observando el gráfico obtenido en esta parte, se puede apreciar que el clasificador logra etiquetar correctamente gran parte de las muestras, pero basta con echar un vistazo rápido a la figura para notar que la clasificación no es perfecta, y existe espacio para mejorarla.

Regresión Logística por Metropolis-Hastings

Para esta parte, se optó por utilizar los priors mostrados debido a su relativa simplicidad de modelamiento y a que se desearía sesgar en cierta manera la selección de modelos a parámetros cercanos (pero no iguales) a los obtenidos por máxima verosimilitud, ya que éstos fueron demostrados anteriormente que lograron resolver el problema de clasificación, aunque no fuese de manera perfecta. Además, si se observa el gráfico de esta parte, se puede notar que las soluciones obtenidas se asemejan bastante al método de máxima verosimilitud salvo el caso con prior no informativo, en donde se puede notar una diferencia.

Comparación de las modas

Al comparar las modas obtenidas con NLL y M-H con prior no informativo, se puede apreciar una clara semejanza en los parámetros, evidenciado en el gráfico obtenido en la parte anterior. A partir de esta información se puede concluir que el método Metropolis Hastings logra diferenciarse del método de máxima verosimilitud, donde el método que se deseará ocupar dependerá fuertemente de las características únicas del problema.

