



---

Nombres: Morfín C. Ricardo, Orozco L. Daniel

Reporte NWJSSP

Asignatura: Inteligencia Computacional para la Optimización

Fecha: 04/04/2022

---

## 1. Resumen

En el siguiente trabajo se describe la implementación de una adaptación del algoritmo UMDAc para el problema de “No-wait job shop scheduling problem”. Se propone una representación basada en “retardos”, en la cual, a cada trabajo  $J$  se le asigna un tiempo deseable de calendarización  $d_j$  y es procesado por una subrutina que factibiliza un individuo, es decir, si el los tiempos de retardo del individuo para cada trabajo generan colisiones estas son corregidas. Se realizaron pruebas del algoritmo diseñado utilizando instancias conocidas y fueron comparadas con las mejores soluciones conocidas según el estado del arte.

## 2. Introducción

El “Job Shop Scheduling Problem (JSSP)” es un problema de optimización que consiste en la asignación de un conjunto de trabajos a un conjunto de recursos, donde cada trabajo tiene un conjunto de operaciones, que sólo pueden ser procesadas por un orden específico de máquinas. [1]

Ahora bien, el “no-wait job shop scheduling problem (NWJSSP)” es una extensión del JSSP” donde no se permite tiempos de espera entre dos operaciones de un mismo trabajo, esto es; una vez iniciadas, las operaciones de cualquier trabajo deben ser procesadas una tras de otra hasta la finalización del trabajo. [2]. En este trabajo se trata de resolver el NWJSSP utilizando una representación basada en retardos y una variación del algoritmo UMDAc.

## 3. Definición del Problema

*Job shop scheduling problem* es un problema en el cual se busca asignar  $n$  trabajos ( $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ ) en  $m$  máquinas ( $M = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_m\}$ ) tal que se minimice el tiempo de finalización de la última operación [3]. Se define un trabajo  $J$  como un conjunto de  $n_j$  operaciones  $o_{j\mu_{j1}}, o_{j\mu_{j2}}, \dots, o_{j\mu_{jn}}$  tal que estas operaciones deben ser procesadas por alguna máquina  $\mu_{jk} \in M$ . Cada operación  $o_{j\mu_{jk}}$  toma  $t_{j\mu_{jk}}$  unidades de tiempo en ser procesada y a su vez cada operación  $o_{j\mu_{jk}}$  tiene asignado un tiempo  $S_{j\mu_{jk}}$ .

Existe la restricción en la cual cualquier trabajo  $J$  debe de estar disponible de ser procesado en tiempo 0, además cada máquina  $m \in M$  no puede procesar 2 operaciones al mismo tiempo, y cada trabajo deberá de cumplir con el en que sus operaciones estén listadas.

*No-wait job shop scheduling problem* es una variante del problema anterior mencionado, donde ahora se integra la siguiente restricción: una vez que un trabajo comienza una operación, la siguiente operación deberá continuar inmediatamente después de finalizar la operación anterior hasta completar todas sus operaciones.

Dadas las definiciones anteriores, *No-wait job shop scheduling problem* es definido matemáticamente a continuación:

$$S_j \mu_{jk} \geq 0, \forall k \in K_{n_j}, j \in J \quad (1)$$

$$S_j \mu_{jk} + t_{j\mu_{jk}} = S_j \mu_{j(k+1)}, \forall k \in K_{n_j-1}, j \in J \quad (2)$$

$$S_{ja} + t_{ja} \leq S_{ia} \text{ o } S_{ia} + t_{ia} \leq S_{ja}, \forall i, j \in J; a \in M \quad (3)$$

donde **1** satisface la restricción donde cualquier trabajo esta disponible en tiempo 0, **2** cumple con la restricción principal de la variante “no-wait” y **3** hace referencia a la restricción de que cualquier maquina  $a$  solo puede procesar una operación  $i$  o  $j$  a la vez y no al mismo tiempo.

El objetivo del problema es minimizar el tiempo de finalización de la ultima operación calendarizada, de modo que esto es definido como lo siguiente:

$$\text{Minimizar } C_{max} = \max_{j \in J} \{ S_{j\mu_{jn_j}} + t_{j\mu_{jn_j}} \} \quad (4)$$

donde  $S_{j\mu_{jn_j}}$  corresponde al tiempo de inicio de la ultima operación del trabajo  $j$  y  $t_{j\mu_{jn_j}}$  corresponde al tiempo que le toma ser procesada dicha operación, para cualquier  $j \in J$ .

## 4. Metodología

### 4.1. Representación basadas en retardos

Se propone una representación basada en retardos, donde cada cromosoma es representado como un vector  $D = [(d_1, J_1), (d_2, J_2), \dots, (d_n, J_n)]$ ,  $d_i \in \mathbb{N}, j_i \in J$ , donde  $d_i$  es el retardo asociado al trabajo  $J_i$ . Es decir, el tiempo de inicio de la primera operación del trabajo  $J_i$  es igual a  $d_i$  ( $S_{i\mu_{i0}} = d_i$ ).

El cromosoma  $c = [(0, 1), (16, 2), (17, 3), (38, 4), (3, 5), (44, 6)]$  representa una solución factible para la instancia ft06 (Fisher, 1963)[4], la calendarización de las operaciones se muestra en la tabla 1, el digrama de Gantt para este cromosoma se muestra en la figura 1.

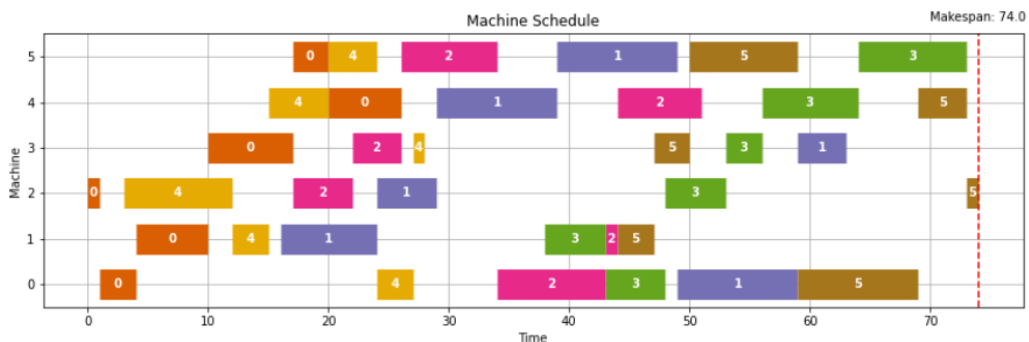


Figura 1: Diagrama de Gantt para el cromosoma  $c = [(0, 1), (16, 2), (17, 3), (38, 4), (3, 5), (44, 6)]$

Trabajo	Maquina	Comienzo	Duración	Final
1	2	0	1	1
1	0	1	3	4
1	1	4	6	10
1	3	10	7	17
1	5	17	3	20
1	4	20	6	26
2	1	16	8	24
2	2	24	5	29
2	4	29	10	39
2	5	39	10	49
2	0	49	10	59
2	3	59	4	63
3	2	17	5	22
3	3	22	4	26
3	5	26	8	34
3	0	34	9	43
3	1	43	1	44
3	4	44	7	51
4	1	38	5	43
4	0	43	5	48
4	2	48	5	53
4	3	53	3	56
4	4	56	8	64
4	5	64	9	73
5	2	3	9	12
5	1	12	3	15
5	4	15	5	20
5	5	20	4	24
5	0	24	3	27
5	3	27	1	28
6	1	44	3	47
6	3	47	3	50
6	5	50	9	59
6	0	59	10	69
6	4	69	4	73
6	2	73	1	74

Tabla 1: Calendario válido

## 4.2. FUMDAN (A Feasible UMDAc implementation for NWJSSP)

Se empleó una adaptación del algoritmo *UMDAc* denominado FUMDAN (A Feasible UMDAc implementation for NWJSSP), del cual se destacan 3 modificaciones descritas a continuación:

1. Los individuos iniciales no son generados de manera aleatoria utilizando una distribución normal, en su lugar, se implementó una distribución normal truncada

$TN(\mu_0, \sigma_0^2, 0, Max\ Start - Job\ Makespan_j)$  acotada entre 0 y  $Max\ Start - Job\ Makespan_j$  donde  $Max\ Start$  corresponde a la suma de todas las operaciones de todos los trabajos a calendarizar (Figura 2),  $Job\ Makespan_j$  es la suma de todas las operaciones de un trabajo  $j$ .

2. Se empleo una función auxiliar llamada *MAKE FEASIBLE SOLUTION 2*, la cual dado el cromosoma intenta calendarizar el trabajo  $j$ -ésimo en su retardo asignado donde si el trabajo genera una colisión con algo ya calendarizado, este se calendarizará lo mas cercano a 0 de tal forma que se eviten colisiones.
3. Los individuos generados al final de cada generación no son generados de manera aleatoria utilizando una distribución normal, en su lugar, se implementó una distribución normal truncada  $TN(\mu_j, \sigma_j^2, 0, Max\ Start)$  acotada entre 0 y  $Max\ Start$  donde  $Max\ Start$  es actualizado cada vez que se encuentre un individuo cuyo *Makespan* sea menor que la variable  $Max\ Start$  actual.

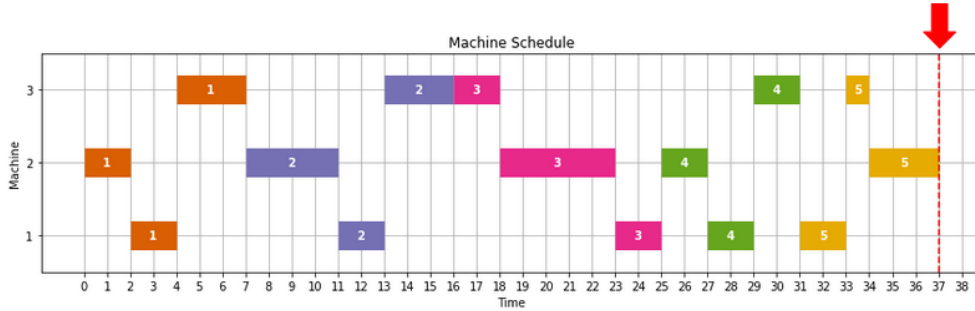


Figura 2: Suma de todas las operaciones de todos los trabajos para la instancia ft06, en rojo se indica el valor de  $MaxStart$

---

#### Algorithm 1 FUMDAN

---

- 1:  $Max\ Start \leftarrow \sum_{j \in J} o_{j\mu_{jn_j}}$  ▷ Suma de todas las operaciones de todos los trabajos
  - 2:  $Job\ Makespan_j \leftarrow \sum o_{j\mu_{jn_j}}$  ▷ Suma de todas las operaciones del trabajo  $j$ -esimo
  - 3:  $P \leftarrow TN(\mu_0, \sigma_0^2, 0, Max\ Start - Job\ Makespan_j)$  ▷ TN Distribución Normal Truncada
  - 4: **for** generación  $i = 1$  hasta  $i \leq$  Generaciones **do**
  - 5:   **for** Individuo en Población **do**
  - 6:     MAKE FEASIBLE SOLUTION(*Individuo*)
  - 7:   **end for**
  - 8:   Calcular *Makespan* de cada individuo en  $P$
  - 9:   **if** *Makespan* del mejor individuo  $<$   $Max\ Start$  **then**
  - 10:      $Max\ Start \leftarrow$  *Makespan* del mejor individuo
  - 11:   **end if**
  - 12:   Seleccionar  $n$  individuos de  $P$  utilizando *Selección por torneo*
  - 13:   Estimar  $\mu_j$  y  $\sigma_j^2$  para cada tiempo de retardo de cada Trabajo  $j$
  - 14:    $P \leftarrow TN(\mu_j, \sigma_j^2, 0, Max\ Start)$  ▷ TN Distribución Normal Truncada
  - 15: **end for**
-

**Algorithm 2** MAKE FEASIBLE SOLUTION

---

```

1: Ordenar el cromosoma  $c = ((d_1, J_1), (d_2, J_2), \dots (d_n, J_n))$  de acuerdo al tiempo de retardo
    $d_i$  con criterio de desempate  $J_i$ 
2: while No se hayan calendarizado todos los trabajos do
3:   Intentar calendarizar el trabajo  $J_i$  con tiempo de retardo  $d_i$  y verificar colisiones
4:   if No existe colisiones then
5:     Continuar con el trabajo  $J_{i+1}$ 
6:   else
7:     Calendarizar  $J_i$  lo mas cercano a 0
8:     Actualizar  $d_i$  para el trabajo  $J_i$ 
9:   end if
10: end while

```

---

## 5. Experimentos y Resultados

### 5.1. Configuración Experimental

El algoritmo propuesto fue programado utilizando el lenguaje de programación Python en su versión 3.10.4. Ejecutado en un ordenador con sistema operativo Arch Linux con kernel Linux versión 5.17.1, procesador AMD Ryzen 5 5600G @ 3.9 GHz y 16 GB de memoria RAM. El algoritmo fue evaluado en 5 instancias del “job shop scheduling problem” de Lawrence(1984) [5] y Fisher y Thompson (1963) [4]. Para cada instancia se realizaron 20 ejecuciones.

El rendimiento del algoritmo se midió utilizando la desviación relativa porcentual (Percentage Relative Deviation, PRD) y la desviación relativa porcentual promedio (Average Percentage Relative Deviation, APRD) calculadas mediante las siguientes fórmulas:

$$PRD = \frac{Best_{Alg} - BKS}{BKS} \times 100 \% \quad (5)$$

$$APRD = \frac{Avg_{Alg} - BKS}{BKS} \times 100 \% \quad (6)$$

Donde  $Best_{Alg}$  es la mejor solución obtenida por el algoritmo,  $Avg_{Alg}$  es el valor promedio de las mejores soluciones encontradas en cada una de las ejecuciones del algoritmo y  $BKS$  es la mejor solución conocida de una instancia.

Los parámetros utilizados para probar el algoritmo son los siguientes: tamaño de la población igual a 60, número de generaciones igual a 30, tamaño del torneo igual a 5.

### 5.2. Resultados

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 2 donde: “Nombre” corresponde al nombre de la instancia, (n, m) describe el tamaño de la instancia, donde n es el número de trabajos y m es el número de máquinas, “BKS” el valor de la mejor solución conocida, [6] para instancias de Lawrence y [7] para instancias de Fisher y Thompson, “avg value” y “std value” el valor promedio y la desviación estándar de los valores obtenidos por el algoritmo, “avg time” y “std time” el promedio y desviación estándar del tiempo de ejecución del algoritmo, “best” el mejor valor encontrado por el algoritmo, “PRD” la desviación relativa porcentual y “APRD” la desviación relativa porcentual promedio.

Nombre	(n,m)	BKS	avg value	std value	avg time	std time	best	PRD	APRD
ft06	(6,6)	73	73.45	1.56	33.76	3.58	73	0.00	0.62
la05	(10,5)	777	995.40	20.63	69.42	3.01	954	22.78	28.11
ft10	(10,10)	1607	1871.15	41.35	139.26	3.37	1814	12.88	16.44
la40	(15,15)	2580	3719.40	170.14	417.52	64.77	3444	33.49	44.16
la33	(30,10)	3413	12639.05	439.02	331.22	25.36	11733	243.77	270.32

Tabla 2: Resultados obtenidos por el algoritmo

## 6. Conclusión

El algoritmo parece funcionar en instancias pequeñas como se pudo observar al probarlo en la instancia “ft06” de tamaño  $6 \times 6$ , donde además se pudo observar que requirió un tamaño de población pequeño y a su vez pocas generaciones, lo cual se traduce a pocas llamadas de la función de evaluación de aptitud. Sin embargo en problemas medianos y grandes los resultados obtenidos no fueron los esperados, obteniendo valores de *PRD* entre 12 % y 33 % para problemas medianos, e inclusive llegando a valores por encima de los 240 % en instancias grandes, lo cual se traduce que el algoritmo obtuvo resultados significativamente lejanos a la mejor solución conocida.

## Referencias

- [1] M. González Fernández, “Soluciones metaheurísticas al ”job-shop scheduling problem with sequence-dependent setup times”,” Ph.D. dissertation, 2011.
- [2] V. M. Valenzuela-Alcaraz, M. Cosío-León, A. D. Romero-Ocaño, and C. A. Brizuela, “A cooperative coevolutionary algorithm approach to the no-wait job shop scheduling problem,” *Expert Systems with Applications*, vol. 194, p. 116498, 2022.
- [3] A. S. Manne, “On the job-shop scheduling problem,” *Operations Research*, vol. 8, pp. 219–223, 1960.
- [4] H. Fisher and G. L. Thompson, “Probabilistic learning combinations of local job-shop scheduling rules,” *Industrial Scheduling*, pp. 225–251, 1963.
- [5] S. Lawrence, “An experimental investigation of heuristic scheduling techniques (supplement),” *Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University*, 1984.
- [6] K.-C. Ying and S.-W. Lin, “Solving no-wait job-shop scheduling problems using a multi-start simulated annealing with bi-directional shift timetabling algorithm,” *Computers and Industrial Engineering*, vol. 146, pp. 498–517, 2020.
- [7] A. Mascis and D. Pacciarelli, “Job-shop scheduling with blocking and no-wait constraints,” *European Journal of Operational Research*, vol. 143, pp. 498–517, 2002.