Taller 1 Santiago Passos - Alejandro Rojas

Monday, July 29, 2019 2:24 PM

1. P.F. $0.1\ldots\ldots\ldots \times 2^{k}$ $k \in \mathbb{Z}$

Sea x un número de la forma $0.d_1d_2d_3\ldots d_k d_{k+1}\ldots * 2^n$

Sea $\hat{x}$ un número en base 2 normalizada con k cifras significativas. $\hat{x}$ es una aproximación de x.

Sea $\varepsilon = \left|\frac{x-\hat{x}}{x}\right|$ el valor del error relativo.

1 Redondeo por exceso.

Estamos haciendo redondeo por exceso, y como para $\hat{x}$ se cumple esto

$0.d_{k+1}d_{k+2}d_{k+3}\ldots \neq 0.$

Entonces usando el redondeo

$$\hat{x} = 0.d_1d_2\ldots d_{k-1}(d_k+1)$$

$$\varepsilon = \left|\frac{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots * 2^n - 0.d_1d_2\ldots(d_k+1) * 2^n}{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots * 2^n}\right|$$

$$\varepsilon = \left|\frac{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots \quad - 0.d_1d_2\ldots d_k - 2^{-k}}{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots}\right|$$

Como $d_{k+1} > 0$, $|0.d_{k+1}d_{k+2}\ldots - 1| = |1 - 0.d_{k+1}d_{k+2}| < |1|$.

$$\varepsilon = \left|\frac{(0.d_{k+1}d_{k+2}\ldots - 1) * 2^{-k}}{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots}\right| \leq \left|\frac{2^{-k}}{0.1}\right| = \left|\frac{1.2^{-k}}{0.1}\right| = \left|\frac{1 \times 2^{-k}}{1 \times 2^{-1}}\right|$$

$$= \left|2^{-k+1}\right| = 2^{-k+1}$$

En caso de que $d_{k+1} = 0$, la demostración es similar a cuando se usa redondeo por corte.

2. Redondeo por corte

$$\varepsilon = \left|\frac{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots * 2^n - 0.d_1d_2\ldots d_k * 2^n}{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots * 2^n}\right|$$

$$\varepsilon = \left|\frac{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots \quad - 0.d_1d_2\ldots d_k}{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots}\right|$$

$$\varepsilon = \left|\frac{0.d_{k+1}d_{k+2}\ldots * 2^{-k}}{0.d_1d_2d_3\ldots d_kd_{k+1}\ldots}\right| < \left|\frac{1 * 2^{-k}}{0.1}\right| = \left|\frac{1 * 2^{-k}}{1 * 2^{-1}}\right| = 2^{-k+1}$$