Адаптивные фильтры и их приложения в радиотехнике и связи

Виктор Джиган (Москва)

Настоящая статья является введением в теорию и практику адаптивной фильтрации. В ней рассмотрены основные понятия и термины, используемые в адаптивной обработке сигналов, структуры адаптивных фильтров, целевые функции, лежащие в основе функционирования адаптивных фильтров, а также ряд наиболее известных приложений адаптивных фильтров, таких как подавление эхо-сигналов, выравнивание электрических характеристик каналов связи, адаптивные антенные решётки, шумоочистка и линейное предсказание.

Введение

Согласно различным оценкам, на сегодняшний день в научно-технических журналах и в трудах научно-технических конференций насчитывается не менее 10 тысяч публикаций, освещающих самые разнообразные вопросы теории и практики адаптивной обработки сигналов. Эти вопросы также рассматриваются в книгах по современной цифровой обработке сигналов (ЦОС) [1-25]. Развитие теории адаптивной обработки сигналов всегда было непрерывно связано с практикой. Примерами широко используемых на практике адаптивных устройств являются компенсаторы сигналов акустического и электрического эха, эквалайзеры (выравниватели) характеристик электрических и акустических каналов связи, адаптивные антенные и акустические решетки и др. Эти устройства являются неотъемлемыми элементами оборудования современных радиотехнических систем и систем связи, тактико-технические характеристики которых часто недостижимы без использования адаптивной обработки сигналов.

Действительно, сигналы ближнего и дальнего эха являются источниками помех для модемов, работающих в дуплексном режиме, а межсимвольная интерференция – источником помех в каналах связи с ограниченной полосой пропускания. Для достижения высоких скоростей передачи данных эти помехи должны быть подавлены, что осуществляется соответственно с помощью адаптивных эхо-компенсаторов и эквалайзеров.

Положительная обратная акустическая связь, возникающая в оборудовании озвучивания помещений (концертные залы, залы совещаний) и в устройствах голосовой связи (hands-free), также эффективно устраняется с помощью адаптивных компенсаторов сигналов акустического эха. Выравнивание акустических характеристик помещений при использовании оборудования высококачественного воспроизведения звука осуществляется с помощью адаптивных эквалайзеров.

Подавление сигналов источников активных помех, частотный диапазон которых пересекается или совпадает с частотным диапазоном полезного сигнала, в радиолокации, гидролокации и связи осуществляется с помощью адаптивных антенных и акустических решёток. Эти решётки являются пространственными фильтрами. Они обеспечивают подавление сигналов помех, направления на источники которых отличаются от направления на источники которых отличаются от направления на источники полезного сигнала.

Сегодняшние практические результаты адаптивной обработки сигналов во многом обусловлены достижениями в цифровой электронике и микроэлектронике, позволившими создавать высокопроизводительные и компактные цифровые устройства на базе СБИС программируемых логических матриц и ЦПОС. Эти устройства обеспечивают реализацию сложных алгоритмов ЦОС в реальном масштабе времени, т.е. на требуемой частоте дискретизации обрабатываемых сигналов.

Таким образом, многолетние теоретические и практические достижения в области адаптивной обработки сигналов позволяют считать её сложившимся научно-техническим направлением в радиотехнике.

Адаптивная обработка Сигналов и адаптивный Фильтр

Однако что такое адаптивная обработка сигналов, или - в более широком смысле - адаптация? В работах [10, 17] приведены некоторые определения этого термина, пришедшие из известных энциклопедий и словарей. Так или иначе, все они касаются процесса приспособления живых организмов и их органов к условиям окружающей среды. Несмотря на то что эти определения характеризуют в основном биологические организмы, они подходят и к искусственным адаптивным устройствам, которые в процессе своего функционирования могут самообучаться.

В основе большинства адаптивных устройств находится т.н. адаптивный фильтр. Фильтрация — это обработка сигналов, целью которой является извлечение интересующей пользователя информации, например, сигналов, обладающих определёнными характеристиками. Фильтрация сигналов, включая адаптивную фильтрацию, может выполняться как аналоговым, так и цифровым способом. Сегодня в различных устройствах в основном используются цифровые адаптивные фильтры.

Свойства аналогового или цифрового фильтра с фиксированными параметрами обычно определяются требуемой передаточной функцией. В свою очередь, передаточная функция определяет структуру фильтра и его вычислительную сложность. Если спецификацию к передаточной функции фильтра невозможно сформулировать заранее или спецификация может изменяться в процессе работы фильтра, то вместо фильтров с фиксированными параметрами целесообразно использовать фильтры с изменяемыми параметрами, например адаптивные фильтры.

Поскольку параметры адаптивного фильтра изменяются в процессе его работы, такой фильтр можно отнести к нелинейным устройствам. Однако, при каждом фиксированном значении параметров адаптивный фильтр – это ли-

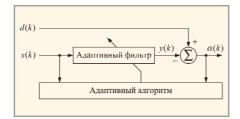


Рис. 1. Адаптивный фильтр

нейное устройство, поскольку между его входными и выходными сигналами обычно существует линейная зависимость, определяемая текущим набором весовых коэффициентов (ВК), подобно линейным фильтрам с фиксированными ВК.

Таким образом, адаптивный фильтр это фильтр с изменяемыми в процессе работы параметрами. Чтобы эти параметры определить, необходимо сформулировать критерий работы адаптивного фильтра. Таким критерием часто является минимум некоторой целевой функции, - как правило, функции ошибок между требуемым и выходным сигналами адаптивного фильтра. Достижение минимума целевой функции означает, что выходной сигнал адаптивного фильтра в определённой степени приближен к требуемому сигналу, физическая природа которого определяется конкретным приложением адаптивного фильтра.

Выходной сигнал адаптивного фильтра изменяется за счёт вариации его ВК, рассчитываемых на основе различных алгоритмов обработки требуемого и входного (входных) сигналов. Это собственно алгоритмы фильтрации, т.е. алгоритмы вычисления выходного сигнала адаптивного фильтра, и алгоритмы вычисления его ВК. Совокупность данных алгоритмов обычно называют либо адаптивным фильтром, либо адаптивным алгоритмом.

Анализ адаптивных фильтров как нелинейных систем является более сложным, чем анализ фильтров с фиксированными параметрами. С другой стороны, адаптивные фильтры являются

самонастраивающимся. С этой точки зрения, они более простые, т.к. не требуют сложных методов расчёта ВК, которые используются при синтезе фильтров с фиксированными ВК.

Если условия функционирования изменяются, то адаптивный фильтр может в некоторой степени отслеживать эти изменения. Однако адаптивный фильтр, подобно фильтрам с фиксированными ВК, характеризуется длительностью переходного процесса. Если изменения в системе медленные, т.е. происходят за время, значительно превышающее длительность переходного процесса адаптивного фильтра, то этот фильтр такие изменения, как правило, отслеживает. По мере же увеличения скорости изменений в системе эффективность адаптивного фильтра падает, поскольку за время изменения он не успевает полностью «настроиться», т.е. перейти в состояние, когда его переходной процесс считается законченным.

В общем случае адаптивный фильтр представляет собой устройство, показанное на рисунке 1. Здесь x(k) – входной сигнал, d(k) – требуемый сигнал (используемый в обозначении символ d происходит от английского слова desired, т.е. требуемый), y(k) – выходной сигнал, $\alpha(k) = d(k) - y(k)$ – сигнал ошибки, который используется для формирования целевой функции адаптивного фильтра, k – индекс дискретного времени или номер отсчетов обрабатываемых сигналов. Эти отсчёты обычно равномерно распределены на оси времени как $t(k) = kT_S = k/F_S$, где T_S – период дискретизации, F_S – частота дискретизации обрабатываемых сигналов. Поскольку для работы адаптивного фильтра, как правило, недостаточно информации, получаемой только из входного сигнала, источником недостающей информации служит требуемый сигнал.

Интервалы времени t(k) - t(k-1) в большинстве случаев равны длительности одной итерации адаптивного алгоритма, т.е. времени, в течение которо-

го осуществляется расчёт ВК, используемых для фильтрации сигналов на следующей итерации. Если расчёт ВК выполняется медленно, т.е. в течение нескольких периодов дискретизации сигналов, то формирование сигнала y(k) всё равно происходит в моменты времени t(k) для удовлетворения требованиям теоремы отсчётов.

СТРУКТУРЫ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Подобно фильтрам с фиксированными ВК, существуют две основные структуры адаптивных фильтров. Это фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ), или трансверсальные, и фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ), или рекурсивные. Структура одноканального адаптивного КИХ-фильтра приведена на рисунке 2.

Выходной сигнал адаптивного фильтра (см. рис. 2) формируется как линейная комбинация задержанных отсчётов входного сигнала x(k-n+1), взятых с весами $b_n(k-1)$, вычисляемыми на предыдущих итерациях по отношению к текущим, т.е.

$$y(k) = \sum_{n=1}^{N} b_n^* (k-1)x(k-n+1) =$$

$$=\mathbf{h}_{N}^{II}\left(k-1\right)\mathbf{x}_{N}\left(k\right),\tag{1}$$

где N — порядок или число ВК фильтра, $\mathbf{h}_N(k-1)=[h_1(k-1),h_2(k-1),...,h_n(k-1),\dots,h_N(k-1),h_N(k-1)]^T$ — вектор ВК, $\mathbf{x}_N(k)=[x(k),x(k-1),...,x(k-n+1),...,x(k-N+2),x(k-N+1)]^T$ — вектор сигналов в фильтре. Здесь верхний индекс T обозначает операцию транспонирования вектора, а верхний индекс H — операцию эрмитова сопряжения, т.е. транспонирования и комплексного сопряжения, обозначаемого символом * . Нижний индекс N указывает на число элементов вектора.

Используя выходной сигнал адаптивного фильтра (1), можно определять сигнал априорной ошибки моделирования требуемого сигнала d(k):

$$\alpha(k) = d(k) - y(k) = d(k) -$$

$$-\mathbf{h}_{N}^{II}(k-1)\mathbf{x}_{N}(k).$$
(2)

Сигнал апостериорной ошибки определяется при ВК, равных $\mathbf{h}_N(k)$, как

$$e(k) = d(k) - y'(k) = d(k) -$$

$$-\mathbf{h}_{N}^{II}(k)\mathbf{x}_{N}(k).$$
(3)

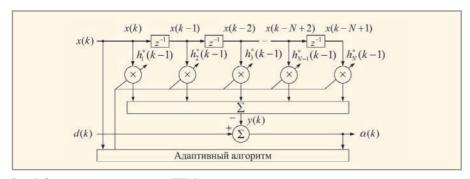


Рис. 2. Одноканальный адаптивный КИХ-фильтр

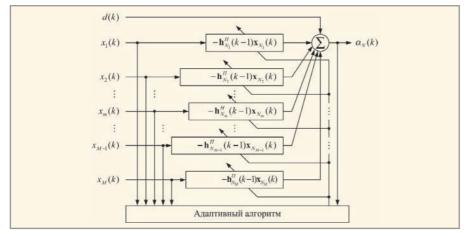


Рис. 3. Многоканальный адаптивный КИХ-фильтр

Термины «априорный» и «апостериорный» связаны с используемыми значениями ВК адаптивного фильтра, полученными соответственно на предыдущей и текущей итерациях алгоритма адаптивной фильтрации.

На практике при работе адаптивного фильтра на его выходе обычно наблюдаются априорные ошибки (2), т.к. текущее значение выходного сигнала фильтра y(k) формируется по значениям ВК, вычисленным на предыдущей итерации.

Апостериорные ошибки (3) обычно используются в алгоритмах вычисления ВК, а также при формировании целевой функции работы адаптивного фильтра, например, среднеквадратической ошибки (Mean Square Error, MSE) MSE = $E[e(k)e^*(k)] = E[|e(k)|^2]$, где $E[\bullet]$ – операция усреднения. В случае КИХ-фильтров такая функция является действительной унимодальной квадратичной функцией в пространстве действительных или комплексных ВК, т.е. характеризуется единственным глобальным минимумом.

Адаптивные фильтры могут иметь действительные или комплексные ВК. При обработке сигналов в задачах подавления акустического эха в помещениях или электрического эха в телефонных сетях, при решении задач шумоподавления, в широкополосных акустических адаптивных решетках и в ряде других случаев обрабатываются действительные сигналы, а потому для этой обработки используются адаптивные фильтры с действительными ВК.

Адаптивные фильтры с комплексными ВК применяются при построении адаптивных антенных решеток (ААР), эхо-компенсаторов и эквалайзеров в цифровых системах связи с квадратурной модуляцией, где обрабатываемые

сигналы являются комплексными. Это естественным образом приводит к необходимости использовать адаптивные фильтры с комплексными ВК.

В общем случае адаптивные КИХфильтры могут быть многоканальными и даже содержать неодинаковое число ВК в каналах (см. рис. 3). Вектор ВК такого М-канального адаптивного фильтра

$$\begin{split} \mathbf{h}_{N}\left(k-1\right) = & \left[\mathbf{h}_{N_{1}}^{T}\left(k-1\right), \mathbf{h}_{N_{2}}^{T}\left(k-1\right), ..., \right. \\ \mathbf{h}_{N_{m}}^{T}\left(k-1\right), ..., \mathbf{h}_{N_{M-1}}^{T}\left(k-1\right), \mathbf{h}_{N_{M}}^{T}\left(k-1\right)\right]^{T}, \end{split}$$

образуется из последовательности векторов ВК каналов

$$\mathbf{h}_{N_{m}}(k) = \left[h_{1,m}(k-1), h_{2,m}(k-1), \dots, h_{N_{m-1},m}(k-1), \dots, h_{N_{m-1},m}(k-1), \dots, h_{N_{m-1},m}(k-1) \right]^{T},$$

а вектор сигналов

$$\begin{split} \mathbf{x}_{N}\left(k\right) = &\left[\mathbf{x}_{N_{1}}^{T}\left(k\right), \mathbf{x}_{N_{2}}^{T}\left(k\right), ..., \mathbf{x}_{N_{m}}^{T}\left(k\right), ..., \mathbf{x}_{N_{m}}^{T}\left(k\right), ..., \mathbf{x}_{N_{m}}^{T}\left(k\right)\right]^{T} - \end{split}$$

из последовательности векторов сигналов отдельных каналов

$$\begin{split} \mathbf{x}_{N_m} & \left(k \right) = \left[x_m \left(k \right), x_m \left(k - 1 \right), ..., \right. \\ & \left. x_m \left(k - n_m + 1 \right), ..., x_m \left(k - N_m + 2 \right), \right. \\ & \left. x_m \left(k - N_m + 1 \right) \right]^T . \end{split}$$

Суммарное число ВК многоканального фильтра определяется как

$$N = \sum_{m=1}^{M} N_m.$$

Неодинаковое число ВК в каналах многоканального адаптивного фильтра, с одной стороны, часто диктуется физической сущностью задачи, решаемой таким фильтром. С другой стороны, оно обусловлено ограничениями на вычислительную сложность реализации фильтров. Поскольку эта сложность является функцией полного числа ВК N адаптивного фильтра, это число не следует увеличивать, если на то нет веских причин, несмотря на то что ряд алгоритмов, например, для многоканальных адаптивных фильтров с одинаковым числом ВК в каналах математически «много проще» алгоритмов для фильтров с неодинаковым числом ВК в каналах.

Под вычислительной сложностью алгоритмов ЦОС, в том числе алгоритмов адаптивной фильтрации сигналов, понимается число арифметических операций (обычно сложений, вычитаний, умножений и делений, а иногда и более сложных операций, например, извлечения квадратных корней из чисел), требуемых для выполнения одной итерации алгоритма, как правило, совпадающей по времени с периодом дискретизации обрабатываемых сигналов.

Существуют два частных случая адаптивного фильтра (см. рис. 3). Многоканальный фильтр с одним ВК (N_m = =1, m=1,...,M) в каждом из каналов используется в узкополосных ААР, а многоканальный фильтр с одинаковым числом ВК в каналах $N_1 = N_2 = ... = N_M > 1$ в широкополосных акустических решетках [1-3, 11] или многоканальных компенсаторах сигналов акустического эха [26]. Структура фильтра вида (см. рис. 3) также используется при реализации нелинейных полиномиальных адаптивных фильтров, в которых нелинейные ядра представляют собой наборы из многоканальных фильтров с числом ВК в каналах, изменяемых от $N_1 = 1$ до $N_M = N$ с шагом, равным одному ВК [23]. Кроме того, компенсатор сигналов ближнего и дальнего эха в модемах для проводных каналов связи [27] или эквалайзер с обратной связью [28, 29] можно также рассматривать как двухканальный адаптивный фильтр с неодинаковым числом ВК в каналах.

Адаптивные БИХ-фильтры [15] на сегодняшний день не нашли широкого применения, так как, помимо проблем с устойчивостью, в них существует проблема многоэкстремальности (т.е. неунимодальности) целевой функции, что в общем случае не позволяет гарантировать сходимость процесса вычисления ВК к глобальному (т.е. наилучшему) решению.

Адаптивные алгоритмы

Адаптивный алгоритм - это процедура вычисления ВК, обеспечивающих минимизацию целевой функции адаптивного фильтра, т.е. выполнения критерия работы этого фильтра. Алгоритм характеризуется видом используемой целевой функции, методом поиска оптимального решения и природой сигналов ошибок. В адаптивных алгоритмах используются арифметические операции как над априорными, так и над апостериорными ошибками. Поэтому вычисление выходного сигнала адаптивного фильтра, как уже отмечалось, рассматривается как составная часть адаптивного алгоритма.

Адаптивный алгоритм – это, как правило, итерационная процедура. Его итерации обычно совпадают по длительности с периодом дискретизации обрабатываемых сигналов. При этом вычисляемые переменные обновляются на каждой итерации путём прибавления некоторых добавок к предыдущим значениям или вычитания этих добавок из предыдущих значений.

Например, вычисление ВК в адаптивном алгоритме по критерию наи-

меньшего среднего квадрата (Least Mean Square, LMS) выполняется как $\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mu \mathbf{x}_N(k) \alpha^*(k)$, т.е. как

В рекурсивных алгоритмах по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS) вычисление ВК выполняется как $\mathbf{h}_N(k) = \mathbf{h}_N(k-1) + \mathbf{g}_N(k)\alpha^*(k)$, т.е. как

Здесь текущие и предыдущие значения векторов ВК связаны с номерами итераций алгоритма k и k-1. В ряде

других алгоритмов, например, в алгоритмах на основе QR-разложения и в лестничных алгоритмах, также используются рекурсивные вычисления над переменными, связанными с изменением порядка фильтра от n-1 до n (n=1,2,...,N) на каждой итерации по k.

Выбор адаптивного алгоритма, как правило, обусловлен следующими требованиями: обеспечением оптимального или удовлетворительного субоптимального решения; длительностью переходного процесса, характеризующей скорость сходимости и следящие свойства адаптивного фильтра; значением остаточных ошибок в установившемся режиме, характеризующем точность нахождения оптимального решения; вычислительной сложностью алгоритма, характеризующей объём ресурсов, требуемых для его аппаратной или программной реализации.

К этим требованиям следует добавить «алгоритмическую сложность», под которой понимается сложность математического представления алгоритмов, обусловленная числом и разнообразием математических выражений

(формул), являющихся собственно алгоритмом. С точки зрения арифметической и алгоритмической сложности, алгоритмы адаптивной обработки сигналов можно условно разделить на несколько групп.

Существуют вычислительно простые, т.е. с малым числом арифметических операций на одну итерацию, алгоритмы. Это алгоритмы с линейной вычислительной сложностью O(N) и малой алгоритмической сложностью, т.е. описываемые всего лишь несколькими простыми математическими выражениями. Примерами таких алгоритмов являются LMS-алгоритм и другие адаптивные алгоритмы на основе стратегий градиентного поиска ВК. Алгоритм по критерию наименьших квадратов (Least Squares, LS) характеризуется большой вычислительной сложностью $O(N^3)$ и малой алгоритмической сложностью. RLS-алгоритмы характеризуются средней вычислительной сложностью $O(N^2)$ и средней алгоритмической сложностью. Быстрые, т.е. вычислительно эффективные или с малым числом арифметических операций на одну итерацию, RLS-алгоритмы характеризуются низкой вычислительной сложностью O(N), но большой алгоритмической сложностью, так как используют достаточно большое число разнородных формул.

Как показывает опыт, формально сразу воспроизвести (т.е. реализовать в адаптивном фильтре) сложные алгоритмы удаётся не всегда. Чтобы эта реализация была правильной, в большинстве случаев необходимо чётко понимать, откуда берутся формулы, описывающие алгоритм, поскольку авторы книг и статей обычно не придерживаются единого обозначения переменных в адаптивных алгоритмах, а также опускают важные вопросы инициализации алгоритмов. Поэтому на практике в основном используются адаптивные фильтры на базе простых (с вычислительной и с алгоритмической точек зрения) алгоритмов. Раньше такому отношению к алгоритмам адаптивной фильтрации разной сложности способствовала низкая производительность цифровой элементной базы. Чтобы реализация сложных алгоритмов обеспечивала требуемую частоту дискретизации сигналов, требовались определённые вычислительные ресурсы, которые не были доступны в то время.

Действительно, RLS-алгоритмы вычислительно и алгоритмически сложны. Это – цена их эффективности в терминах длительности переходных процессов и остаточных ошибок в установившемся режиме. Однако сегодня, благодаря достижениям микроэлектроники в области цифровой техники, такие алгоритмы [30, 31] реализуемы на современной элементной базе [32, 33].

КРИТЕРИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Основной целью работы адаптивного фильтра является нахождение таких своих параметров, как правило, вектора ВК $\mathbf{h}_N(k)$, при которых выходной сигнал y(k) минимизирует заданную целевую функцию. Целевая функция обычно является функцией входного, выходного и требуемого сигналов, т.е. F = f[x(k), y(k), d(k)]. Она должна быть неотрицательной и действительной, т.е. $F \ge 0$ для всех x(k), y(k) и d(k). Адаптивный алгоритм минимизирует целевую функцию так, что выходной сигнал адаптивного фильтра аппроксимирует требуемый сигнал, а $\mathbf{h}_N(k) \rightarrow \mathbf{h}_N$ $_{O}$, где **h** $_{N}$ $_{O}$ – вектор координат минимума многомерной целевой функции в пространстве ВК. Целевую функцию можно рассматривать и как функцию ошибок, т.е. F = f[e(k)].

Существует много разных способов определения целевой функции адаптивного фильтра, влияющих в конечном счёте на сложность алгоритмов её минимизации. Ниже приводятся наиболее часто используемы целевые функции: 1) $F = f[e(k)] = E[|e(k)|^2]$ — среднеквадратической ошибки (MSE).

2)
$$F = f\left[e(k)\right] = \sum_{i=1}^{k} \left|e(i)\right|^2$$
 – наименьших квадратов (Least Squares, LS),

3)
$$F = f\left[e(k)\right] = \sum_{i=1}^{k} \lambda^{k-i} \left|e(i)\right|^2 - \text{B3Be-}$$

шенных наименьших квадратов (Weighted Least Squares, WLS),

4) $F = f[e(k)] = |e(k)|^2$ – квадрата мгновенной ошибки.

Достижение минимума целевой функции является критерием работы адаптивного фильтра.

Используются и другие критерии, например, критерий постоянства модуля информационных символов (Constance Modulus, CM) [34], применяемый при адаптивной обработке сигналов в системах цифровой связи. В основе

этого критерия также лежит минимизация функции ошибок между значением модуля (амплитуды) выходного сигнала адаптивного фильтра и известным значением модуля (огибающей) информационных символов, возведённых в некоторую степень. Такая минимизация обеспечивает приближение огибающей выходного сигнала адаптивного фильтра к известному постоянному значению огибающей информационных символов. Поэтому данный критерий получил своё название по требуемому конечному результату, т.е. значению огибающей выходного сигнала адаптивного фильтра, позволяющему корректно распознавать (обнаруживать) в этом сигнале принимаемые информационные символы.

Выбор квадратичных целевых функций во многом обусловлен тем, что в результате их использования можно получать алгоритмы адаптивной фильтрации в виде рекуррентных вычислений, не содержащих логических операций, что отличает такие алгоритмы от вычислительных процедур оптимизации общего вида. Кроме того, эти целевые функции являются унимодальными, что гарантирует сходимость алгоритмов адаптивной фильтрации на их основе к единственному оптимальному решению.

Строго говоря, MSE-функция является лишь удобным математическим понятием, поскольку для её вычисления требуется наличие бесконечного объёма данных, так как получение этой функции подразумевает усреднение по ансамблю реализаций наблюдаемых сигналов. MSE-функция 1 используется, например, в оптимальной винеровской фильтрации [35].

Целевые функции 2 – 4 отличаются как сложностью реализации адаптивных алгоритмов на их основе, так и характеристиками сходимости и остаточными ошибками в установившемся состоянии этих алгоритмов. Так, квадрат мгновенной ошибки является самой простой, с точки зрения реализации алгоритмов, целевой функцией. Но алгоритмы на основе этой функции характеризуется медленной сходимостью ввиду сильно упрощённой целевой функции. Целевая LS-функция обычно используется при обработке стационарных сигналов, а WLS - при обработке медленно изменяющихся сигналов. Адаптивные алгоритмы, использующие целевые функции 3 и 4, часто называют алгоритмами на основе критерия наименьших квадратов.

Литература

- 1. *Hudson J.E.* Adaptive array principles. England, Loughborough: Peter Peregrinus Ltd., 1981.
- Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решётки. Введение в теорию. Радио и связь, 1986.
- Журавлев АК, Лукошкин АП, Поддубный С.С.
 Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Изд-во Ленинградского университета, 1983.
- Honig M.L., Messerschmitt D.G. Adaptive filters: structures, algorithms and applications. MA, Hingham: Kluwer Academic Publishers, 1984.
- Giordano A.A., Hsu F.M. Least square estimation with application to digital signal processing. John Wiley and Sons, 1985.
- 6. *Alexander S.T.* Adaptive signal processing. Theory and applications. Springer, 1986.
- 7. *Ljung L., Soderstrom T.* Theory and practice of recursive identification. MIT Press, 1986.
- Treicher J.R., Johnson C.R., Larimore M.G. Theory and design of adaptive filters. John Wiley and Sons, 1987.
- 9. *Коуэн К.Ф.Н., Грант П.М.* Адаптивные фильтры. Мир, 1988.
- 10. *Уидроу Б., Стирнз С.* Адаптивная обработка сигналов. Радио и связь, 1989.
- 11. *Пистолькорс АА, Литвинов О.С.* Введение в теорию адаптивных антенн. Наука, 1991.
- 12. Adaptive system identification and signal processing algorithms. *N. Kalouptsidis*, *S. Theodoridis*, Eds. Prentice-Hall, 1993.
- 13. *Clarkson P.M.* Optimum and adaptive signal processing. CRC Press, 1993.
- 14. *Zelniker G., Taylor F.J.* Advanced digital signal processing: theory and applications. Marcel Dekker, 1994.
- 15. *Regalia PA*. Adaptive IIR filtering in signal processing and control. Marcel Dekker, 1995.
- 16. *Macchi O*. Adaptive processing. John Wiley and Sons, 1995.
- Тараканов А.Н., Хрящев В.В., Приоров А.Л. Адаптивная цифровая обработка сигналов. Ярославль: ЯГУ, 2001.
- 18. *Bellanger M.G.* Adaptive digital filters. 2nd ed. Marcel Dekker, 2001.
- 19. *Haykin S*. Adaptive filter theory. 4th ed. Prentice Hall, 2001.
- 20. *Sayed A.H.* Fundamentals of adaptive filtering. John Wiley and Sons, 2003.
- 21. Adaptive signal processing: applications to real-world problems. *J. Benesty, Y. Huang*, Eds. Springer, 2003.
- 22. Poularikas A.D., Ramadan Z.M. Adaptive filtering premier with MATLAB. CRC Press, 2006.
- Ogunfunmi T. Adaptive nonlinear system identification: the Volterra and Wiener model approaches. Springer Science + Business Media, 2007.

- 24. *Dzing P.S.R.* Adaptive filtering algorithms and practical implementation. 3rd ed. Springer Science + Business Media, 2008.
- 25. *Sayed A.H.* Adaptive filters. John Wiley and Sons, 2008.
- 26. *Makino S*. Acoustic echo cancellation. IEEE Signal Processing. 1997. Vol. 14. № 5. PP. 39–41.
- 27. Messerschmitt D. Echo cancellation in speech and data transmission. IEEE J. Selected Areas in Communications. 1984. Vol. 2. № 2. PP. 283–297.
- 28. *Qureshi S*. Adaptive equalization. IEEE Communications Magazine. 1982. Vol. 20. № 2. PP. 9–16.
- 29. *Qureshi S.* Adaptive equalization. Proc. of the IEEE. 1985. Vol. 73. № 9. PP. 1349–1387.
- 30. Djigan V.I. Recursive least squares an idea whose time has come. Proc. of the 7th Intern. Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing. Moscow, 2007. PP. 255–260.
- 31. Джиган В.И. Многообразие алгоритмов адаптивной фильтрации по критерию наименьших квадратов. Современная электроника. 2008. № 3. С. 32–39.
- 32. Джиган В.И. Прикладная библиотека адаптивных алгоритмов. Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. 2006. № 1. С. 60–65.
- 33. Солохина Т., Александров Ю., Петричкович Я. Сигнальные контроллеры компании «ЭЛВИС»: первая линейка отечественных DSP. Электроника: Наука, Технология, Бизнес. 2005. № 7. С. 70–77.
- 34. *Treichler J., Larimore M.* New processing techniques based on the constant modulus adaptive algorithm. IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing. 1985. Vol. 33. № 2. PP. 420–431.

- 35. Widrow B. Thinking about thinking: the discovery of the LMS algorithm DSP history. IEEE Signal Processing Magazine. 2005. Vol. 22. № 1. PP. 100–106.
- 36.Джиган В.И., Солохина Т.В., Петричкович Я.Я. Подавление электрического эха на базе контроллеров «МУЛЬТИКОР». Электроника: Наука, Технологии, Бизнес. 2004. № 8. С. 26–33.
- 37. Chen W.Y. Simulation techniques and standards development for digital subscriber line systems. Macmillan Technical Publishing, 1998.
- Starr T., Cioffi J.M., Silverman P.J. Understanding digital subscriber line technology. Prentice Hall. 1999.
- 39. *Huntly H.R.* Transmission design of intertoll telephone trunks. Bell System Technical J. 1953. Vol. 32. PP. 1019–1036.
- 40. Allen J.B., Berkley D.A. Image method for efficiently simulating small-room acoustics.
 J. Acoustic Society of America. 1979. Vol. 65.
 № 4. PP. 943–950.
- 41. Digital network echo cancellers. ITU-T Recommendation G.168, 04/2000. Geneva, 2001.
- Deller J.R., Proakis J.G., Hansen G.H.L. Discrete-time processing of speech signals. Prentice Hall, 1993.
- 43. Chen Y., Le-Ngoc T., Champagne B., Xu C. Recursive least squares constant modulus algorithm for blind adaptive array. IEEE Trans. Signal Processing. 2004. Vol. 52. № 5. PP. 1452–1456.
- 44. Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках. Исследования в области цифровых систем связи (Межвузовский сборник). МИЭТ, 2007. С. 36–43.