Цифровая обработка сигналов

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 1

1. Частоту дискретизации сигнала увеличили в два раза. Как изменится амплитуда выбросов аналогового сигнала, восстановленного согласно теореме Котельникова?
2. У отсчетов сигнала с *четными* номерами изменили знак, то есть сформировали последовательность $y(k) = -x(k)\,(-1)^k$. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
3. Построенный в отчете график амплитудного спектра дискретного сигнала имеет выраженный пик на некоторой ненулевой частоте. Приведя соответствующие графики, продемонстрируйте, что сигнал действительно *имеет сходство* с гармоническим колебанием соответствующей частоты.
4. Последовательность отсчетов дискретного сигнала конечной длительности зеркально перевернули во времени, то есть сформировали последовательность
   $$\{y(k)\} = \{x(N-1), x(N-2), \ldots, x(2), x(1), x(0)\}, \quad 0 \le k \le N-1,$$
   то есть $y(k) = x(N-1-k), \quad 0 \le k \le N-1.$

   Здесь N — число отсчетов сигнала. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
5. Спектр $X(\omega)$ некоторой дискретной последовательности $\{x(k)\}$ преобразовали следующим образом: $Y(\omega) = X(2\omega)$. Что представляет собой последовательность отсчетов $\{y(k)\}$? (Как она связана с последовательностью $\{x(k)\}$?)
6. Последовательность отсчетов дискретного сигнала бесконечной длительности инвертировали во времени, то есть сформировали последовательность $y(k) = x(-k)$. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
7. Амплитуда пульсаций аналогового сигнала, восстановленного согласно теореме Котельникова, возрастает как вблизи скачков, так и вблизи точек излома сигнала, однако в окрестностях скачков это возрастание оказывается существенно сильнее. Как это можно объяснить?
8. Дискретный сигнал подвергли амплитудной модуляции, то есть сформировали последовательность $y(k) = x(k)\cos(\omega_0 k)$, где ω_0 — некоторая несущая частота. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
9. У отсчетов сигнала с *нечетными* номерами изменили знак, после чего между всеми парами соседних отсчетов вставили по одному отсчету с нулевым значением, то есть сформировали последовательность следующего вида:
   $$y(k) = \begin{cases} x(k/2)(-1)^{k/2}, & k \text{ четно} \\ 0, & k \text{ нечетно} \end{cases}$$

   Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
10. Дискретный сигнал подвергли амплитудной модуляции, то есть сформировали последовательность $y(k) = x(k)\sin(\omega_0 k)$, где ω_0 — некоторая несущая частота. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
11. В бесконечном дискретном сигнале каждый отсчет продублировали два раза:
    $$\{y(k)\} = \{\ldots, x(-1), x(-1), x(0), x(0), x(1), x(1), x(2), x(2), \ldots\}$$

    Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
12. По отсчетам бесконечного дискретного гармонического сигнала $x(k) = A\cos(\omega\, k + \varphi_0)$, $-\infty < k < +\infty$, восстановили аналоговый сигнал в соответствии с теоремой Котельникова. Будет ли восстановленный сигнал являться гармоническим? Ответ обосновать.

13. Последовательность отсчетов дискретного сигнала бесконечной длительности сложили с этой же последовательностью, инвертированной во времени, то есть сформировали последовательность $y(k) = x(k) + x(-k)$. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)
14. Из последовательности отсчетов дискретного сигнала бесконечной длительности вычли эту же последовательность, инвертированную во времени, то есть сформировали последовательность $y(k) = x(k) - x(-k)$. Как при этом изменился спектр дискретного сигнала? (Необходимо выразить $Y(\omega)$ через $X(\omega)$)

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 2

1. Оценить по графику ФЧХ групповую задержку, вносимую фильтром в полосе пропускания.
2. Как примерно будет выглядеть график частотной зависимости групповой задержки, если изменить ФЧХ фильтра указанным образом?
3. Импульсная характеристика фильтра представляет собой сумму экспоненциально затухающих синусоидальных колебаний. Исходя из расположения нулей и полюсов функции передачи на комплексной плоскости, оценить период (в отсчетах) этих синусоидальных колебаний.
4. Как, исходя из расположения нулей и полюсов функции передачи на комплексной плоскости, можно оценить частоту среза ФНЧ?
5. Как будет примерно выглядеть АЧХ фильтра, если добавить пару нулей функции передачи в указанных точках z-плоскости?
6. Что произойдет с АЧХ фильтра, если заданным образом изменить расположение полюсов функции передачи на z-плоскости?
7. Что произойдет с импульсной и частотной характеристиками фильтра, если в формуле для его функции передачи произвести замену переменной $z \to z^2$?
8. Что произойдет с импульсной и частотной характеристиками фильтра, если у всех полюсов и нулей функции передачи поменять знак: $p_i \to -p_i$, $z_i \to -z_i$?
9. Что произойдет с импульсной и частотной характеристиками *комплексного* фильтра, если все полюсы и нули функции передачи заменить на комплексно-сопряженные: $p_i \to p_i^*$, $z_i \to z_i^*$?
10. Что произойдет с импульсной и частотной характеристиками фильтра, если в формуле для его функции передачи заменить z на $-z$?
11. Определить функцию передачи между двумя указанными точками структурной схемы фильтра.
12. Исходя из коэффициентов функции передачи фильтра, пояснить результаты, полученные при анализе сигналов внутри схемы, соответствующей канонической реализации фильтра.
13. Почему для канонической реализации пиковое значение внутренних состояний оказывается намного больше, чем для прямой схемы?
14. Получить функцию передачи для фильтра, представленного в пространстве состояний:
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}, D = 1.$$
15. Чему равна функция передачи для фильтра, представление которого в пространстве состояний задается преподавателем?
16. Как изменятся параметры пространства состояний, если внести в структурную схему фильтра указанные изменения?

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 3

1. Запишите матрицу ДПФ для $N = 4$.
2. Как вычислить энергию сигнала через его ДПФ?
3. Является ли монотонной зависимость энергии низкочастотной части сигнала от числа использованных гармоник? Ответ обосновать.
4. Можно ли найти такой сигнал $\{x(k)\}$ длиной N отсчетов, чтобы его ДПФ совпадало с самим сигналом, т. е. чтобы для всех n выполнялось равенство $\dot{X}(n) = x(n)$?
5. Длину дискретного сигнала увеличили в два раза путем двукратного дублирования каждого отсчета ($\{x(0), x(0), x(1), x(1), \ldots, x(N-1), x(N-1)\}$). Как изменятся результаты ДПФ?
6. Две синусоиды имеют частоты 300 Гц и 320 Гц. Частота дискретизации равна 10 кГц, длина сигнала 500 отсчетов. Как (примерно) будет выглядеть модуль ДПФ этого сигнала?
7. Две синусоиды имеют частоты 400 Гц и 450 Гц. Частота дискретизации равна 5 кГц, длина сигнала 200 отсчетов. Как (примерно) будет выглядеть модуль ДПФ этого сигнала?
8. Две синусоиды имеют частоты 500 Гц и 525 Гц. Частота дискретизации равна 10 кГц, к сигналу длиной 400 отсчетов добавлено столько же нулевых значений. Как (примерно) будет выглядеть модуль ДПФ этого сигнала?
9. Последовательность отсчетов $\{x(k)\}$ длиной N ($k = 0, 1, \ldots, \mathrm{N} - 1$) подвергли *прямому* ДПФ. К полученному результату еще раз применили *прямое* ДПФ. Чему будет равен результат? (Выразить его через $\{x(k)\}$)
10. Последовательность отсчетов $\{x(k)\}$ длиной N ($k = 0, 1, \ldots, \mathrm{N} - 1$) подвергли *обратному* ДПФ. К полученному результату еще раз применили *обратное* ДПФ. Чему будет равен результат? (Выразить его через $\{x(k)\}$)
11. Отсчеты последовательности $\{x(k)\}$ являются чисто мнимыми. Каким свойствами благодаря этому будет обладать его ДПФ?
12. Придумайте максимально эффективную (по числу арифметических операций) схему реализации ДПФ для $N = 3$. Сколько вещественных сложений/вычитаний и умножений она требует? (Считать, что вычитание — отдельная операция, по сложности эквивалентная сложению, так что операции умножения на минус единицу не требуются)
13. Как с помощью ДПФ можно получить N равномерно расположенных отсчетов спектра ($\dot{X}\left(j\frac{2\pi}{N}n\right)$, $n = 0, 1, \ldots, N - 1$) последовательности конечной длины, состоящей из $M > N$ отсчетов?
14. Запишите матрицу ДПФ для $N = 6$.
15. К спектральному отсчету $\dot{X}(N/2)$ прибавили единицу. Как изменится последовательность отсчетов $\{x(k)\}$, которой это ДПФ соответствует?

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 4

1. При сохранении всех требований к АЧХ синтезируемого ФНЧ (границы полос пропускания и задерживания, допустимые уровни пульсаций в полосах пропускания и задерживания) повышаем частоту дискретизации, на которой работает система. Что произойдет с требуемым порядком фильтра?
2. Как по графику АЧХ можно различить фильтры, синтезированные путем минимизации квадратической ошибки и минимаксным методом?
3. Чем отличаются параметры фильтров с симметричными (четная симметрия) импульсными характеристиками, у одного из которых в середине характеристики имеется *один* максимальный по величине отсчет, а у другого — *два одинаковых* отсчета максимального уровня?
4. Какие из синтезированных фильтров обеспечивают бесконечное затухание сигнала на частоте Найквиста и почему?
5. По графикам АЧХ определить, какими методами могли быть синтезированы данные фильтры.
6. Почему не для всех применений можно использовать рекурсивные фильтры?
7. Можно ли в нерекурсивном фильтре получить нулевой коэффициент передачи на частоте Найквиста?
8. Почему именно метод Ремеза дал минимальный порядок фильтра при синтезе нерекурсивных фильтров?
9. При каких условиях фильтр Чебышева второго рода будет иметь нулевой коэффициент передачи на частоте Найквиста?
10. При каких условиях эллиптический фильтр будет иметь нулевой коэффициент передачи на частоте Найквиста?
11. Получить формулу для бесконечной ИХ идеального дискретного ФВЧ (ФЧХ считать равной нулю на всех частотах).
12. Получить функцию передачи, структурную схему и ИХ дискретного фильтра, полученного билинейным преобразованием *дифференцирующей RC*-цепочки.
13. При синтезе нерекурсивного ФНЧ по минимаксному критерию используется весовая функция, равная 1 в полосах пропускания и задерживания и нулю в переходной зоне между ними. Как повлияет изменение ширины этой переходной зоны на величину пульсаций АЧХ получаемого фильтра?
14. Получить формулу для бесконечной ИХ *комплексного* фильтра с идеальной *односторонней* полосой пропускания с шириной, равной половине частоты Найквиста (коэффициент передачи равен единице на частотах от 0 до $\pi/2$, и нулю на отрицательных частотах от $-\pi$ до нуля и на положительных частотах от $\pi/2$ до $+\pi$).
15. Какие типы симметрии (I, II, III, IV) могут иметь нерекурсивные фильтры, синтезируемые в данной лабораторной работе?
16. Какими методами могли быть синтезированы эти два нерекурсивных фильтра:
    - а) ФНЧ имеет пульсации, уровень которых как в полосе пропускания, так и в полосе задерживания возрастает при приближении к частоте среза;
    - б) ФНЧ имеет пульсации, величина которых в пределах полосы пропускания и в пределах полосы задерживания постоянна (хотя их величина в этих двух полосах не обязательно совпадает)?
17. Исходя из значений A_{PASS} и A_{STOP}, вычислить теоретическое значение весового коэффициента W_{STOP} для использования в минимаксном алгоритме синтеза (считать, что $W_{\mathrm{PASS}} = 1$). Сопоставить его с экспериментально подобранным значением.
18. Какое из требований A_{pass} и A_{stop} является более жестким? Проиллюстрируйте ответ результатами синтеза фильтра оконным методом.

Контрольные вопросы к лабораторной работе № 5

1. Объясните различия вида корреляционной функции и спектральной плотности мощности шума квантования для гармонических сигналов с разной частотой.
2. Как изменяются распределение вероятности, корреляционная функция и спектральная плотность мощности шума квантования, если уменьшить число уровней квантования при сохранении неизменной частоты гармонического сигнала?
3. Для какого из исследованных сигналов теоретические предположения о свойствах шума квантования выполняются лучше всего?
4. Квантованию с большим числом уровней (например, 256), подвергаются два гармонических сигнала с частотами $\omega_1 = \pi/6 \approx 0{,}5236$ рад/отсчет и $\omega_2 = 0{,}5$ рад/отсчет. В чем будут состоять различия в распределении вероятности, корреляционных функциях и спектрах шума квантования в этих двух случаях?
5. Объясните на качественном уровне, как примерно должны располагаться уровни неравномерного квантования для гармонического сигнала, если необходимо минимизировать *среднюю мощность* (дисперсию) шума квантования.
6. Изобразите структурную схему исследуемого в лабораторной работе фильтра (прямая форма реализации без разбиения на секции), произведя при этом масштабирование его коэффициентов, чтобы все они лежали в диапазоне −1…+1. Считая, что коэффициенты представляются в формате 1.7, найдите коэффициент, относительная погрешность представления для которого оказывается максимальной, и определите эту относительную погрешность.
7. Изобразите структурную схему исследуемого в лабораторной работе фильтра (прямая форма реализации без разбиения на секции) и определите, какое количество разрядов целой части (включая знаковый разряд) необходимо обеспечить на выходе каждой операции умножения для того, чтобы при работе фильтра не возникало переполнений. Считать, что значения входного и выходного сигналов лежат в диапазоне −1…+1.
8. Рекурсивный цифровой фильтр представлен в виде каскада секций второго порядка. Зависит ли собственный шум округления на выходе фильтра от порядка включения секций?
9. Сопоставить измеренное и теоретическое значение дисперсии шума квантования для указанного преподавателем сигнала.
10. Объяснить вид гистограммы шума квантования (ее форму и место расположения пиков на горизонтальной оси) для случая гармонического сигнала при указанном преподавателем шаге квантования.
11. Объяснить вид КФ шума квантования (положение боковых пиков КФ на горизонтальной оси) для случая гармонического сигнала при указанном преподавателем шаге квантования.