

Цифровая обработка сигналов

Домашнее задание № 2, методика решения задач

Задача № 1

Решение данной задачи сводится к расчету числа операций для всех возможных размерностей БПФ и поиску минимума в получившемся наборе значений.

Предположения, используемые при расчете числа операций, уже приведены в тексте условия задачи:

- Размерность БПФ N_{FFT} может быть равна только степени двойки.
- Число операций, необходимое для выполнения БПФ, равно $N_{\text{FFT}} \log_2(N_{\text{FFT}})$.
- ДПФ импульсной характеристики фильтра (необходимого размера) рассчитывается заранее, этот расчет не дает вклада в общее число операций.
- Перемножение спектров дает в общее число операций вклад, равный числу необходимых умножений.
- Суммирование блоков (в случае перекрытия с суммированием) дает в общее число операций вклад, равный числу необходимых сложений.
- Число операций при фильтрации во временной области равно числу необходимых умножений.

Дополнительно необходимо обратить внимание на следующее:

- Минимальный рассматриваемый размер БПФ определяется удвоенной длиной импульсной характеристики фильтра ($N_{\text{FFT min}} > 2L$).
- Максимальный рассматриваемый размер БПФ определяется длиной выходного сигнала ($N_{\text{FFT max}} \geq M + L - 1$).
- Получаемые результаты будут зависеть от способа реализации блочной обработки (перекрытие с суммированием или перекрытие с накоплением).
- При использовании перекрытия *с накоплением* дополнение входного сигнала нулями при вычислении свертки с помощью БПФ делать *не нужно* (размер БПФ равен длине фильтруемого блока входного сигнала).
- При блочном вычислении свертки последний блок будет содержать некоторое количество нулевых отсчетов сигнала. Несмотря на наличие этих нулей, обработка последнего блока потребует такого же числа операций, как и для предыдущих блоков, целиком заполненных отсчетами сигнала.

В принципе, может оказаться, что блочная обработка с использованием БПФ не дает выигрыша по сравнению с «обычной» реализацией фильтрации во временной области, так что коэффициент выигрыша окажется меньше единицы.

Задача № 2

Решение данной задачи включает в себя следующие этапы:

1. Расчет частоты среза аналогового фильтра-прототипа ω_0 с учетом трансформации частотной оси при билинейном преобразовании.
2. Собственно билинейное преобразование, то есть замена переменной p в функции передачи аналогового фильтра (формула была приведена на лекции).
3. Приведение полученной функции передачи дискретного фильтра к стандартному виду (в виде отношения полиномов от z^{-1} , свободный член знаменателя равен единице).
4. Построение в общих координатных осях графиков АЧХ аналогового и дискретного фильтров в частотном диапазоне от нуля до частоты дискретизации.

Задача № 3

Основные необходимые предположения уже приведены в тексте условия задачи:

- Границы переходной полосы расположены симметрично относительно частоты среза идеального ФНЧ.

- При синтезе нерекурсивного фильтра оконным методом максимальные абсолютные отклонения АЧХ от заданной одинаковы в полосах пропускания и задерживания.

Дополнительно необходимо обратить внимание на следующее.

1. В условиях задачи одновременно заданы требования и к неравномерности АЧХ в полосе пропускания, и к подавлению сигнала в полосе задерживания. Поскольку отклонения АЧХ от заданной в полосах пропускания и задерживания считаются одинаковыми, параметры для расчета фильтра должны выбираться исходя из более жесткого требования, то есть из того отклонения, которое окажется меньше. Соответственно, во второй полосе частот требования к фильтру будут перевыполнены. Этим объясняется необходимость расчета итоговых значений неравномерности АЧХ в полосе пропускания и подавления сигнала в полосе задерживания. Одно из этих значений (то, которое оказалось более жестким требованием) останется таким же, как в условии задачи. Второе значение окажется изменено в сторону ужесточения требований (уменьшена неравномерность в полосе пропускания либо увеличено подавление сигнала в полосе задерживания).

Пример. Если после перевода требований к АЧХ из децибелов в абсолютные величины отклонений оказалось, что в полосе пропускания АЧХ должна лежать в пределах $1 \pm 0,025$ ($d_{\text{PASS}} = 0,025$), а максимально допустимое значение АЧХ в полосе задерживания составляет 0,012 ($d_{\text{STOP}} = 0,012$), это означает, что в полосе задерживания требования к АЧХ фильтра являются более жесткими, и именно они будут определять параметр окна Кайзера β и порядок фильтра N . В полосе пропускания требования окажутся перевыполнены, так что АЧХ будет лежать примерно в диапазоне $1 \pm 0,012$ (значение d_{PASS} будет уменьшено до 0,012).

2. Значение неравномерности АЧХ в полосе пропускания A_{PASS} обозначает *полный размах* пульсаций АЧХ, поэтому, если отклонение АЧХ от единицы обозначить как d_{PASS} ,

получим $A_{\text{PASS}} = 20 \log_{10} \frac{1+d_{\text{PASS}}}{1-d_{\text{PASS}}}$, отсюда необходимо выразить d_{PASS} .

Последовательность этапов решения задачи:

1. Расчет нормированной частоты среза идеального ФНЧ ω_0 (в радианах на отсчет).
2. Пересчет требований к АЧХ из децибелов в абсолютные значения отклонений АЧХ от заданной.
3. Сравнение полученных отклонений в полосах пропускания и задерживания и выбор меньшего значения (то есть более жесткого требования).
4. Пересчет того отклонения, которое по результатам выполнения предыдущего пункта оказалось уменьшенным, в требования к АЧХ (неравномерность в полосе пропускания или подавление сигнала в полосе задерживания), выраженные в децибелах.
5. Расчет параметра окна Кайзера β (формула была приведена на лекции).
6. Расчет порядка фильтра N (формула была приведена на лекции, дробные значения следует округлять вверх).

Производить собственно синтез фильтра в данной задаче не требуется. При желании для проверки правдоподобности результатов можно использовать следующий код MATLAB:

```
b = fir1(N, f0, kaiser(N+1, beta), 'noscale');
fvtool(b)
```

Здесь **N** — порядок фильтра, **f0** — частота среза идеального ФНЧ, *нормированная к частоте Найквиста* (обратите внимание — требуемая здесь единица измерения отличается от той, которая используется для представления результатов решения задачи), **beta** — параметр окна Кайзера, **b** — вектор коэффициентов фильтра.

При проверке следует помнить, что расчет параметров приводится по приближенным формулам, поэтому требования к фильтру в результате синтеза оконным методом будут выполнены лишь приблизительно.