



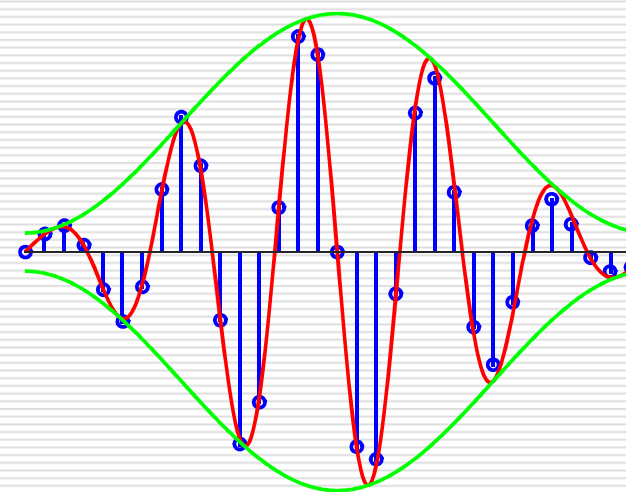
*Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
Кафедра теоретических основ
радиотехники*



ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Тема 5

Эффекты квантования (Лекция 2)

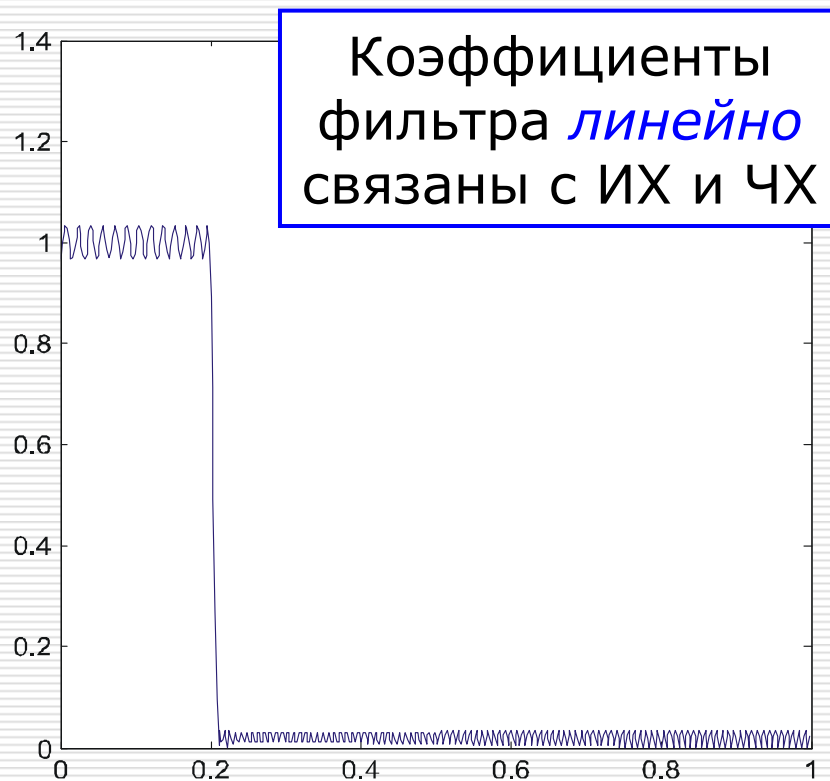


Эффекты квантования в цифровых фильтрах

- ❑ Погрешности представления коэффициентов
- ❑ Округление промежуточных результатов
- ❑ Переполнения
- ❑ Предельные циклы

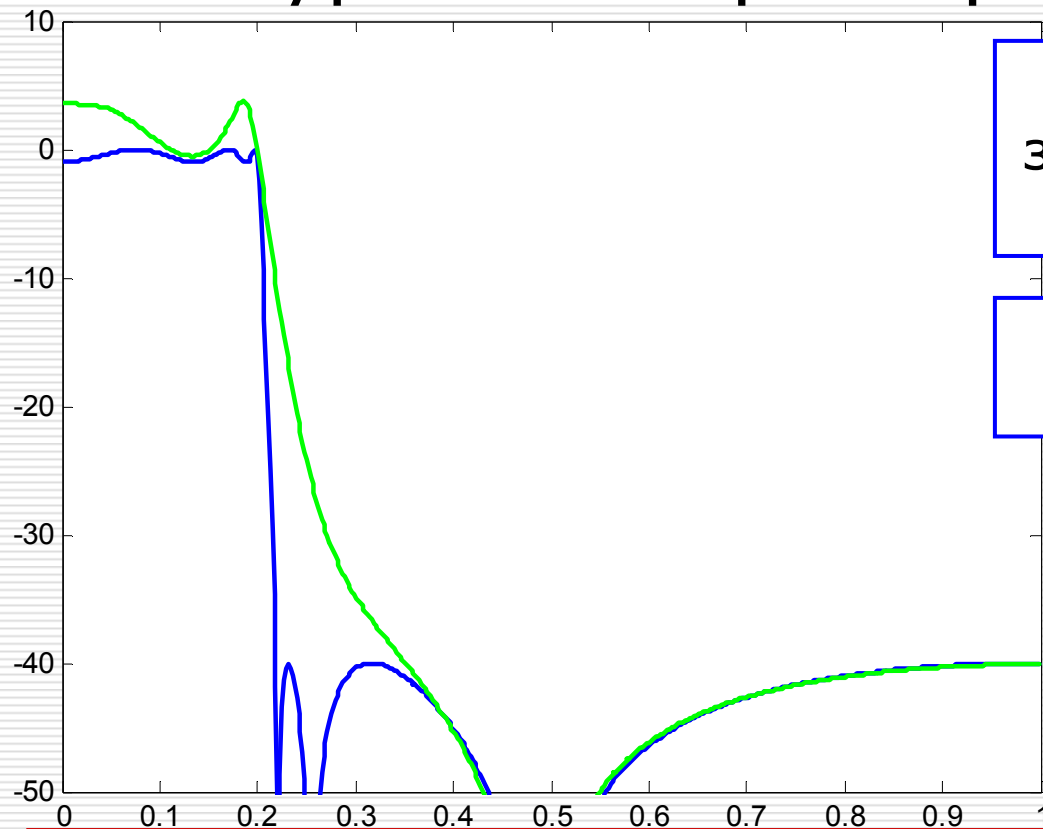
Погрешности представления коэффициентов цифровых фильтров

□ Нерекурсивные фильтры



Погрешности представления коэффициентов цифровых фильтров

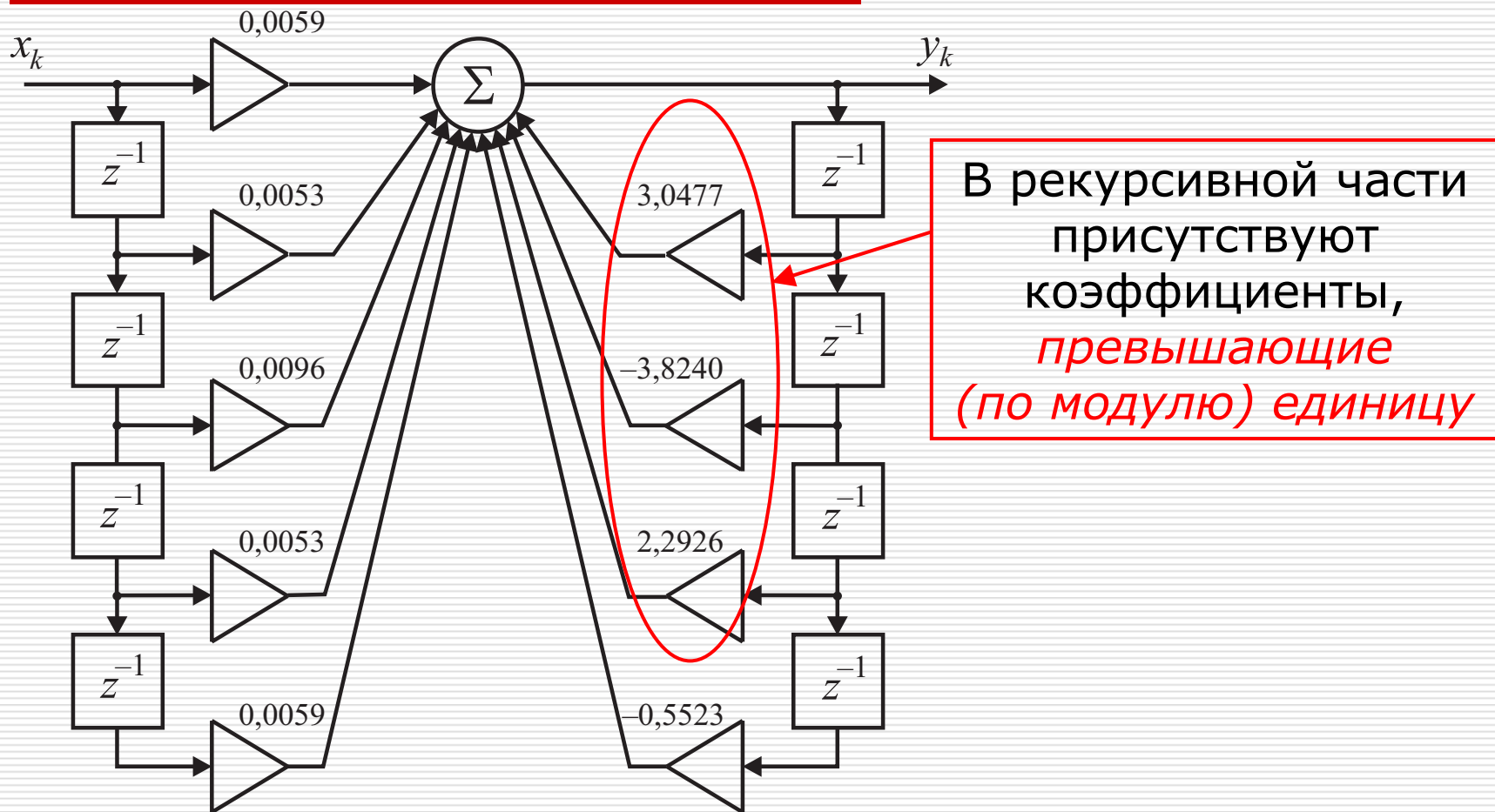
□ Рекурсивные фильтры



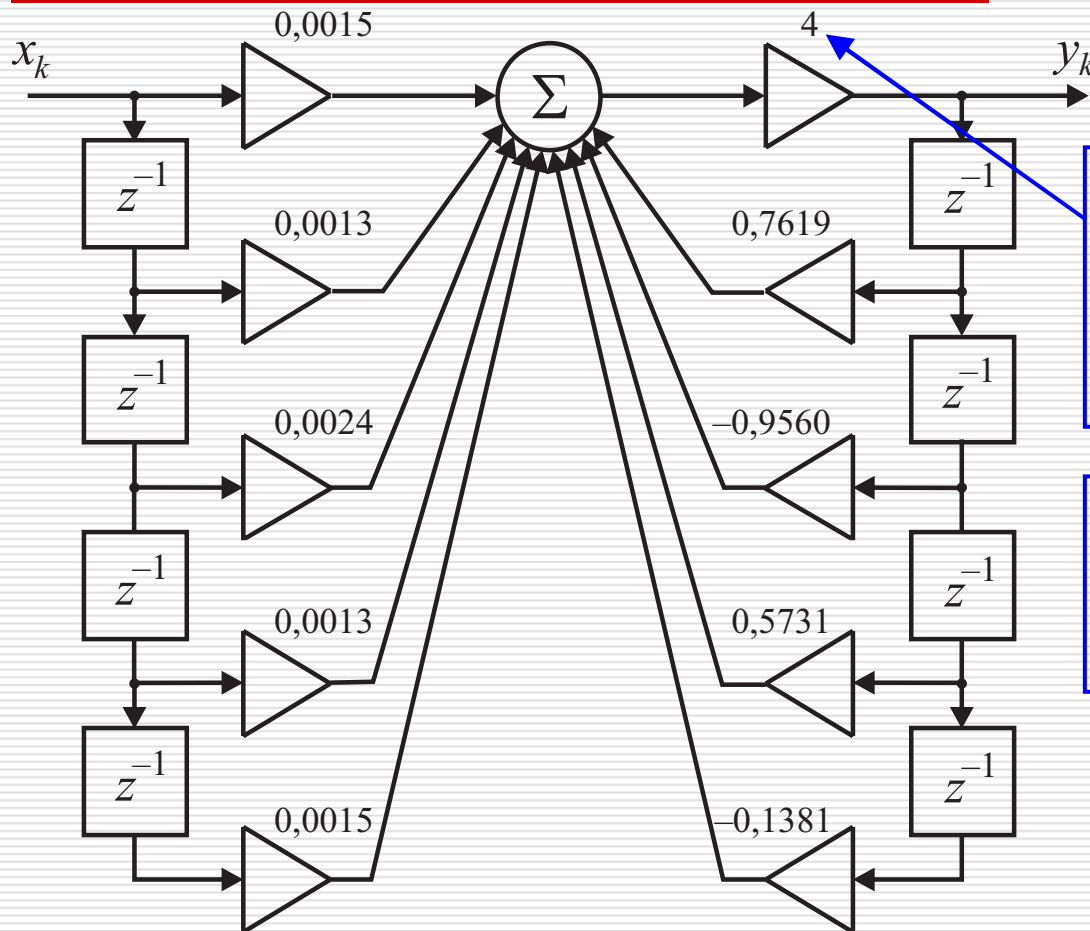
Коэффициенты
знаменателя *нелинейно*
связаны с ИХ и ЧХ

Возможны существенные
искажения ЧХ

Масштабирование коэффициентов цифровых фильтров



Масштабирование коэффициентов цифровых фильтров

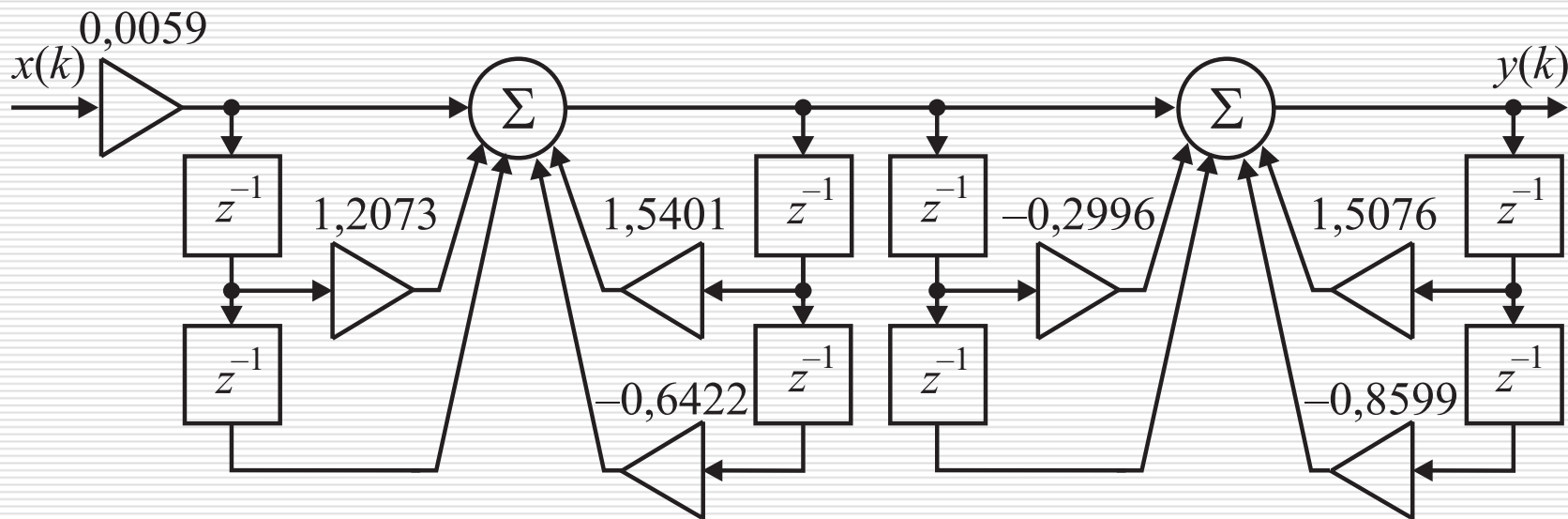


Умножение
на степень двойки
реализуется **сдвигом**
двоичного числа

Все коэффициенты
приведены
к диапазону **-1...+1**

Квантование коэффициентов — влияние формы реализации фильтра

- Реализация в виде *секций второго порядка*
 - Уменьшаются значения коэффициентов в рекурсивных частях секций (так как $|a_1| < 2$, $|a_2| < 1$)
 - Снижаются потери точности при масштабировании



Переполнения в цифровых фильтрах

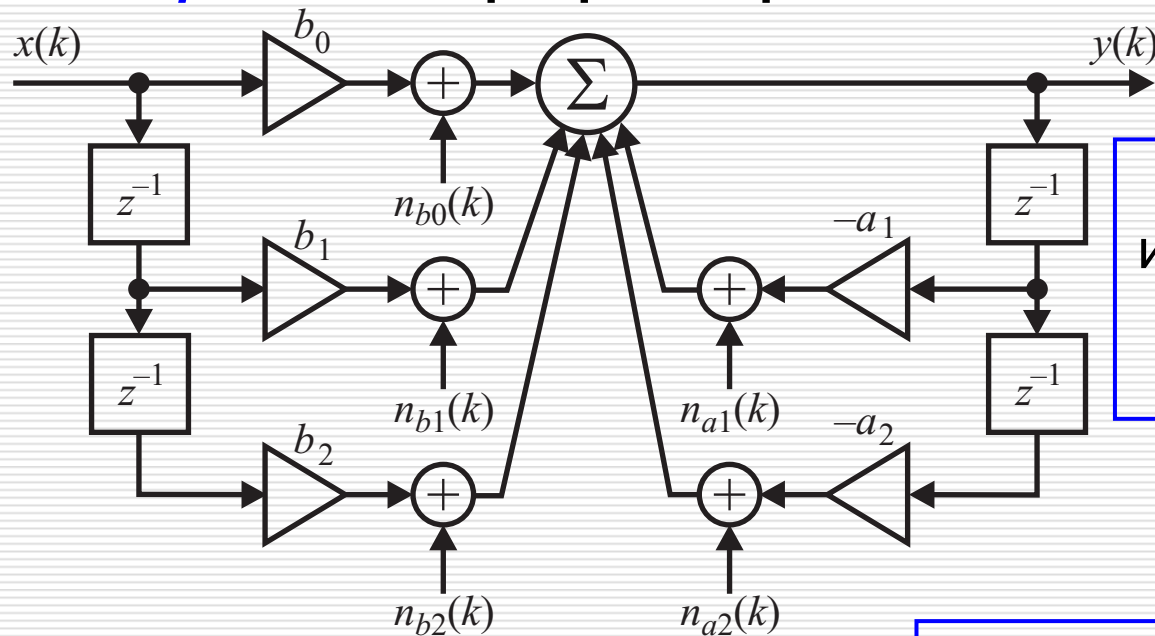
- ❑ Переполнение — выход результатов вычислений за пределы *диапазона представимых чисел*
- ❑ Из-за переполнений цифровой фильтр становится существенно *нелинейным*
- ❑ Два режима обработки переполнений
 - *Отбрасывание* старших разрядов (*wrap*)
 - *Насыщение* (*saturate*)

Собственный шум цифрового фильтра (шум округления)

- Вычисления с фиксированной запятой
 - При операциях *сложения* необходимости в округлении не возникает
 - Возможно только *переполнение*
 - При операциях *умножения* увеличивается число знаков *после запятой*
 - Необходимо *округление*
- По свойствам шум округления аналогичен шуму квантования

Собственный шум цифрового фильтра (шум округления)

□ Прямая форма реализации фильтра



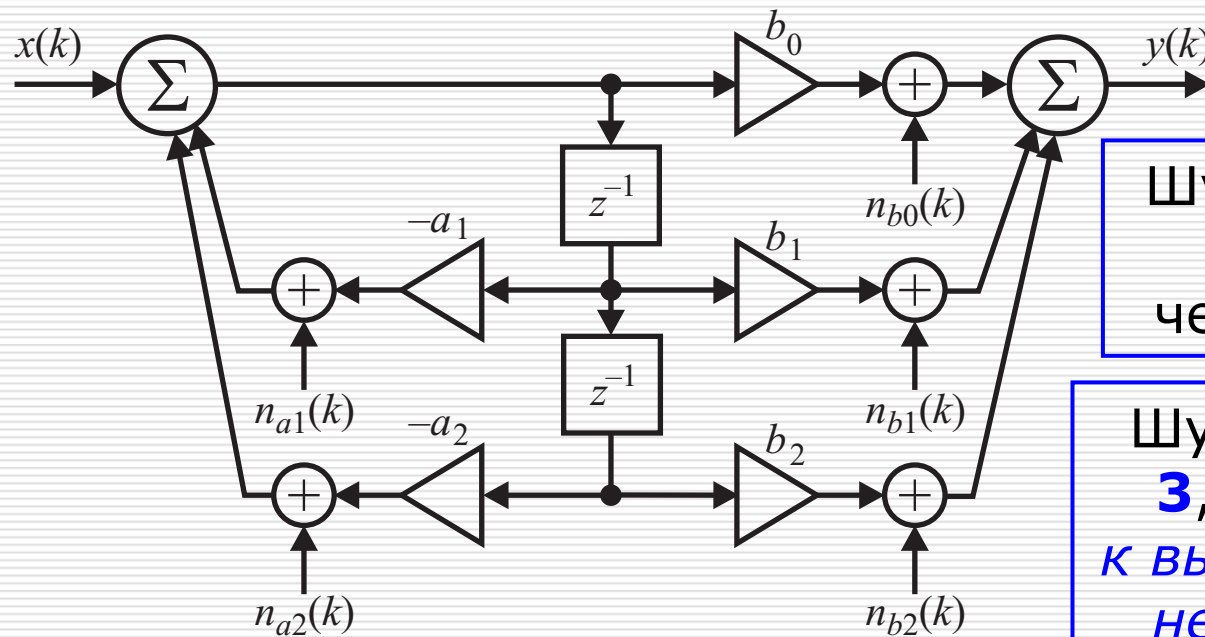
Шум от всех источников проходит через *рекурсивную* часть фильтра

СПМ собственного шума:

$$W_n(\omega) = \frac{5W_{n0}}{|1 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-j2\omega}|^2}$$

Собственный шум цифрового фильтра (шум округления)

□ *Каноническая* форма реализации фильтра



Шум от источников **1** и **2** проходит через *весь* фильтр

Шум от источников **3, 4, 5** приложен *к выходу* и фильтром *не преобразуется*

СПМ собственного шума:

$$W_n(\omega) = W_{n0} \left(3 + 2 |\dot{K}(\omega)|^2 \right)$$

Предельные циклы

- Проявление: неустойчивое поведение устойчивого фильтра
- Разновидности:
 - Циклы *низкого* уровня: свободные колебания *затухают*, но *не доходят до нуля*
 - **Причина:** ошибки *округления* промежуточных результатов
 - Циклы *высокого* уровня: из-за возникающих при работе *переполнений* после обнуления входного сигнала на выходе могут присутствовать *колебания с большой амплитудой*
 - **Причина:** нелинейные эффекты при *переполнении*

Предельные циклы

□ Пример цикла низкого уровня

- Фильтр: $y(k) = x(k) + 0,95 y(k-1)$
- Входной сигнал: $x(k) = 0$ при $k \geq 1$
- Начальное состояние: $y(0) = 13$

□ Точный расчет переходного процесса

- $y(1) = 0,95 y(0) = 0,95 \times 13 = 12,35$
- $y(2) = 0,95 y(1) = 0,95 \times 12,35 = 11,7325$
- $y(3) = 0,95 y(2) = 0,95 \times 11,7325 = 11,145875$
- $y(4) = 0,95 y(3) = 0,95 \times 11,145875 = 10,58858125$
- $y(5) = 0,95 y(4) = 0,95 \times 10,58858125 = 10,0591521875$
- ... $y(k) \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$

Предельные циклы

□ Целочисленный формат внутреннего состояния

■ Фильтр ($[]$ — округление): $y(k) = [x(k) + 0,95 y(k-1)]$

■ Входной сигнал: $x(k) = 0$ при $k \geq 1$

■ Начальное состояние: $y(0) = 13$

□ Переходный процесс

■ $y(1) = [0,95 y(0)] = [0,95 \times 13] = [12,35] = 12$

■ $y(2) = [0,95 y(1)] = [0,95 \times 12] = [11,4] = 11$

■ $y(3) = [0,95 y(2)] = [0,95 \times 11] = [10,45] = 10$

■ $y(4) = [0,95 y(3)] = [0,95 \times 10] = [9,5] = 10$

■ $y(5) = [0,95 y(4)] = [0,95 \times 10] = [9,5] = 10$

■ ... $y(k) = 10$ при $k \geq 3$

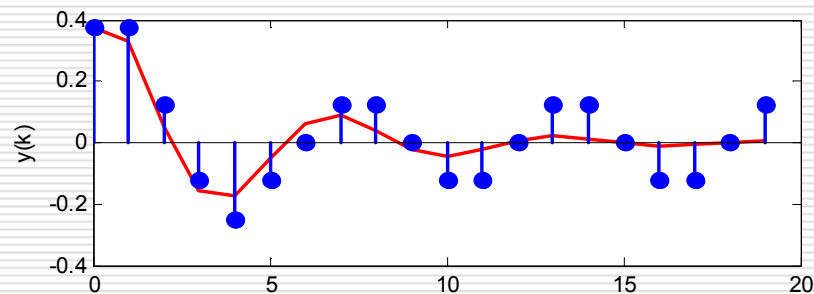
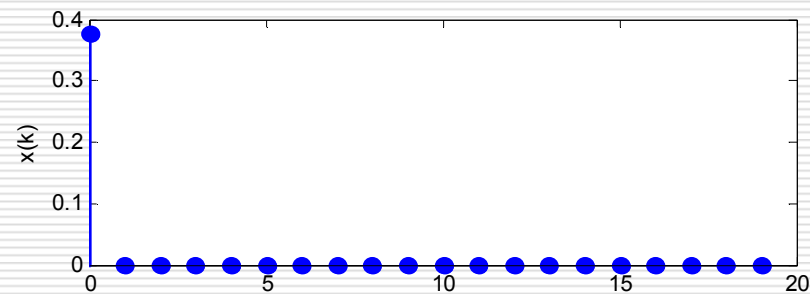
Простейший
предельный
цикл
с периодом 1

Предельные циклы — более сложный пример

□ $y(k) = x(k) + 7/8 y(k-1) - 5/8 y(k-2)$

□ Формат 1.3, режим переполнений — *wrap*

$\{x(k)\} = \{3/8, 0, 0, \dots\}$



$\{x(k)\} = \{-6/8, -5/8, 0, 0, \dots\}$

