## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ «СЛЕПОГО» РАЗДЕЛЕНИЯ СИГНАЛОВ

## А. Н. Подвительский

Слепое разделение сигнала (Blind Signal Separation) или как его еще называют слепое разделение источников получило огромный толчок в развитии за последние 8–10 лет из-за потенциальной возможности с помощью его методов разрешить проблемы, над которыми настойчиво работают уже не первое десятилетие многие ведущие исследователи в области обработки сигналов. Области, в которых нашли свое применение методы BSS — это, прежде всего, системы выделения и распознавания речи, системы телекоммуникаций, системах обработки данных в медицинских приборах.

Цель BSS состоит в том, чтобы возвратить из наблюдаемых с помощью некоторых датчиков данных, которые являются смесью исходных, независимых источников, эти самые исходные сигналы.

Все методы «слепого» разделения сигналов можно разделить на два больших класса: методы, работающие с данными во временной области, и методы, работающие с данными в частотной области.

Обратимся к первому классу методов. Рассмотрим вектор:

$$\vec{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), ..., s_M(t)]^T$$
 (1)

состоящий из M сигналов-источников  $s_i(t)$ , которые представляют собой набор дискретных значений, имеют нулевое математическое ожидание и между собой взаимно независимы.

Вектор  $\vec{x}(t) = \left[x_1(t), x_2(t), ..., x_N(t)\right]^T$  определяется в любой момент времени t как:

$$\vec{x}(t) = A\vec{s}(t) \tag{2}$$

где A – матрица размерности  $N \times M$  .

Цель — найти такое линейное преобразование W зависимых сигналов датчиков (микрофонов)  $\vec{x}$ , которое делает выходы такой системы независимыми насколько это возможно:

$$\vec{u}(t) = W\vec{x}(t) = WA\vec{s}(t) \tag{3}$$

где вектор  $\vec{u}(t)$  является оценкой искомых источников  $\vec{s}(t)$  .

Здесь допускается, что смешивание происходит мгновенно, и никаких временных задержек нет. Случай мгновенного смешивания рассматрива-

рассматривается тогда, когда различием во времени прибытия сигналов на каждый датчик можно пренебречь. В противном случае в систему разделения вводят элементы задержки по времени.

Величина, определяющая степень независимости компонент вектора, может быть выражена [1]:

$$I(\vec{x}) = \int p(\vec{x}) \log \left( \frac{p(\vec{x})}{\prod\limits_{i=1}^{N} p_i(x_i)} \right) dx = D\left( p(\vec{x}) \| \prod_{i=1}^{N} p_i(x_i) \right)$$
(4)

Для такой линейной модели разделения сигналов принимаются следующие предположения:

- 1) число источников сигналов не должно превышать число датчиков (микрофонов).
- 2) искомые источники сигналов  $\vec{s}(t)$  в каждый конкретный момент времени взаимно независимы. Данное допущение является основным и может быть выражено:

$$p(\vec{s}(t)) = \prod_{i=1}^{M} p_i(s_i(t))$$
(5)

3) за исключением максимально допустимого уровня, датчики не вносят в систему дополнительного шума. Это условие необходимо, так как величина (4) может быть сведена к минимуму только при малом уровне шума. Дополнительно, шум можно рассматривать как дополнительный источник сигнала, поэтому если при данном условии система удовлетворяет первому допущению, то этот шум может быть отделен от смешанных данных.

Было разработано множество алгоритмов, основная цель которых – минимизация величины (4). Но у всех у них есть общие недостатки: это в первую очередь работа с данными очень большой размерности, соответственно и достаточно большое время выполнения этих алгоритмов, да и результаты, полученные при помощи этих методов, оставляли желать лучшего. Это заставило обратиться к алгоритмам, работающим в частотной области.

Алгоритм, результаты работы которого оказались наилучшими, получил название DUET (Degenerate Unmixing Estimation Technique). Этот алгоритм позволяет на основании данных, полученных от двух микрофонов, восстанавливать произвольное число источников. Но, в силу своей специфики, чем большее число источников нужно восстановить, тем хуже этот алгоритм работает.

Рассмотрим алгоритм DUET более подробно. Для системы, состоящей из двух микрофонов и K источников, смешанные сигналы, поступающие в микрофоны, запишем в виде [2]:

$$x_{1}(n) = \sum_{j=1}^{K} s_{j}(n)$$
 (6)

$$x_{2}(n) = \sum_{j=1}^{K} a_{j} s_{j} (n - \delta_{j})$$
 (7)

где  $x_1$ ,  $x_2$  — дискретны и представляют собой одномерные массивы длиной N с частичными перекрытиями, содержащие временные отсчеты сигналов, поступающих в микрофоны.  $s_1$ ,  $s_2$  — независимые источники сигналов во временной области.

Далее, используя оконную функцию W и быстрое преобразование Фурье, получим смешанные сигналы в частотной области [2]:

$$x_{1,2}^{\theta}(n) = W(n)x_{1,2}(n) \tag{8}$$

$$X_{1,2}(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x_{1,2}^{\theta}(n) e^{-i2\pi n\omega/N}$$
(9)

где  $X_{1,2}(\omega)$  — матрица, содержащая частотные компоненты смешанных сигналов. Так как  $x_{1,2}(n)$  состоит из смеси искомых, независимых источников  $s_j(n)$ , то применение быстрого преобразования Фурье к смешанным сигналам означает его применение и к источникам (6), (7). Используя это, а также выражения (8), (9), можно записать [3]:

$$\begin{bmatrix} X_1(\omega) \\ X_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a_j e^{-i\omega\delta_j} \end{bmatrix} S_j(\omega)$$
 (10)

Алгоритм DUET основан на базовом предположении, что все независимые источники имеют в любой момент времени редкий, разбросанный частотный спектр. Это в свою очередь значит, что каждая частотная компонента смешанного сигнала связана только с одним независимым источником.

Математически это свойство может быть описано [2]:

$$S_i(\omega)S_j(\omega) = 0$$
 для  $\forall i, j$  где  $i \neq j$  (11)

Введем величину [3]:

$$\rho_j(\omega) = \frac{1}{1 + a_j^2} \left| X_1(\omega) a_j e^{i\omega \delta_j} - X_2(\omega) \right|^2$$
 (12)

Можно заметить, что для любого независимого источника j есть функция  $\rho_j(\omega)$  равная нулю для всех частот, которые принадлежат j-му источнику. Математически это можно записать так:

$$\rho_j(\omega) = 0$$
, для  $\forall \omega \in S_j(\omega)$  (13)

Было доказано, что наше предположение (10) является наиболее вероятным, если параметры  $a_j$ ,  $\delta_j$  удовлетворяют следующему условию [3]:

$$\min_{a_1, \delta_1, \dots, a_K, \delta_K} \sum_{\omega} \min(\rho_1(a_1, \delta_1, \omega), \dots, \rho_K(a_K, \delta_K, \omega))$$
 (14)

Далее, с помощью градиентного метода находились параметры  $a_j$ ,  $\delta_j$ .

Согласно выражению (13), нам известно, что  $p_j(\omega)$  – принимает минимальное значение для любой частоты, которая принадлежит независимому источнику  $s_j$ . Если это не так, то это значит, что данная частота принадлежит другому источнику. Исходя из этого, можно создать следующую маску [2]:

$$\Omega_{j}(\omega) = \begin{cases}
1 & \rho_{j}(\omega) \le \rho_{m}(\omega) & \forall m \ne j \\
0 & \rho_{j}(\omega) > \rho_{m}(\omega) & \forall m \ne j
\end{cases}$$
(15)

Далее, спектр каждого источника восстанавливается по формуле [2]:

$$\hat{S}_{j}(\omega) = \Omega_{j}(\omega) X_{1}(\omega) \tag{16}$$

Используя обратное преобразование Фурье, получаем искомые источники во временной области [2]:

$$\hat{s}_{j}^{\theta}(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{S}_{j}(\omega) e^{i\frac{2\pi n}{N}\omega}$$

$$\tag{17}$$

Как уже отмечалось, результаты, показанные алгоритмом DUET, оказались значительно лучше, чем результаты использования основных алгоритмов, работающих во временной области. К тому же алгоритм DUET работает в среднем в 27 раз быстрее. К дополнительным преимуществам этого алгоритма можно отнести и то, что благодаря специфике своей реализации он позволяет разделять источники в режиме реального времени.

#### Литература

1. Lee T-W, Girolami M., Bell A. J. and Sejnowski T. J. A Unifying Information-theoretic Framework for Independent Component Analysis //Computers & Mathematics with Applications, Vol 31 (11), 1–21, March 2000.

- 2. Gavelin R., Klomp H., Priddle C., Uddenfeldt M. Blind Source Separation Report for Adaptive Signal Processing Project //Department of Engineering Sciences, Uppsala University, Sweden, June, 2004.
- 3. *Rickard S., Balan R., Rosca J.* Real-Time Time-Frequency Based Blind Source Separation //ICA2001 Conference, San Diego, CA, December 2001.

# ДИНАМИКА ПЛАЗМЕННЫХ ДЖЕТОВ В МАГНИТОСФЕРАХ СВЕРХМАССИВНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

### А. Л. Поплавский

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Из наблюдаемого многообразия галактик ( $\sim 10^{-0.5}~{\rm Mnk}^{-3}$ ), в 7% ( $\sim 10^{-1.7}$ Мпк<sup>-3</sup>) происходят активные процессы, природа которых остается не до конца изученной в настоящее время [1]. К таким процессам относятся: мощное нетепловое электромагнитное излучение в широком диапазоне спектра, выбросы и ускорение плазмы из центральных областей, излучение космических лучей высоких энергий и др. Активность галактических ядер связана с наличием в их динамических центрах сверхмассивных черных дыр масс  $\sim 10^6 - 10^9 \, \mathrm{M}_{\odot}$ , существование которых в настоящее время доказано экспериментально [1, 2]. Одним из наиболее загадочных проявлений активности являются джеты - высоко коллимированные ультрарелятивистские выбросы плазмы из центральных областей аккреционных дисков. Несмотря на многочисленные попытки объяснения этого явления [3], не существует теории или даже самосогласованной модели, которая могла бы объяснить причины ускорения джетов в близких окрестностях сверхмасивных черных дыр. Построение такой модели является целью данной работы.

#### 2. СТРУКТУРА МАГНИТОСФЕРЫ

Основой для построения модели ускорения джетов являются три положения:

- генерация электромагнитного поля в аккреционном диске вследствие эффекта гидромагнитного динамо,
- ускорение плазмы в эргосфере центральной черной дыры со спином  $a \sim 1$ ,
- разделение электромагнитным полем зарядов плазмы вблизи горизонта событий, справедливость которых в настоящее время доказана экспериментально [1,4].