

Санкт-Петербургский государственный университет  
Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем

Тонких Артем Андреевич

Разработка системы для оценивания  
характеристик разнородных объектов  
по акустическим данным

Отчёт по производственной практике (научно-исследовательской  
работе)

Научный руководитель  
д.ф.-м.н., профессор, О.Н.Граничин

Санкт-Петербург  
2022

# Оглавление

Введение . . . . .	2
Постановка задачи . . . . .	2
Обзор решений . . . . .	3
Формулировка модели подхода решения . . . . .	3
Распараллеливание решения . . . . .	4
Применение к акустическим данным . . . . .	5
Заключение . . . . .	9
Список литературы . . . . .	9

# Введение

Решение обратных задач по акустическим данным — один из известных методов медицинского обследования, сейсморазведки, дефектоскопии. Самым известными применениями являются ультразвуковое исследование (УЗИ) внутренних органов, поиск месторождений полезных ископаемых, дефектоскопия изделий на поиск внутренних трещин. Этот метод намного быстрее других, например, на приеме у врача результаты УЗИ можно получить в тот же день. Также такая диагностика дешевле, например, в сейсморазведке не нужно будет зря тратить время и деньги на разведывательные раскопки и бурение скважин.

При обработке акустических данных требуется найти такое поле скорости звука в исследуемой области, которое как можно лучше приближает экспериментальные и расчётные данные. Поиск распределения включает такие этапы: с текущим полем скорости звука решается волновое уравнение; после решения уравнения извлекаются диаграммы сигналов, полученные на датчиках (приемниках); минимизируется функционал ошибки, который представляет разницу экспериментальных данных и расчётных. Минимизация функционала осуществляется методом Левенберга — Марквардта, применяющийся для метода наименьших квадратов.

Работа совершается в сотрудничестве с Китайской Ультразвуковой Лабораторией.

## Постановка задачи

Цель работы: разработка системы для решения обратных задач по акустическим данным.

Задачи работы:

- обзор существующих решений;
- формулировка модели ;

- распараллеливание решения;
- применение к обработке акустических данных.

## Обзор решений

При моделировании ультразвуковых волн и сигналов используются разные подходы [1, 6 – 8, 10]: отраженная волна, сквозная волна, затухающая волна.

В работах [1] и [6] используются подходы отраженных и сквозных волн. Но вместо волнового уравнения в этих работах решается система уравнений эйконала. Таким образом моделируется не фронт волны, а направляющие векторы волнового фронта. Каждый вектор направлен от излучателя в каждый приемник. Такой подход имеет большой недостаток: каждый луч моделируется по отдельности, что выливается в проблему затрат большого количества времени.

Ещё один недостаток подхода в работе [1]: проводился поиск распределения скорости звука с уже известным расположением интересных областей, а не всей области в целом.

## Формулировка модели подхода решения

В данной работе предлагается изменить подход: разбить всю область на ячейки, в каждой ячейке будет своя собственная скорость звука. Далее, испуская сигнал, в каждый момент времени будет решаться волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2(x, y) \cdot \Delta u,$$

по нему определяется волновое поле в каждый момент времени. Решение уравнения реализовано численной схемой, описанной в [2].

Вся исследуемая область разбивается равномерной сеткой  $1000 \times 1000$ . После определения сгенерированных диаграмм сигналов  $\hat{Y}_{ij}(c_1, \dots, c_{1000000})$ , минимизируется функционал ошибки:

$$\begin{aligned}
F(c_1, \dots, c_{1000000}) &= \sum_{i=1}^M ||f_i(c_1, \dots, c_{1000000})||^2 = \\
&= \sum_{i=1}^M \left\| \sum_{j=1}^M \hat{Y}_{ij}(c_1, \dots, c_{1000000}) - Y_{ij} \right\|^2 = \\
&\quad \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N (\hat{Y}_{ijk}(c_1, \dots, c_{1000000}) - Y_{ijk})^2, \quad (1)
\end{aligned}$$

где  $Y_{ij}$  — экспериментальная даграмма сигнала от источника  $i$  к приёмнику  $j$ ,  $M$  — количество датчиков (всего их 2048),  $k$  — момент времени (тика) в даграмме сигнала,  $N$  — количество моментов времени (тиков) в даграмме сигнала, равное 3750. Этот функционал будет минимизироваться методом Левенберга — Марквардта, который применяется для решения задач о наименьших квадратах. Этот метод решено реализовать самим с дальнейшим модифицированием, так как при таком колоссальном количестве параметров (1000000) готовая реализация может просто не справиться. Например, в пакете прикладных программ для технических расчетов Matlab, даже с 20 параметрами этот метод не всегда справляется. Суть модификации метода состоит в том, чтобы использовать приближенное вычисление градиентов с помощью SPSSA [5, 11 – 17]. Так как в методе используется матрица частных производных (матрица Якоби), состоящая из покомпонентных градиентов функций  $f_i(c_1, \dots, c_{1000000})$ , это позволит вычислять матрицу, используя всего два измерения всех даграмм  $\hat{Y}_{ij}(c_1, \dots, c_{1000000})$ .

## Распараллеливание решения

Основным языком программирования для реализации вышеописанного алгоритма выбран Python. Для ускорения вычислений при решении волнового уравнения используется библиотека PyTorch, так

как с её помощью можно использовать ядра CUDA видеокарт Nvidia. Так как в методе Левенберга — Марквардта используется произведение транспонированной и нетранспонированной матриц Якоби, в итоге образуется очень большая матрица размера 1000000 на 1000000, такую матрицу невозможно хранить на компьютере. Для решения этой проблемы используется библиотека SciPy, позволяющая хранить такое произведение как линейный оператор, не вычисляя его явно.

## Применение к акустическим данным

В этом разделе представлены результаты обработки экспериментальных данных УЗИ по чистой воде (без тел), и телу, находящемуся в воде.

Результат обработки акустических данных по воде представлен на рисунке 1.

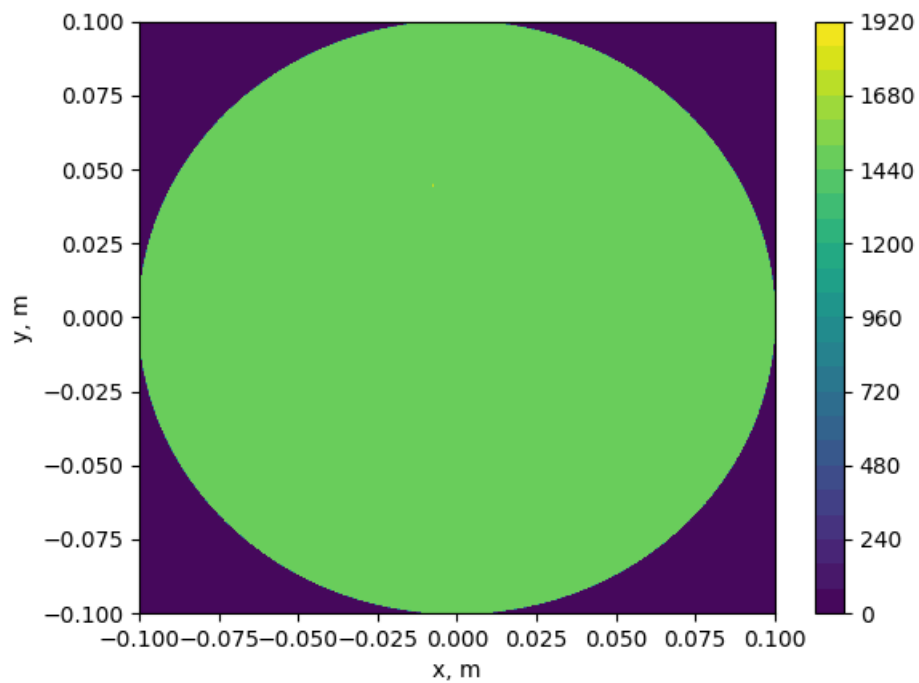


Рис. 1: Распределение скорости звука, м/с

Положение тела представлено на рисунке 2. Тело представляет собой шар диаметром 5 см.

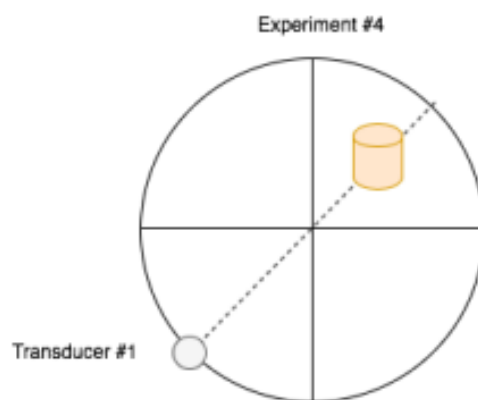


Рис. 2: Положение тела

Результаты обработки акустических данных по телу в воде представлены на рисунках 3 – 5.

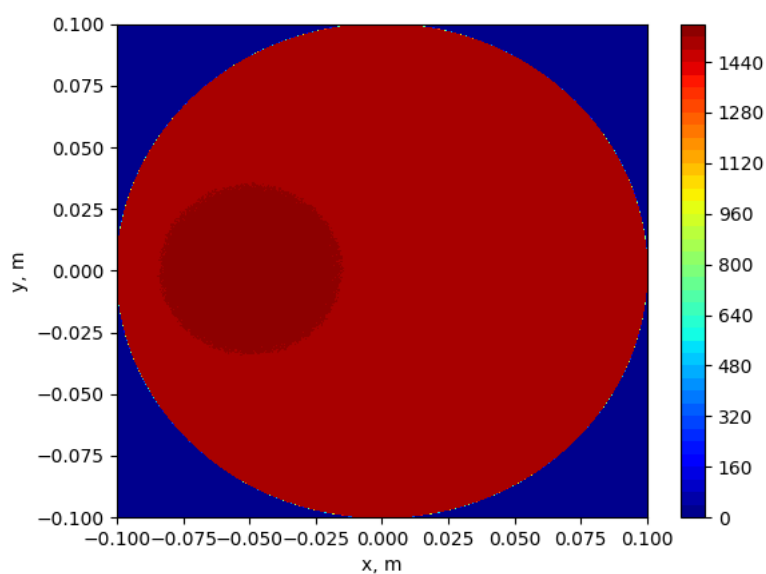


Рис. 3: Начальное распределение скорости звука, м/с



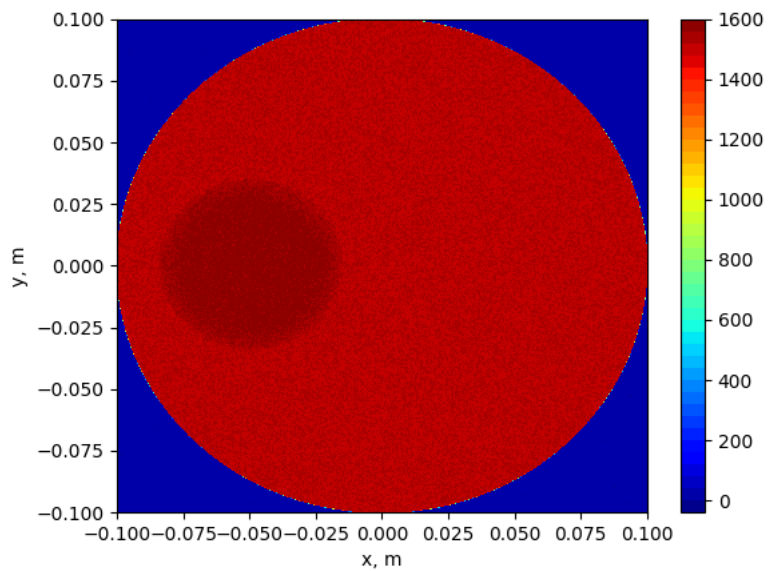


Рис. 4: Распределение скорости звука, м/с

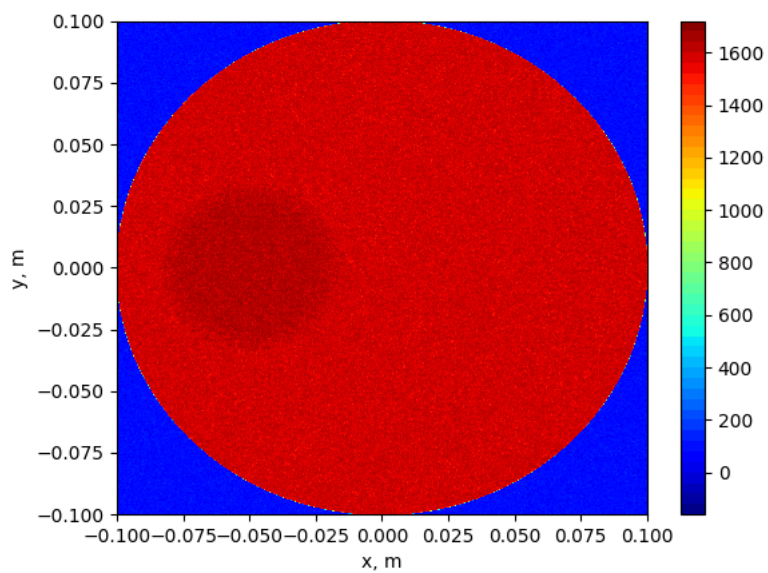


Рис. 5: Распределение скорости звука, м/с

Можно заметить, что со временем алгоритм подходит близко к

истинному диаметру тела, равному 5 см.

## Заключение

Рассмотрен и реализован подход определения характеристик через моделирование ультразвуковых волн (сигналов) через дальнейшее сравнение сгенерированных данных с экспериментальными. Приведено описание модификации метода Левенберга — Марквардта. Реализованный алгоритм был применен к акустическим данным по воде и телу находящемуся в воде. Результаты обработки хорошо согласуются с экспериментом.

## Список литературы

- [1] Леонова А.В. Система для расчета скоростей звука в особых областях по данным УЗИ – томографии. Санкт-Петербург, 2020
- [2] Böhme C., Holmberg A., Nilsson Lind M. Numerical Analysis of the Two Dimensional Wave Equation: Using Weighted Finite Differences for Homogeneous and Hetrogeneous Media. – 2020.
- [3] Erofeeva V. et al. Detection of specific areas and densities for ultrasound tomography //Cybernetics and Physics. – 2019. – Т. 8. – №. 3. – С. 121-127.
- [4] Granichin O., Amelina N. Simultaneous perturbation stochastic approximation for tracking under unknown but bounded disturbances //IEEE Transactions on Automatic Control. – 2014. – Т. 60. – №. 6. – С. 1653-1658.
- [5] Hutchison D. W. On an efficient distribution of perturbations for simulation optimization using simultaneous perturbation stochastic approximation //Proceedings of IASTED International Conference. – 2002. – С. 4-6.
- [6] Jovanović I. Inverse problems in acoustic tomography: theory and applications : дис. – Verlag nicht ermittelbar, 2008.
- [7] Li C. et al. In vivo breast sound-speed imaging with ultrasound

tomography //Ultrasound in medicine biology. – 2009. – T. 35. – №. 10. – C. 1615-1628.

[8] Matthews T. P. et al. Regularized dual averaging image reconstruction for full-wave ultrasound computed tomography //IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. – 2017. – T. 64. – №. 5. – C. 811-825.

[9] Peng J., Liu J., Wei H. A compressed matrix sequence method for solving normal equations of bundle adjustment //Machine Vision and Applications. – 2021. – T. 32. – №. 4. – C. 1-10.

[10] Roy O. et al. Robust array calibration using time delays with application to ultrasound tomography //Medical Imaging 2011: Ultrasonic Imaging, Tomography, and Therapy. – SPIE, 2011. – T. 7968. – C. 46-56.

[11] Sadegh P., Spall J. C. Optimal random perturbations for stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation //IEEE Transactions on Automatic Control. – 1998. – T. 43. – №. 10. – C. 1480-1484.

[12] Spall J. C. An overview of the simultaneous perturbation method for efficient optimization //Johns Hopkins apl technical digest. – 1998. – T. 19. – №. 4. – C. 482-492.

[13] Spall J. C. Convergence analysis for feedback-and weighting-based Jacobian estimates in the adaptive simultaneous perturbation algorithm //Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. – IEEE, 2006. – C. 5669-5674.

[14] Spall J. C. Adaptive stochastic approximation by the simultaneous perturbation method //IEEE transactions on automatic control. – 2000. – T. 45. – №. 10. – C. 1839-1853.

[15] Spall J. C. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation //IEEE transactions on automatic control. – 1992. – T. 37. – №. 3. – C. 332-341.

[16] Spall J. C. Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control. – John Wiley Sons, 2005.

[17] Spall J. C. Feedback and weighting mechanisms for improving Jacobian estimates in the adaptive simultaneous perturbation algorithm //IEEE Transactions on Automatic Control. – 2009. – T. 54. – №. 6. – C. 1216-1229.

[18] Toutounian F., Soleymani F. An iterative method for computing the approximate inverse of a square matrix and the Moore–Penrose inverse of a non-square matrix // Applied Mathematics and Computation. – 2013. – T. 224. – C. 671-680.