

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ СХЕМЫ МНОЖЕСТВЕННОГО ДОСТУПА НА ОСНОВЕ КОДОВ УЭЛДОНА К ВОЗДЕЙСТВИЮ АДДИТИВНОГО ШУМА

Гусаров М.В., студент кафедры проблемно-ориентированных
вычислительных комплексов ГУАП, vgg639@gmail.com

Аннотация

В данной работе рассмотрен анализ устойчивости схемы множественного доступа на основе кодов Уэлдона к воздействию аддитивного шума. Произведено сравнение вероятности появления ошибки при использовании декодера Уэлдона и декодера максимального правдоподобия.

Введение

В настоящий момент разрабатывается новая технология мобильной сети 5G, которая имеет значительные отличия от 4G, такие как:

- активное применение технологии многоантенной связи ММО;
- применение волн миллиметрового диапазона;
- применение новых способов разделения ресурсов канала между абонентами.

Представляет интерес разработка и анализ модели множественного доступа, а также процесс кодирования и декодирования передаваемых абонентами сообщений. В настоящей работе рассматривается известная схема множественного доступа, основанная на кодах Уэлдона. Методом имитационного моделирования анализируется устойчивая схема к воздействию аддитивного нормального шума при использовании двух различных алгоритмов декодирования.

Модель канала множественного доступа

На рисунке 1 изображена модель канала множественного доступа. В системе присутствуют T абонентов, каждый из которых формирует двоичные сигналы и передают их в канал множественного доступа. Все сигналы, переданные абонентами, арифметически суммируются на входе приемника. В результате формируется последовательность целых чисел.

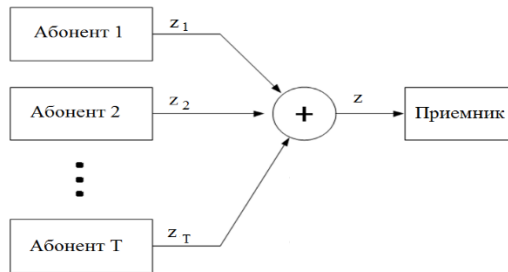


Рисунок 1: Модель канала множественного доступа

На рисунке 1 z_1, z_2, \dots, z_T , передаваемые абонентом сигналы

$$z = z_1 + z_2 + \dots + z_T$$

Таким образом, получатель по смеси z должен восстановить передаваемые абонентами сообщения.

Описание конструкции кода Уэлдона

Для того чтобы сообщения были однозначно восстанавливаемы на передающей стороне, сообщения должны быть соответствующим образом закодированы. В работе [1] рассматривается одна из подобных кодовых схем. В ней информация кодируется побитно: то есть на каждый двоичный информационный символ b_i кодер формирует слово $z_i^{b_i}$, где i номер абонента (см. рисунок 2). Таким образом, согласно схеме Уэлдона, каждому

абоненту необходимо назначить пару кодовых слов z_i^1 и z_i^0 .

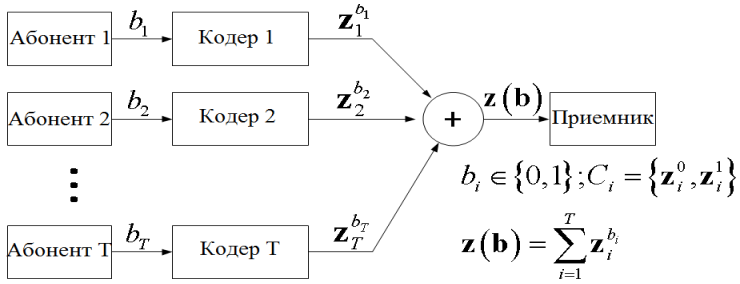


Рисунок 2: Модель канала при использовании кодов Уэлдона

Сформулируем правило, по которому осуществляется формирование данных пар.

Пусть d_i - разность кодовых слов, передаваемых абонентом i :

$$d_i = z_i^1 - z_i^0$$

Из разностей кодовых слов всех абонентов построим матрицу разностей D

$$D = \begin{bmatrix} d_1^T & d_2^T & \dots & d_T^T \end{bmatrix}^T$$

Матрица D строится рекурсивно по следующему правилу:

$$D_j = \begin{cases} [1] & \text{если } j = 0 \\ \begin{bmatrix} D_{j-1} & D_{j-1} \\ D_{j-1} & -D_{j-1} \\ I_{[2^{j-1}]} & 0_{[2^{j-1}]} \end{bmatrix} & \text{иначе} \end{cases}$$

При помощи полученных разностей d_i пары кодовых слов формируются произвольно. Доказано, что, если код построен таким образом, то он является однозначно декодируемым. Очевидно, что количество абонентов в системе определяется следующим выражением:

$$T = (j + 2)2^{j-1}.$$

Декодирование кодов Уэлдона

В работе [1] также был предложен быстрый алгоритм декодирования данных кодов. Декодер рекурсивно извлекает из принятой смеси \mathbf{z} биты передаваемые абонентами. Для описания алгоритма введем следующий набор обозначений:

$\mathbf{X}_{[a:b;c:d]}$ -подматрица матрицы \mathbf{X}

\mathbf{z} -принятая смесь

$\mathbf{C}^0 = \left[\left(\mathbf{z}_1^0 \right)^T, \left(\mathbf{z}_2^0 \right)^T, \mathbf{L}, \left(\mathbf{z}_T^0 \right)^T \right]^T$ - матрица кодов, соответствующих передаваемому нулю.

$\mathbf{S} = \mathbf{z} - \mathbf{1}_{[1 \times T]} \mathbf{C}_i^0$ -приведенный вектор смеси.

$\mathbf{L}(\mathbf{x})$ -левая половина элементов вектора-строки \mathbf{x} .

$\mathbf{R}(\mathbf{x})$ -левая половина элементов вектора-строки \mathbf{x} .

Функция декодирования:

$$\mathbf{b} = \text{Декодер}(\mathbf{S}, \mathbf{C}^0, \mathbf{D})$$

$j \leftarrow \log_2(|\mathbf{S}|)$ -текущий параметр кода j

$T \leftarrow 2^{j-1} \cdot (j+2)$ -количество рассматриваемых абонентов

$b_3 \leftarrow (\mathbf{L}(\mathbf{S}) + \mathbf{R}(\mathbf{S})) \bmod 2$ -декодированные сообщения последних абонентов

$\mathbf{D}_3 \leftarrow \mathbf{D}_{[T-2^{j-1}:T;1:2^j]}; \mathbf{C}_3^0 \leftarrow \mathbf{C}_{[T-2^{j-1}:T;1:2^j]}^0$

$\mathbf{S} \leftarrow \mathbf{S} - \mathbf{1}_{[1 \times 2^{j-1}]} \mathbf{C}_3^0 + b_3 \cdot \mathbf{D}_3$

$\mathbf{S}_1 \leftarrow (\mathbf{L}(\mathbf{S}) + \mathbf{R}(\mathbf{S})) / 2; \mathbf{S}_2 \leftarrow (\mathbf{L}(\mathbf{S}) - \mathbf{R}(\mathbf{S})) / 2$

ЕСЛИ $|\mathbf{S}| = 2$,

$\mathbf{b}_1 \leftarrow \mathbf{S}_1$

$\mathbf{b}_2 \leftarrow \mathbf{S}_2$

ИНАЧЕ

$\mathbf{C}_1^0 \leftarrow \mathbf{C}_{[1:T-(2^{j-1}+(j-1));1:2^j]}^0; \mathbf{C}_2^0 \leftarrow \mathbf{C}_{[T-(2^{j-1}+(j-1)):T-2^{j-1};1:2^j]}^0$

$\mathbf{D}_1 \leftarrow \mathbf{D}_{[1:T-(2^{j-1}+(j-1));1:2^j]}; \mathbf{D}_2 \leftarrow \mathbf{D}_{[T-(2^{j-1}+(j-1)):T-2^{j-1};1:2^j]}$

$\mathbf{b}_1 = \text{Декодер}(\mathbf{S}_1, \mathbf{C}_1^0, \mathbf{D}_1)$

$\mathbf{b}_2 = \text{Декодер}(\mathbf{S}_2, \mathbf{C}_2^0, \mathbf{D}_2)$

Возврат $\mathbf{b} \leftarrow [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3]$

Модель канала множественного доступа с добавлением шумов

В реальных системах множественного доступа к смеси полезных сигналов от абонентов также добавляется аддитивный шум [2]. Таким образом, представляет интерес анализ более сложной модели, приведенной на рисунке 3.

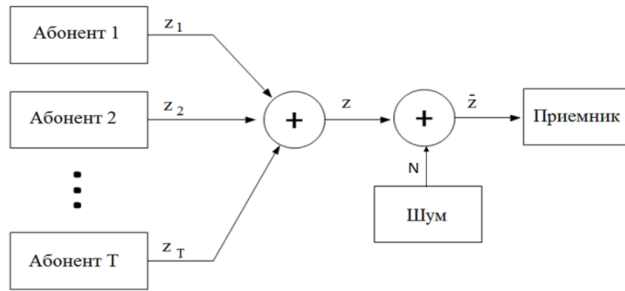


Рисунок 3: Модель канала множественного доступа с добавлением шумов

Известно, что в таком канале минимальная вероятность ошибки обеспечивается корреляционным приемником. Для него решающее правило записывается следующим образом:

$$\hat{b} = \arg \min_b \left\| b \cdot D + 1_{[1 \times T]} C_0 - z \right\|$$

Стоит отметить, что такой способ декодирования является переборным и обладает высокой вычислительной сложностью, что существенно ограничивает область его применения.

Декодер Уэлдона обладает низкой сложностью, однако напрямую не применим для данной модели канала, так как в этом случае элементы вектора z являются вещественными. Несложно, однако, предложить модификацию данного алгоритма, в которой элементы вектора z предварительно округляются, после чего запускается стандартный алгоритм Уэлдона.

В силу сложности аналитического расчета сравнение данных двух алгоритмов проводилось методом имитационного моделирования.

Результаты моделирования

Для проведения серии вычислительных экспериментов были выбраны следующие параметры кода:

- количество абонентов – 8;
- длина кода – 4;

Таким образом, коэффициент уплотнения составил 2 раза. На рисунке 4 показан график зависимости вероятности ошибки на бит от отношения сигнал-шум.

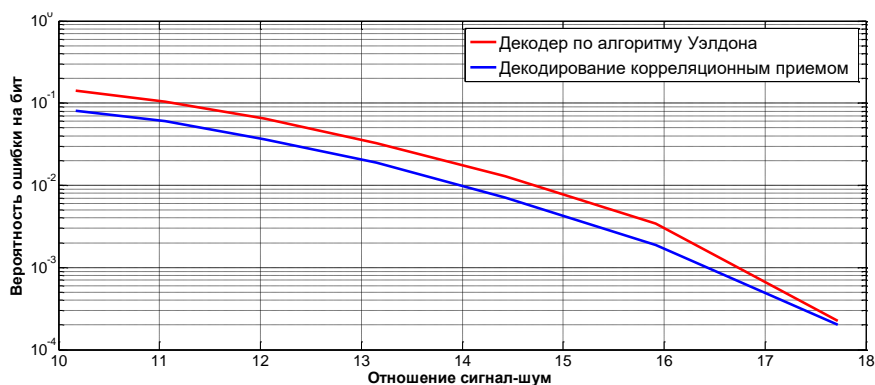


Рисунок 4: Результаты сравнения двух алгоритмов декодирования

Заключение

- В работе был проведен сравнительный анализ двух алгоритмов декодирования кодов Уэлдона в канале множественного доступа с гауссовским шумом.
- Результаты моделирования показали, что модифицированный декодер Уэлдона проигрывает декодеру максимального правдоподобия в отношении сигнал/шум не более 0.5 дБ, обладая при этом значительно меньшей вычислительной сложностью.

Литература

1. *Edward, J. Weldon, Jr.* Coding for T-User Multiple-Access Channels /. Edward J. Weldon Jr. //– IEEE, 1979.
2. *Скляр, Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / .Скляр Б.// – ВИЛЬЯМС, 2003.