

# ЛОКАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ СОГЛАСОВАННЫХ ОЦЕНОК ИСТИННОСТИ В АЛГЕБРАИЧЕСКИХ БАЙЕСОВСКИХ СЕТЯХ: ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ<sup>1</sup>

Бирилло А.И., студентка кафедры информатики СПбГУ, стажер лаб.  
ТиМПИ СПИИРАН, nbirillo@mail.ru

## Аннотация

Статья посвящена вопросу логико-вероятностного вывода (ЛВВ) в алгебраических байесовских сетях (АБС). Была поставлена цель создания и анализа кейсов тестов на согласованность оценок вероятностей после проведения ЛВВ. Для достижения цели были разработаны кейсы тестов по видам ЛВВ и организован сам ЛВВ с помощью двух подходов: математического (ручного с элементами компьютерных вычислений) и программного. Также было составлено методическое пособие к комплексу программ «AlgBNModeller», которое упрощает его использование.

## Введение

В современном мире мы все сталкиваемся с большим количеством данных и взаимосвязями между ними. Безусловно, эту информацию необходимо как-то представлять. Для этого существует ряд математических моделей [1], [2], одной из которых является алгебраическая байесовская сеть (АБС), определение которой предложил В. И. Городецкий [3], [4].

АБС представляется ненаправленными графами с идеалами конъюнктов в узлах [5]. Такую сеть можно декомпозировать, в итоге получив набор фрагментов знаний (ФЗ) [5] с заданными на них вероятностями.

Разумеется, если мы имеем какие-то данные и заданные на них вероятности, то необходимо знать, имеют ли место быть такие оценки.

---

<sup>1</sup>Статья содержит материалы исследований, частично поддержанных грантом РФФИ 15-01-09001 — «Комбинированный логико-вероятностный графический подход к представлению и обработке систем знаний с неопределенностью: алгебраические байесовские сети и родственные модели».

Для этого ФЗ проверяют на непротиворечивость (в скалярном случае) и согласовывают (в интервальном случае)<sup>2</sup>[1], [5].

Целью данной статьи было разработать тесты для одного из видов ЛВВ — пропагирования детерминированного свидетельства в ФЗ с интервальными оценками и посредством вычислительных экспериментов (как математических, так и программных) убедиться, что оценки остаются согласованными [1]. Также одной из целей данной работы стала разработка методического пособия по использованию комплекса программ «AlgBNModeller», которое упростит работу с ним. В разработанном пособии охвачены такие аспекты, как проверка и поддержание непротиворечивости, задачи локального априорного и апостериорного вывода для различных типов свидетельств [2].

Безусловно, проведенное исследование является важным, так как при выполнении каких-либо действий с данными, необходимо, чтобы они всегда были согласованными. Иначе хранение этих данных теряет актуальность.

В теоретическом разделе приведен краткий обзор на тему АБС и апостериорного вывода в случае детерминированного свидетельства в ФЗ с интервальными оценками. Далее представлены примеры на локальный апостериорный вывод с двумя видами проверок — математической (ручная с элементами компьютерных вычислений) и программной (с использованием комплекса программ «AlgBNModeller»). После представленного примера содержится заключение, обобщающее проделанную работу и полученные результаты.

## **Введение в АБС и задача локального апостериорного вывода в случае детерминированного свидетельства**

Как уже было сказано выше, АБС является математической моделью, которая представляет набор данных с заданными вероятностями, а также взаимосвязи между ними.

Как известно, свидетельство - это новые «обуславливающие данные», которые поступили в ФЗ, и с учетом которых нам требуется пересмотреть все (или некоторые) оценки [2]. Вычисление таких оценок является одним из видов ЛВВ и называется задачей апостериорного

---

<sup>2</sup>Имеется в виду вид оценок вероятностей. То есть в скалярном случае оценками выступают числа — скаляры, а в интервальном - это отрезки вида  $[a, b]$ .

вывода. Различают два вида задач:

- Оценка вероятности истинности свидетельства при условиях заданного ФЗ
- Оценка условных вероятностей истинности элементов ФЗ при условии поступающего свидетельства

В рамках статьи будут рассмотрены обе задачи в случае пропагирования детерминированного свидетельства в ФЗ с интервальными оценками. С остальными проверками (по всем видам ЛВВ) можно ознакомиться в разработанном методическом пособии.

### *Пропагирование детерминированного свидетельства*

При решении первой и второй задач апостериорного вывода в случае детерминированного свидетельства понадобится несколько формул:

$$T^{\langle i, j \rangle} = \widetilde{T_{n-1}^{\langle i, j \rangle}} \otimes \widetilde{T_{n-2}^{\langle i, j \rangle}} \otimes \dots \otimes \widetilde{T_0^{\langle i, j \rangle}}$$

$$\widetilde{T_k^{\langle i, j \rangle}} = \begin{cases} T^+ & \text{если } x_k \text{ входит в } c_i, \\ T^- & \text{если } x_k \text{ входит в } c_j, \\ T^0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Подробнее о построении данных формул можно ознакомиться в [2]. В таком случае решением первой задачи будет [2]:

$$p(\langle i, j \rangle) = \min_{D \cup \varepsilon} \setminus \max_{D \cup \varepsilon} (T^{\langle i, j \rangle} \times P_c)[0] \quad (1)$$

Решением второй задачи будет [2]:

$$P_c^{\langle i, j \rangle} = \min_{D \cup \varepsilon} \setminus \max_{D \cup \varepsilon} \frac{(T^{\langle i, j \rangle} \times P_c)}{(T^{\langle i, j \rangle} \times P_c)[0]} \quad (2)$$

## Пример: пропагирование детерминированного свидетельства на примере интервального ФЗ

Возьмем фрагмент занятий над алфавитом  $A_c\{x_1, x_2\}$  :

$$P_c = \begin{pmatrix} 1 \\ p(x_1) \\ p(x_2) \\ p(x_2x_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ [0.5, 0.9] \\ [0.8, 0.87] \\ [0.5, 0.74] \end{pmatrix}$$

### *Математическая проверка*

Первая задача:

$$(T^{(10, 01)} \times P_c)[0] = p(x_2) - p(x_2x_1)$$

Таким образом<sup>3</sup>,

$$p(\langle 10, 01 \rangle) \in [0.06, 0.37]$$

Вторая задача:

Введем замену переменных и составим соответствующие ЗЛП [2].  
Целевая функция будет иметь вид:

$$a_3 - a_4 \longrightarrow \min \setminus \max$$

После решения серии ЗЛП, получим решение:

$$P_c^{(10, 01)} = \begin{pmatrix} 1 \\ [0.3, 0.6] \\ [0.575, 0.65] \\ [0.225, 0.445] \end{pmatrix}$$

### *Программная проверка*

Листинг 1: Программная проверка

```
public static bool Test_Propagate_Det_Interval_1()
{
```

---

<sup>3</sup>Здесь и далее соответствующие задачи линейного программирования (ЗЛП) были решены средствами среды MAPLE

```

var test_1task = false;
var test_2task = true;

var answer_1taskL = 0.06;
var answer_1taskU = 0.37;
double[] answer_2taskL = {1, 0, 1, 0};
double[] answer_2taskU = { 1, 0, 1, 0 };

IntervalConjKP_I kp = new IntervalConjKP(Convert
    .ToInt64("11", 2), new[] {1, 0.5, 0.8, 0.5},
    new[] {1, 0.9, 0.87, 0.74});
DeterministicIntervalConjunctsLocalPropagatorI
    scprop = new
        DeterministicIntervalConjunctsLocalPropagator
            (kp);

BinaryConjKP evid = new BinaryConjKP(Convert.
    ToInt64("11", 2));
evid.SetQuant(Convert.ToInt32("10", 2));

if (scprop.propagate(evid))
{
    test_1task = CompareEq(answer_1taskL, scprop
        .getEvidenceProbabilityLB()) &&
        CompareEq(answer_1taskU, scprop
            .getEvidenceProbabilityUB()
        );
}

var resL = scprop.getResult().GetBoundsL();
var resU = scprop.getResult().GetBoundsU();

for (var i = 0; i < resL.Length; i++)
    if (!CompareEq(resL[i], answer_2taskL[i]))
        test_2task = false;

for (var i = 0; i < resU.Length; i++)
    if (!CompareEq(resU[i], answer_2taskU[i]))
        test_2task = false;

return test_1task && test_2task;
}

```

Запустив метод из листинга 1, можно убедиться, что результаты обеих проверок совпадают. А что важнее — полученные оценки являются согласованными.

По результатам тестов (как в рамках данной статьи, так и в рамках разработанного методического пособия) полученные оценки всегда остаются согласованными, что говорит о успешном проведении числен-

ного эксперимента.

## Заключение

В данной статье был рассмотрен один из видов ЛБВ (задача локального апостериорного вывода для детерминированного свидетельства), а также были проведены численные эксперименты (как математические, так и программные), которые показали согласованность оценок после пропагации детерминированного свидетельства.

Также было разработано методическое пособие по использованию комплекса программ «AlgBNModeller», в которое помещен полный набор тестов по всем видам ЛБВ, которые также прошли успешную проверку на согласованность.

## Литература

- [1] Тулупьев А.Л. Алгебраические байесовские сети: логико-вероятностная графическая модель баз фрагментов знаний с неопределенностью. С. 34–38, с. 103–110, 213–244, 282, 387.
- [2] Сироткин А.В. Алгебраические байесовские сети: вычислительная сложность алгоритмов логико-вероятностного вывода в условиях неопределенности. С. 16–20, 45–47, 51–52, 55–58.
- [3] Городецкий В.И. Байесовский вывод. 1991 С. 38.
- [4] Городецкий В.И. Адаптация в экспертных системах. 1993 Т. 5. С. 101–110.
- [5] Тулупьев А.Л. Алгебраические байесовские сети: локальный логико-вероятностный вывод. Учебное пособие. С. 40, 41–45, 45–49, 50–52.
- [6] Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В. Байесовские сети: логико-вероятностный подход. С. 607.
- [7] Гавурин М.К., Малоземов В.Н. Экстремальные задачи с линейными ограничениями. Учебное пособие. С. 175.