Построение адаптивной сетки для обработки звукового сигнала

Сазонова Г.О., студент СПбГУ, galinasazo@gmail.com

Аннотация

Предложены и реализованы алгоритм построения адаптивной сетки для дискретного потока и алгоритм восстановления исходного потока по адаптивной сетке. Использованы сплайны первой степени. Программная реализация алгоритмов применена для обработки звуковых файлов.

Введение

В настоящее время приходится иметь дело с потоками цифровой информации внушительного объема. Для их быстрой обработки необходимы достаточно большие компьютерные ресурсы, потому вопрос о сокращении объемов информации за счет исключения несущественных составляющих является актуальным.

Среди средств решения данного вопроса лидируют вейвлеты. Вейвлетное разложение, как правило, рассматривается на равномерной сетке (например, [1], [2]). Однако, в посленее время стали распространены сплайн-всплесковые разложения, связанные с адаптивной сеткой (например, [3], [4]). Неравномерные сетки важны в случае неравномерного поведения потока: при медленном изменении – крупная сетка, в областях быстрого изменения – мелкая. При таком подходе возможно последовательное адаптивное укрупнение возникающих таким образом неравномерных сеток для получения всплескового пакета с заданной аппроксимацией исходного потока.

Сетка адаптивного типа

Обратимся к [5] для того, чтобы ввести основные обозначения и определения. Будем рассматривать сетку адаптивного типа, которая зависит от заданного числового потока f и положительного параметра ε. Пусть на интервале (α, β) рассматривается сетка

$$\Xi: \quad \ldots < \xi_{-2} < \xi_{-1} < \xi_0 < \xi_1 < \xi_2 \ldots,$$

$$\lim_{i\to-\infty} \xi_i = \alpha, \quad \lim_{i\to+\infty} \xi_i = \beta.$$

$C(\Xi)$ – множество функций $u(t)$, заданных на сетке Ξ.

Пусть $f \in C(\Xi)$, и для некоторой константы $c > 0$ справедливо

$$f(t) \geq c \quad \forall t \in \Xi. \tag{1}$$

. Обозначим $a^- = \xi_{i-1}$, $a^+ = \xi_{i+1}$.

Предполагается, что

$$a, b \in \Xi, \qquad a^+ < b^-,$$

тогда вводится обозначение $[\![a, b]\!]= \{\xi_s \mid a \leq \xi_s \leq b,\ s \in Z\}$, т.е. $[\![a, b]\!]= \{\xi_s \mid i \leq s \leq j,\ s \in Z\}$; множество $[\![a, b]\!]$ называется сеточным отрезком.

Рассматривается линейное нормированное пространство $C[\![a, b]\!]$ функций $u(t)$, заданных на сеточном отрезке $[\![a, b]\!]$, где норма вводится соотношением

$$\|u\|_{C[\![a,\,b]\!]} = \max_{t \in [\![a,\,b]\!]} |u(t)|.$$

.

Пространство $C[\![a, b]\!]$ конечномерное. Пусть

$$\varepsilon \in (\varepsilon^*, \varepsilon^{**}), \tag{2}$$

где

$$\varepsilon^* = \max_{\xi \in [\![a,\,b^-]\!]} \max_{t \in \{\xi, \xi^+\}} f(t)(\xi^+ - \xi), \quad \varepsilon^{**} = (b - a)\|f\|_{C[\![a,\,b]\!]}. \tag{3}$$

Лемма 1. *Если выполнены условия (1) – (3), то существуют и единственны натуральное число $K = K(f, \varepsilon, \Xi)$ и сетка*

$$\widetilde{X} = \widetilde{X}(f, \varepsilon, \Xi): \quad a = \widetilde{x}_0 < \widetilde{x}_1 < \ldots < \widetilde{x}_K \leq \widetilde{x}_{K+1} = b$$

такие, что

$$\max_{t \in [\![\widetilde{x}_s,\,\widetilde{x}_{s+1}]\!]} f(t)(\widetilde{x}_{s+1} - \widetilde{x}_s) \leq \varepsilon < \max_{t \in [\![\widetilde{x}_s,\,\widetilde{x}^+_{s+1}]\!]} f(t)(\widetilde{x}^+_{s+1} - \widetilde{x}_s)$$

$$\forall s \in \{0, 1, \ldots, K - 1\},$$

$$\max_{t \in [\![\widetilde{x}_K,\,b]\!]} f(t)(b - \widetilde{x}_K) \leq \varepsilon, \quad \widetilde{X} \subset \Xi.$$

Программа построения адаптивной сетки из равномерной

Теоретические основы

Будем реализовывать построение сетки $\widetilde{X}$ по сетке Ξ, удовлетворяющей условиям леммы 1:

$$\max_{t\in[\![\widetilde{x}_s,\,\widetilde{x}_{s+1}]\!]} f(t)(\widetilde{x}_{s+1}-\widetilde{x}_s) \le \varepsilon < \max_{t\in[\![\widetilde{x}_s,\,\widetilde{x}^+_{s+1}]\!]} f(t)(\widetilde{x}^+_{s+1}-\widetilde{x}_s)$$

$$\forall s \in \{0,1,\dots,K-1\} \qquad (4),$$

$$\max_{t\in[\![\widetilde{x}_K,\,b]\!]} f(t)(b-\widetilde{x}_K) \le \varepsilon, \quad \widetilde{X}\subset\Xi,\ \Xi=\{0,1,\dots,R+1\} \qquad (5),$$

где

$$\varepsilon \in (\varepsilon^*, \varepsilon^{**}),$$

$$\varepsilon^* = \max_{\xi\in[\![a,\,b^-]\!]} \max_{t\in\{\xi,\xi^+\}} f(t)(\xi^+-\xi),\ \varepsilon^{**}=(b-a)||f||_{C[\![a,\,b]\!]} \qquad (6).$$

Если исходная сетка равномерная, а именно $\xi_j = jh$, $h>0$, то предыдущие соотношения запишутся в виде:

$$\max_{t\in[\![j_sh,\,j_{s+1}h]\!]} f(t)(j_{s+1}-j_s)h \le \varepsilon < \max_{t\in[\![j_sh,\,(j_{s+1}+1)h]\!]} f(t)(j_{s+1}+1-j_s)h$$

$$\forall s\in\{0,1,\dots,K-1\}, \qquad (7)$$

$$\max_{t\in[\![j_{Kh},\,j_{K+1}h]\!]} f(t)(j_{K+1}-j_K)h \le \varepsilon,\ j_{K+1}=R,\ j_i=\frac{\xi_i}{h}. \qquad (8)$$

При этом соотношения (6) примут вид:

$$\varepsilon^* = ||f||_{C[\![a,\,b]\!]}h, \quad \varepsilon^{**}=(b-a)||f||_{C[\![a,\,b]\!]},$$

что можно записать в виде:

$$\varepsilon^* = h\max_{j\in\{0,1,\dots,R+1\}} f(jh), \quad \varepsilon^{**}=(b-a)\max_{j\in\{0,1,\dots,R+1\}} f(jh). \qquad (9)$$

О реализация алгоритма

Программа принимет на вход звуковой файл, который хранится в формате WAVE. Он может быть как моно так и стерео. После считывания данные хранятся в виде динамического массива формата short(это обусловлено тем, что чаще всего под семпл выделяется 16 бит). Кроме функции чтения звукового файла написана функция записи данных в новый звуковой файл, для того, чтобы была возможность сравнить звучание исходного файла со звучаением после обработки и восстановления.

Первым шагом явлеяется проверка корректности переданного ε, если оно удовлетворяет условию (9), то приступаем к построению сетки. Последовательно обходим узлы, проверяя, подходят ли они. Результатом работы программы является массив, хранящий узлы адаптивной сетки.

Также реализована функция, которая, используя сплайны первого порядка, восстанавливает исходный поток по ранее построенной сетке, а затем записывает восстановленный поток (он должен быть того же размера, что и исходный) в новый звуковой файл.

Заключение

В данной работе предложен алгоритм построения адаптивной сетки для дискретного потока и разработано приложение, реализующее этот алгоритм. Работа приложения продемонстрирована в случае обработки звуковых файлов.

Литература

[1] Лебедев А. С., Лисейкин В. Д., Хакимзянов Г. С. Разработка методов по- строения адаптивных сеток // Вычислительные технологии. 2002. Т. 7, № 3. – С. 29-43.

[2] Terekhov K., Vassilevski Yu. Two-phase water flooding simulations on dynamic adaptive octree grids with two-point nonlinear fluxes// Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2013. Vol. 28, No 3. – P. 267–288.

[3] Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005.

[4] Демьянович Ю. К. Теория сплайн-всплесков. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2013.

[5] Сазонова Г. О., Построение сетки адаптивного типа // конференции по проблемам информатики«СПИСОК-2016» – С. 111-118. http://spisok.math.spbu.ru/2016/txt/SPISOK-2016.pdf