# Система оптимизации распределения наблюдателей между источниками сигналов

Лень И. А., 4 курс, кафедра системного программирования СПбГУ, ia.len@mail.ru

Руководитель: Граничин О. Н., д.ф.-м.н., профессор кафедры системного программирования СПбГУ, o.granichin@spbu.ru

### Аннотация

В наши дни в области слежения за миграцией животных, изучении космоса часто применяются сенсорные сети. Однако, с ростом количества сенсоров и объектов наблюдения (целей), возникает задача распределения целей между сенсорами.

В статье рассматривается задача разработки прототипа системы распределения целей между сенсорами с помощью алгоритмов полуопределенного программирования.

# Введение

Активное развитие средств беспроводной коммуникации привело к повышенному интересу исследования возможностей использования сенсорных сетей (например, группы роботов или наблюдателей). Наиболее часто упоминаются интеллектуальное слежение в местах большого скопления людей, исследование миграций животных, изучение космоса [1, 2, 3].

Использование данных с нескольких датчиков может помочь понизить погрешность итогового измерения, вызванного неидеальной точностью самого прибора или возмущениями из внешней среды. Однако при увеличении количества сенсоров и объектов наблюдения возникают проблемы, связанные с коммуникациями, ограничениями пропускной способности канала связи и вычислительной мощности устройства[4]. Следовательно, необходимо ограничить количество целей, за которой следит каждый сенсор, при этом не сильно потерять в точности вычислений. Отсюда возникла задача распределения целей между наблюдателями.

В последнее время возрос интерес к построению и развитию адаптивных систем, использующих мультиагентные технологии. Существу-

ют несколько подходов к организации сенсорных сетей: централизованный, распределенный и гибридный. "Традиционным подходом" считается создание или выделение одного главного (центрального) узла, что дает нам возможность получить наиболее точную оценку измерения. Сейчас больший упор при разработке сложных систем делается на создание распределенных и гибридных сетей, состоящих нескольких небольших групп независимых друг от друга агентов. Данные подходы обладают отказоустойчивостью, масштабируемостью и меньшими в сравнении с централизованным подходом требованиями к пропускной способности сети. Существует гипотеза, что каждый агент имеет взаимосвязь только с неким подмножеством агентов своей подгруппы, а не со всеми. Благодаря объединению этих агентов и достигается поставленная для них общая задача. Значит мы можем заменить решение сложной задачи большой размерности на набор примитивных задач с одной целью. Подробности о работе таких систем можно прочитать в работах [5, 6, 7].

Фильтр Калмана является одним из популярных алгоритмов для наблюдения за разным количеством целей. однако у этого алгоритма есть один недостаток: при увеличении количества целей вычислительная нагрузка значительно возрастает. В статьях [8, 9] описано решение этой проблемы с помощью распределенной схемы фильтрации Калмана. Дальнейшие исследования в этой области привели к разработке алгоритмов с учетом проблем сенсорных сетей, описанных выше[10, 11].

# Цель работы

Целью работы является разработка прототипа программного комплекса для автоматизации процесса распределения целей между наблюдателями.

Для достижения данной цели были сформулированы следующие задачи:

- 1. Разработать прототип программного комплекса, включающий в себя возможность визуализации задачи и настройки параметров для ее расчета.
- 2. Расширить существующую модель распределения сенсоров и целей, провести эксперименты.
- 3. Сравнить, как изменится распределение объектов при различных ограничениях на количество наблюдателей.

# Математическая модель

### Модель наблюдения

Рассмотрим математическую модель из [12], в которой есть сеть из m сенсоров и n целей (Рис. 1).

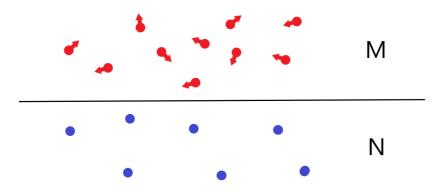


Рис. 1: Иллюстрация к постановке задачи, где датчики (сенсоры) обозначены синим, их n=7, а цели — красным, их m=10

Пусть  $N=\{1,2,\dots,n\}$  — множество наблюдателей (сенсоров),  $s_t^j\in\mathbb{R}^d, j\in N$  — вектор текущего состояния сенсора j (его положение в пространстве) в момент времени t.

 $M=\{1,2,\ldots,m\}$  — множество целей (объектов слежения),  $x_t^i\in\mathbb{R}^p, i\in M$  — состояние i-ой цели в момент времени t.

Пусть от каждого датчика j поступают данные  $y_t^{i,j} \in \mathbb{R}^d, i \in M, j \in N$  о наблюдаемой траектории i-ой цели в момент времени t, которые задаются следующим уравнением:

$$y_t^{i,j} = \varphi(s_t^j, x_t^i) + v_t^{i,j},$$

где  $\varphi$  — функция, отражающая измерения сенсором j объекта i,  $\{\boldsymbol{v}_t^{i,j}\}$  — независимые помехи в измерениях с нулевым матожиданием  $\mathrm{E}v_t^{i,j}=0$  и ковариацией  $\mathrm{E}v_t^{i,j}(v_t^{i,j})^\mathrm{T}=\Sigma_t^{i,j}.(\mathrm{B}\ \mathrm{работe}\ \mathrm{символом}\ \cdot^\mathrm{T}$  обозначена операция транспонирования вектора или матрицы, верхние индексы являются номерами).

### Доверительные эллипсоиды

Поскольку датчики работают с погрешностью, для каждого его измерения мы будем строить доверительный эллипсоид (эллипс рассеивания в  $R^2$ ) с уровнем достоверности p.

Зададим эллипсоид одной из следующих эквивалентных формул:

$$\mathcal{E} = \{x \mid (x - x_c)^T P^{-2} (x - x_c) \le 1\} = \{Pz + x_c \mid ||z|| \le 1\}, P = P^T > 0$$
 (1)

— как прообраз единичной сферы при аффинном преобразовании.

$$\mathcal{E} = \{x \mid x^T A x + 2x^T b + c \le 0\}, A = A^T > 0, b^T A^{-1} b - c > 0$$
 (2)

— через выпуклые квадратичные функции.

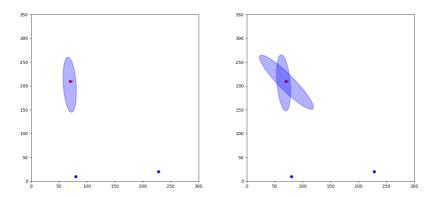


Рис. 2: Данные о положении цели при использовании 1 и 2 сенсоров соответственно

# Функционал качества

Пересечение нескольких эллипсоидов даст нам более точное положение точки измерения (рис. 2). В работе [13] доказано, что вероятность нахождения искомой точки внутри пересечения двух доверительных эллипсоидов равна 1-3p. Когда их становится много, то построение пересечения становится уже сложной задачей. В таких случаях принято использовать аппроксимации.

В статье [15] предлагалось для предсказания траектории цели i минимизировать объем эллипсоида пресечения и учитывать количество сенсоров, которое следит за ней. Исходя из этого,решалась следующая задача минимизации:

$$F_t = \sum_{i=1}^m \Phi_t^i + \alpha \sum_{i=1}^m |S_t^i| \to \min, \tag{3}$$

где  $\Phi^i_t$  — объем пересечения доверительных эллипсоидов для i-ой цели,  $|S^i_t|$  — количество сенсоров, следящих за i-ой целью,  $\alpha$  — регуляризующий коэффициент.

Однако такоя функция минимизация имеет один недостаток — некоторые сенсоры вынуждены следить за всеми целями. Отсюда возникла идея добавления ограничения на количество целей, за которым следит каждый из сенсоров.

$$F_t = \sum_{i=1}^m \Phi_t^i + \alpha \sum_{i=1}^m |S_t^i| + \beta \sum_{j=1}^n |T_t^j| \to \min,$$
 (4)

где  $\Phi^i_t, |S^i_t|, \alpha$  определяются как в (3),  $|T^j_t|$  — количество целей. за которым следит j—ый сенсор.

Введем матрицу ресурсов  $G_t = [g_t^{i,j}]: g_t^{i,j} > 0,$  если сенсор j следит за i-ой целью, иначе  $g_t^{i,j} = 0.$ 

Предлагается решить задачу (4) "овыпуклением" на основе специальных норм матриц для получения разреженного субоптимального решения, что приведет нас к задаче следующего вида:

$$F'_{t} = \sum_{i=1}^{m} \Phi_{t}^{i} + \alpha \sum_{i=1}^{m} \|G_{t}^{i,\cdot}\|_{1} + \beta \sum_{j=1}^{n} \|G_{t}^{\cdot,j}\|_{1} \to \min,$$
 (5)

где  $\|\cdot\|_1-l_1$ -норма:  $\|x\|_1=\sum_{i=1}^v|x_i|,~G_t^{i,\cdot}$ — множество сенсоров, следящих за i-ой целью,  $G_t^{\cdot,j}$ — множество целей, за которым следит j-й сенсор.

# Описание системы

Для реализации задачи (5) будет использован алгоритм LMI[12, 14, 16, 17]. В качестве языка программирования был выбран Python3 и для него пакет "cvxpy"[18], который предназначен для решения задач полуопределенного программирования.

# Эксперименты

Рассмотрим расположение целей и сенсоров на плоскости  $x_t^i = \left[x_t^{i,1} \ x_t^{i,2}\right] \in \mathbb{R}^2, \ s_t^j = \left[s_t^{j,1} \ s_t^{j,2}\right] \in \mathbb{R}^2$  соответственно. Определим функцию  $\varphi$  следующим образом:

$$\varphi(s_t^j, x_t^i) = \begin{bmatrix} \psi(s_t^j, x_t^i) \\ \rho(s_t^j, x_t^i) \end{bmatrix},$$

где  $\psi(s_t^j, x_t^i) = \operatorname{arctg}\left[\frac{x_t^{i,1} - s_t^{j,1}}{x_t^{i,2} - s_t^{j,2}}\right]$  — угол меду направлением на цель и направлением на север;  $\rho(s_t^j, x_t^i) = \sqrt{\left(s_t^{j,1} - x_t^{i,1}\right)^2 + \left(s_t^{j,2} - x_t^{i,2}\right)^2} \quad \text{— расстояние от сенсора}$ 

$$ho(s_t^j,x_t^i)=\sqrt{\left(s_t^{j,1}-x_t^{i,1}
ight)^2+\left(s_t^{j,2}-x_t^{i,2}
ight)^2}$$
 — расстояние от сенсорадо цели.

Рассмотрим пример для 4 целей и 6 сенсоров. Проверим влияние регуляризующего коэффициента  $\beta$ . При  $\alpha = 0.5, \beta = 0$  матрица ресурсов принимает следующий вид:

$$G_t = \begin{pmatrix} 0.44 & 0.34 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.34 \\ 0.31 & 0.21 & 0.00 & 0.16 & 0.00 & 0.40 \\ 0.00 & 0.55 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.49 \\ 0.00 & 0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.84 \end{pmatrix}$$
 (6)

По (6) видно, что 2 и 6 столбцы не имеют нулевых элементов. Значит, 2 и 6 сенсоры соответственно, вынуждены следить за всеми целями.

Теперь добавим  $\beta = 0.5$ :

$$G_t = \begin{pmatrix} 0.55 & 0.93 & 0.74 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.32 & 0.88 & 0.00 & 0.00 & 0.65 \\ 0.00 & 0.00 & 0.83 & 0.00 & 0.46 & 0.00 \\ 0.99 & 0.69 & 0.00 & 0.34 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}$$
 (7)

Снова обратим внимание на матрицу (7) в целом: столбцы, которые не содержат нулевые элементы, отсутствуют. Соответственно, мы решили проблему загруженности боковых сенсоров из [15].

### Заключение

В работе разработан прототип системы, оптимизирующей распределение целей слежения между сенсорами. В ходе эксперимента, где использовалось ограничение только на количество сенсоров, следящих за целью, было выявлено, что некоторые сенсоры вынуждены следить за всеми целями. При добавлении ограничения на количество целей, за которым следит сенсор, эта проблема была частично решена.

# Список литературы

- [1] Hanif A., Mansoor A.B., Imran A.S. Deep multi-view correspondence for identity-aware multi-target tracking // In Proc. of 2017 International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications (DICTA). 2017. P. 1–8.
- [2] Thite A., Mishra A. Optimized multi-sensor multi-target tracking algorithm for air surveillance system // In Proc. of 2016 2nd International Conference on Advances in Electrical, Electronics, Information, Communication and Bio-Informatics (AEEICB). 2016. P. 637–642.
- [3] Jia B., Pham K.D., Blasch E., Shen D., Wang Z., Chen G. Cooperative space object tracking using space-based optical sensors via consensus-based filters // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2016. V. 52. No. 4. P. 1908 1936.
- [4] Wei B., Nener B., Liu W., Ma L. Centralized multi-sensor multi-target tracking with labeled random finite sets // In Proc. of International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS). 2016. P. 82–87.
- [5] Сервисориентированное мультиагентное управление распределенными вычислениями / И. В. Бычков, Г. А. Опарин, А. Г. Феоктистов [и др.] // Автоматика и телемеханика. 2015. № 11. С. 118-131.
- [6] Rzevski G., Skobelev P. Managing Complexity. Wit Press, 2014. 216 p.
- [7] Wooldridge M. An introduction to Multiagent Systems. John Wiley & Sons, 2009. 484 p.

- [8] Kalman R.E. et al. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems // Journal of basic Engineering. 1960. V. 82. No. 1. P. 35–45.
- [9] Uhlmann J.K. Algorithms for multiple-target tracking // American Scientist. 1992. V. 80. 2. P. 128–141.
- [10] Olfati-Saber R., Sandell N.F. Distributed tracking in sensor networks with limited sensing range // In Proc. of American Control Conference. 2008. P. 3157–3162.
- [11] Petitti A., Di Paola D., Rizzo A., Cicirelli G. Consensus-based distributed estimation for target tracking in heterogeneous sensor networks // In Proc. of 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. 2011. P. 6648–6653.
- [12] Erofeeva V., Granichin O., Granichina O. Multi-Sensor Task Assignment Using Linear Matrix Inequalities in the Multiple Target Tracking Problem. In Proc. of the 18th IFAC Symposium on System Identication, 2018.
- [13] *Ерофеева В.А.* Оптимизация распределения целей между наблюдателями и оценивание состояний с помощью циклического подхода // Стохастическая оптимизация в информатике. 2018. Т. 52. С. 330.
- [14] Якубович В.А. Метод матричный неравеств в теории устойчивости нелинейных регулируемых систем. І. Абсолютная устойчивость вынужденных колебаний // Автоматика и телемеханика. 1964. Т. 25, №7. С. 10171029.
- [15] Erofeeva V., Granichin O., Leonova A. Comparison of multi-sensor task assignment inequalities vs. brute force methods: linear matrix // IFAC-PapersOnLine, vol. 51, is. 32, 2018, pp. 648-653
- [16] Calaore G., Polyak B. T. Stochastic algorithms for exact and approximate feasibility of robust LMIs. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001. Vol. 46. P. 17551759.
- [17] Polyak B., Khlebnikov M., Shcherbakov P. An LMI approach to structured sparse feedback design in linear control systems. In Proc. 2013 European Control Conference (ECC), 2013. P. 833838.
- [18] CVXPY. URL: http://www.cvxpy.org