

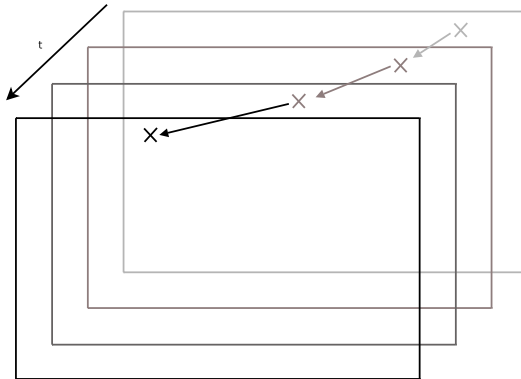
# Optical Flow Estimation

Andreas Töschel    Christian Reinbacher

2. Mai 2007

# Was ist Bewegung?

- Bewegung auf 3D-Pfad
- Projektion auf zwei Dimensionen
- Optical Flow Estimation = 2D-Bewegungsschätzung



# Methoden der Bewegungsschätzung

- Feature Tracking
- Block Matching
- **gradientenbasierte Verfahren**

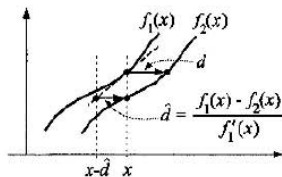
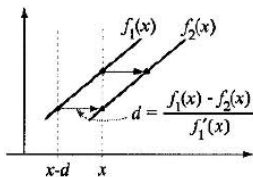
# Grundlagen der gradientenbasierten Verfahren

$$I(x, t) = I(x + u, t + 1)$$

Annahmen:

- Helligkeiten sind konstant
- nicht reflektierende Oberflächen
- punktförmige Lichtquelle
- keine Rotationen oder Schatten

# Schätzer für 1D-Bewegungen



- $f_2(x) = f_1(x - d)$
- Taylorreihenentwicklung von  $f_1(x - d)$  :  

$$f_1(x - d) = f_1(x) - df_1'(x) + O(d^2 f_1'')$$
- Terme höherer Ordnung verwerfen, einsetzen, umformen:  

$$\hat{d} = \frac{f_1(x) - f_2(x)}{f_1'(x)}$$

## Schätzer für 2D-Bewegungen

Analog zum 1D-Fall:

- Taylorreihenentwicklung:  
$$I(x + u, t + 1) \approx I(x, t) + u \cdot \nabla I(x, t) + I_t(x, t)$$
- Terme höherer Ordnung verwerfen, einsetzen, umformen:  
$$\nabla I(x, t) \cdot u + I_t(x, t) = 0$$
- **Problem:** eine Gleichung in 2 Unbekannten  $u_1$  und  $u_2$
- **Lösung:** lokale Umgebung betrachten  $\rightarrow$  LS-Estimator

# LS-Estimator

$$E(u) = \sum_X g(x) [u \cdot \nabla I(x, t) + I_t(x, t)]^2$$

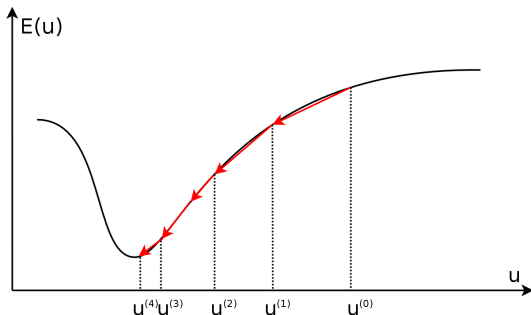
- $E(u)$ ...Fehlermaß auf lokaler Umgebung
- $g(x)$ ...2D-Gauss-Kern
- Minimum finden: ableiten nach  $u_1$  und  $u_2$  und Nullsetzen
- in Matrixform:  $Mu = b$  wobei

$$M = \begin{bmatrix} \sum g I_x^2 & \sum g I_x I_y \\ \sum g I_x I_y & \sum g I_y^2 \end{bmatrix}, b = - \begin{pmatrix} \sum g I_x I_t \\ \sum g I_y I_t \end{pmatrix}$$

- Lösung:  $\hat{u} = M^{-1}b$

# Iterative Methode (I)

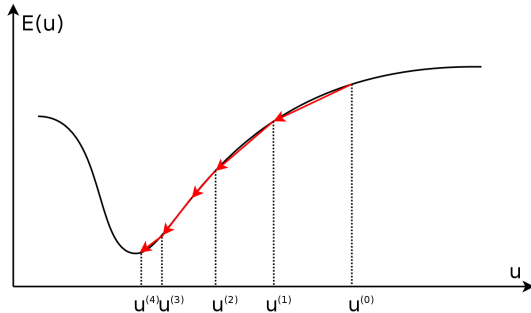
- die vorherige Lösung ist optimal, aber nicht für das ursprüngliche Problem
- es treten höhere Ableitungen von  $f(x)$  auf, die nicht verschwinden
- Lösung: suche lokales Minimum der Errorfunktion  $E(u)$





## Iterative Methode (II)

- $u^{(0)} = 0$
- $u^{(n)} = u^{(n-1)} + M^{-1}b$  für  $n \geq 1$



## Iterative Methode (III)

Vorteil:

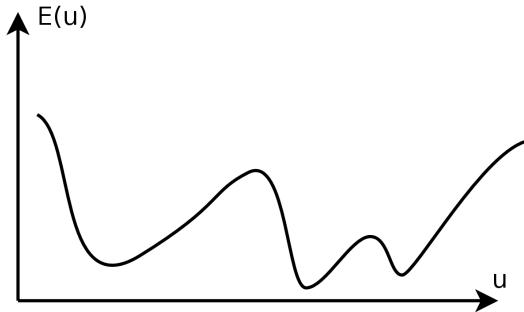
- höhere Ableitungen dürfen ungleich 0 sein

Nachteil:

- für jede Iteration muss die M Matrix invertiert werden

# Temporal Aliasing

- die zeitliche Auflösung ist begrenzt
- durch eine zu schnelle Bewegung wird  $u^{(0)}$  im falschen lokalen Minimum der Errorfunktion gewählt



# Lösung: Coarse-To-Fine Refinement

Algorithmus:

- 1 Bild mit breitem Gauss glätten
- 2 Bewegung berechnen
- 3 Bewegung aus dem Bild herausrechnen
- 4 beginne bei (1) mit schmalerem Gauss (bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist)

Probleme:

- wird ein Fehler gemacht pflanzt sich dieser fort
- mit vielen kleinen Verfeinerungen ist es sehr Rechenaufwendig

# Robust Motion Estimation (I)

- LS-Estimation hat Probleme mit Outlier
- Gründe für Outlier:
  - Helligkeit nicht konstant
  - Schatten
  - Reflexionen
  - mehrere Lichtquellen
  - ...

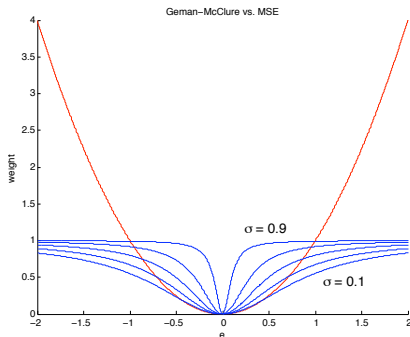
## Robust Motion Estimation (II)

Lösung: Verwendung eines Robusten Gewichts

$$e(x, u) = u \cdot \nabla I(x, t) + I_t(x, t)$$

$$\rho(e, \sigma) = e^2 / (e^2 + \sigma^2)$$

$$E(u) = \sum_X g(x) \rho(e(x, u), \sigma)$$



# Layered Motion



- Probleme an den Grenzen der Objekte im Bild
- teilen des Bildes in Layer
- jeder Layer kann mit den besprochenen Methoden behandelt werden

# Global Smoothing

- Annahme: Bewegung im Bild gleichmäßig, gleichförmig

- Horn-Schunck-Methode:

$$E(u) = \int (\nabla I \cdot u + I_t)^2 + \lambda (\|\nabla u_1\|^2 + \|\nabla u_2\|^2) dx dy$$

- $\lambda$ ...Parameter für Bewegungsgeschwindigkeit
- Ableitungen diskret approximieren  $\rightarrow$  großes lineares Gleichungssystem
- Lösen mit iterativen Verfahren zB *Gauss-Seidel*



# Wahrscheinlichkeiten

- Problem aller Verfahren: Keine Aussage über Güte der Bewegungsschätzung
- benötigt für Fusion von verschiedenen Verfahren
- Lösung: Einführung von Wahrscheinlichkeitsrechnung:  
 $I(x, t) = I(x + u, t + 1) + \eta$ 
  - $\eta$ ... weisses Rauschen mit Mittelwert  $\sigma$ , unkorreliert
- damit ergibt sich:  $p(I|u) \propto e^{\frac{1}{2\sigma^2} E(u)}$ 
  - $E(u)$ ... Fehlermaß der iterativen Methode
  - Mittelwert  $M^{-1}b$
  - Kovarianz  $M^{-1}$  definiert Ellipse um jede Schätzung
- **Keine Lösung für korreliertes Rauschen**

# Abschluss

Beispielprogramme zu Global Smoothing und  
Feature-Based-Tracker (KLT):

- OpenCV
- C

Danke für die Aufmerksamkeit