

数学作业纸

数学作业纸

班级: 160611

姓名: 张金源/16066001 编号:

第 页

习题 2.3

3. 若 I_A 为集合 A 上的恒等关系, 即

$$I_A = \{ \langle x, x \rangle \mid x \in A \}$$

则对 A 上的任意二元关系 R , A 上的二元关系 $I_A \cup R \cup R^{-1}$ 必是自反的和对称的。

$I_A = \{ \langle x, x \rangle \mid x \in A \}$, 由 I_A 是集合 A 的恒等关系 $x \in A$

$R = \{ \langle x, x \rangle \}$ 则 R 是自反的。

$(R \cup R^{-1})^{-1} = (R^{-1})^{-1} \cup R^{-1} = R \cup R^{-1}$, 所以 $R \cup R^{-1}$ 是对称的。

由 I_A 是恒等关系则 $I_A \cup R \cup R^{-1}$ 是自反的和对称的。

习题 2.4

3. 若 R 为任意集合 A 上的空关系或全关系, 则 $R^2 = R$

证: R^2 包含于 R , 设 $\langle x, y \rangle \in R^2$, 存在 $z \in A$, 使得 $\langle x, z \rangle \in R, \langle z, y \rangle \in R$ 。

假定 A 的集合 $\{x, y\}$

R 的关系为 $\{ \langle x, y \rangle, \langle y, x \rangle, \langle x, x \rangle, \langle y, y \rangle \}$

则 $R^2 = R$

$\{ \langle x, y \rangle, \langle y, x \rangle, \langle x, x \rangle, \langle y, y \rangle \} \subseteq \{ \langle x, y \rangle, \langle y, x \rangle, \langle x, x \rangle, \langle y, y \rangle \}$

$\Rightarrow \{ \langle x, x \rangle, \langle x, y \rangle, \langle y, x \rangle, \langle y, y \rangle \} \subseteq R^2$

显然 $R^2 = R$ 因为 R^2 包含 R 则 $R^2 = R$ 。

b) 如果 R_1 和 R_2 都是反自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是反自反的

↳ 不正确, 令 $A = \{1, 2\}$, 则 $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle \}$, $R_2 = \{ \langle 2, 1 \rangle \}$ 都是反自反的。

但 $R_1 \circ R_2 = \{ \langle 1, 1 \rangle \}$ 不是反自反的。

d) 如果 R_1 和 R_2 都是反对称的, 则 $R_1 \circ R_2$ 也是反对称的。

↳ 不正确, 令 $A = \{1, 2, 3\}$, 则 $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$, $R_2 = \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle \}$

都是反对称的. 但 $R_1 \circ R_2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$ 不是反对称的。