

张金源

76066001

班级:

# 数学作业纸

姓名:

编号:

第

页

## 习题 2.3

③  $I_A = \{ \langle x, x \rangle \mid x \in A \}$

$A$  上关系  $R$  的  $I_A \cup R \cup R^{-1}$  必是自反的和对称的。

\* 若  $\langle x, x \rangle \in R$ , 则  $\langle x, x \rangle \in R^{-1}$  且  $\langle x, x \rangle \in I_A$  因此  $\langle x, x \rangle \in I_A \cup R \cup R^{-1}$   
所以  $I_A \cup R \cup R^{-1}$  必是自反的。

\* 若  $\langle x, x \rangle \in R$  是对称的, 则  $\langle x, x \rangle \in R^{-1}$  也是对称的。根据定理  $R$  是对称的当且仅当  $R^{-1}$  是对称的。因为  $R = R^{-1}$  则  $R$  是对称的。所以  $I_A \cup R \cup R^{-1}$  必是对称的。

④ i).  $\text{dom } R^{-1} = \text{ran } R$

反例:

$R = \{ \langle a, 1 \rangle, \langle a, 3 \rangle, \langle b, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle c, 1 \rangle \}$

$A = \{ a, b, c \}$

$B = \{ 1, 2, 3 \}$

$R^{-1} = \{ \langle 1, a \rangle, \langle 3, a \rangle, \langle 1, b \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 1, c \rangle \}$

显然  $\text{dom } R^{-1} = \text{ran } R$

## 习题 2.4

①  $R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, d \rangle \}$

$R_2 = \{ \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle \}$

$R_2 \circ R_1 = \{ \langle c, d \rangle \}$

$R_1 \circ R_1 = \{ \langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle a, d \rangle \}$

$R_1 \circ R_2 = \{ \langle a, d \rangle, \langle a, c \rangle \}$

$R_2 \circ R_2 = \{ \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle \}$

$$\textcircled{4} R_1 \circ (R_2 \cap R_3) \subset (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$$

$$(R_2 \cap R_3) \circ R_4 \subset (R_2 \circ R_4) \cap (R_3 \circ R_4)$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$\sum R_1 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}, R_2 = \{\langle 2, 2 \rangle\}, R_3 = \{\langle 3, 2 \rangle\} \text{ 则}$$

$$R_1 \circ (R_2 \cap R_3) = \emptyset, (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3) = \{\langle 1, 2 \rangle\}$$

$$\textcircled{1} R_1 \circ (R_2 \cap R_3) \subset (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$$

$$R_2 = \{\langle 2, 2 \rangle\}, R_3 = \{\langle 2, 3 \rangle\}, R_4 = \{\langle 4, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\} \text{ 则}$$

$$(R_2 \cap R_3) \circ R_4 = \emptyset, (R_2 \circ R_4) \cap (R_3 \circ R_4) = \{\langle 2, 1 \rangle\}$$

$$\textcircled{2} (R_2 \cap R_3) \circ R_4 \subset (R_2 \circ R_4) \cap (R_3 \circ R_4)$$