

张金源-160611
76066001

数学作业纸

班级: 160611 姓名: 张金源 编号: 76066001 第 页

习题 2.8

31. 设 R 为集合 A 上的二元关系且 $S \subseteq A$

(a). 若 R 是 A 上的半序, 则 $R|_S$ 是 S 上的半序。

(b). 若 R 是 A 上的良序, 则 $R|_S$ 是 S 上的良序。

46. 设集合 $P = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 上的半序 R 的哈斯图 H_R 如图 2.85 所示

a). 断言中为真的有: $x_4 R x_1, x_1 R x_1$

b). P 的最小元: 无; P 的最大元: x_1
 P 的极小元: x_4 和 x_5 ; P 的极大元: x_1

c). $\{x_2, x_3, x_4\}$ 的上界: x_1 ; 下界: x_4 ; 上确界: x_1 ; 下确界: x_4
 $\{x_3, x_4, x_5\}$ 的上界: x_1, x_3 ; 下界: 无; 上确界: x_3 ; 下确界: 无
 $\{x_1, x_2, x_3\}$ 的上界: x_1 ; 下界: x_4 ; 上确界: x_1 ; 下确界: x_4

8. 设 $\langle A, \leq \rangle$ 为半序结构。证明 A 的每个非空有限子集都至少有一个极小元和极大元

习题 27

1. a). $\{ \langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathbb{I} \text{ 且 } i * j > 0 \}$: 不正确, 因为不自反。
- b). $\{ \langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathbb{I} \text{ 且 } i \leq 0 \}$: 不正确, 因为不自反。
- c). $\{ \langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathbb{I} \text{ 且 } i \leq j \}$: 不正确, 因为不对称。
- d). $\{ \langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathbb{I} \text{ 且 } |i - j| \leq 10 \}$: 不正确, 因为不传递。
- e). $\{ \langle i, j \rangle \mid i, j \in \mathbb{I} \text{ 且 有 } \alpha \in \mathbb{I} \text{ 使 } 10\alpha < i < 10(\alpha + 1) \}$: 不正确, (不自反, 比如 10 时, $\langle i, i \rangle \notin R$)

3. 设集合 A 上的二元关系 R 是自反的。证明 R 为等价关系的充要条件是: 若 $\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle \in R$, 则 $\langle b, c \rangle \in R$

若 $\langle a, b \rangle \in R, \langle a, c \rangle \in R$, 则 $\langle b, c \rangle \in R$

若 $\langle a, b \rangle \in R$, 则由于 R 自反, 所以 $\langle a, a \rangle \in R$ 由上式有 $\langle b, a \rangle \in R$, 所以 R 对称。
若 $\langle a, b \rangle \in R$ 且 $\langle b, c \rangle \in R$, 则因为 R 对称, 所以 $\langle b, a \rangle \in R$ 。由已知条件, 因为 $\langle b, a \rangle \in R$ 且 $\langle b, c \rangle \in R$, 所以 $\langle a, c \rangle \in R$, R 是传递。
因此 R 是等价关系。

已知是等价关系, 若 $\langle a, b \rangle \in R, \langle a, c \rangle \in R$, 则因为 R 对称, 所以 $\langle b, a \rangle \in R$ 。又由于 R 传递, 所以 $\langle b, c \rangle \in R$, 因此若 $\langle a, b \rangle \in R, \langle a, c \rangle \in R$, 则 $\langle b, c \rangle \in R$

数学作业纸

班级: 160611

姓名: 张金源

编号: 76066001

第

页

5. 设 R_1 和 R_2 都是集合 A 上的等价关系. 试判断下列 A 上的二元关系是不是 A 上的等价关系为什么?

a). $A^2 - R_1$

c). R_1^2

d). $r(R_1 - R_2)$

f). $R_1 \cup R_2$

h). $c(R_1 \cap R_2)$

6. 设 π_1 和 π_2 都是集合 A 的划分. 试判断下列集类是否是 A 的划分, 为什么?

b). $\pi_1 \cap \pi_2$

d). $(\pi_1 \cap (\pi_2 - \pi_1)) \cup \pi_1$