作业 12

习题 7.1

4. 证明 3 度正则图必有偶数个结点。

证明：设 G=<V, E, Ψ>为 n 阶 3 度正则图，则 $\sum_{v\in V} d_G(v)$=3n=2|E|。

因此|E|=3n/2，得 n 为偶数。

5. 证明：设集合会中有 n 个人，如下构造简单无向图 G=<V, E, Ψ>：V 中有 n 个结点，代表 n 个人；对任意的 u, v∈V, u 与 v 相互认识当且仅当{u, v}∈E。则 u 的度为与 u 握手的人的个数。

设 V 中度为奇数的结点集合为 V1, 则 V-V1 包含 V 中所有度为偶数的结点集合。

有 $\sum_{v\in V_1} d_G(v)$+$\sum_{v\in V-V_1} d_G(v)$=2|E|，为偶数。

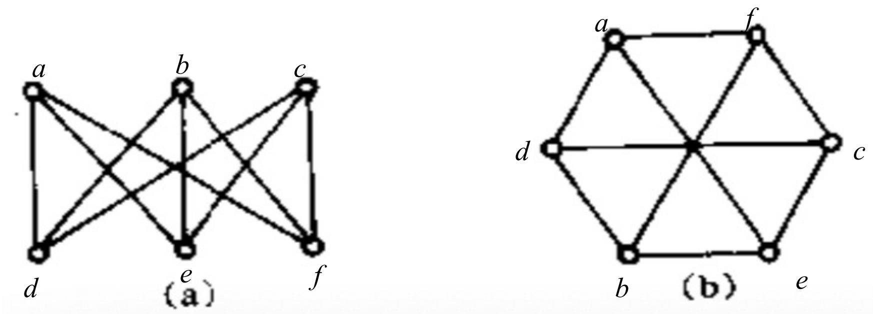
所以$\sum_{v\in V_1} d_G(v)$为偶数，得|V_1|为偶数（偶数个奇数相加为偶数）。

综上可得，与奇数个人握手的人为偶数个。

6. 如下图所示：

同构映射为 f(a)=a, f(b)=b, f(c)=c, f(d)=d, f(e)=e；

g 满足对任意的 u, v∈{a, b, c, d, e}，当 u,v 邻接时，g({u, v})={u,v}。



11. 证明：设 $G=\langle V, E, \Psi\rangle$为 n 阶无向图。

因为$\sum_{v\in V} d_G(v) = n_k\cdot k+(n-n_k)\cdot(k+1)=n\cdot k+n-n_k=2m$，

得 $nk=(n+1)k-2m$。