

# 数学作业纸

2.4 班级: 姓名: 学号: 第 页

5. b) 如果  $R_1$  和  $R_2$  是反自反的, 则  $R_1 \cap R_2$  也是反自反的。  
 不正确, 反例: 令  $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle \}$ ,  $R_2 = \{ \langle 2, 1 \rangle \}$ , 则  $R_1 \cap R_2 = \{ \langle 1, 1 \rangle \}$ , 显然  $R_1 \cap R_2$  不是反自反的, 但  $R_1, R_2$  是反自反的。

d) 如果  $R_1$  和  $R_2$  是反对称的, 则  $R_1 \cap R_2$  是反对称的。  
 反例:  $R_1 = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$ ,  $R_2 = \{ \langle 2, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle \}$ ,  $R_1 \cap R_2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$   
 $R_1, R_2$  不是反对称, 则不成立。

10. 如果集合  $A$  上的二元关系  $R$  是自反, 又是传递,  $R^2 = R$   
 反例:  $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$   
 $R \cap R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}$  则  $R^2 = R$ , 成立。

2.5

$$4) r(R_1 \cap R_2) = r(R_1) \cap r(R_2)$$

$$a) (R_1 \cap R_2) \cup I_A = (R_1 \cup I_A) \cap (R_2 \cup I_A)$$

$$= r(R_1) \cap r(R_2)$$

\* 证毕

$$b) S(R_1 \cap R_2) \subseteq S(R_1) \cap S(R_2)$$

$$R_1 = \{ \langle 1, 1 \rangle \}, R_2 = \{ \langle 2, 1 \rangle \}$$

$$S(R_1) = S(R_2) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle \}, S(R_1 \cap R_2) = S(\emptyset) = \emptyset$$

$$S(R_1 \cap R_2) \subseteq S(R_1) \cap S(R_2)$$

$$c) t(R_1 \cap R_2) \subseteq t(R_1) \cap t(R_2)$$

$$R_1 = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}, R_2 = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$$

$$t(R_1) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle \}, t(R_2) = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$$

$$t(R_1 \cap R_2) = S(\emptyset) = \emptyset$$

$$t(R_1 \cap R_2) \subseteq t(R_1) \cap t(R_2)$$

$$6) A = \{ 1, 2 \}, R = \{ \langle 1, 1 \rangle \}$$

$$tS(R) = t(\{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$$

$$St(R) = S(\{ \langle 1, 1 \rangle \}) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 1 \rangle \}$$

$$tS(R) \neq St(R)$$