

数学作业纸

班级: 160611

姓名: 张金源

编号: 76066001

第

页

1. 用归纳定义法给出下列集合

(1). 不允许有前0被5整除的二进制无符号整数的集合。

一) 基本项: $\{0\} \subseteq B_0, \{1\} \subseteq B_1; B_0, B_1, B_2, B_3, B_4$

二) 归纳项

若 $\alpha \in B_0 - \{0\}$, 则 $\alpha 0 \in B_0, \alpha 1 \in B_1$

若 $\alpha \in B_1$, 则 $\alpha 0 \in B_2, \alpha 1 \in B_3$

若 $\alpha \in B_2$, 则 $\alpha 0 \in B_4, \alpha 1 \in B_0$

若 $\alpha \in B_3$, 则 $\alpha 0 \in B_1, \alpha 1 \in B_2$

若 $\alpha \in B_4$, 则 $\alpha 0 \in B_3, \alpha 1 \in B_4$

三) 极小化

只有有限次应用(1), (2)得到的元素才是 B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 的元素。

(2). 集合 $\{0, 1, 4, 9, 25, \dots\} \Rightarrow \{x | x = k^2, \text{且 } k \in \mathbb{N}^+\}$

一) 基本项: 设集合 $\{0, 1, 4, 9, 25, \dots\}$ 为 E
 $0 \in E$

二) 归纳项

若 $k \in E$, 则 $k^2 \in E$

三) 极小化

只有有限次应用(1), (2)得到的数才是 E 中的元素。

数学作业纸

班级: 162511

姓名: 张金源

编号: 76066001 第

《离散数学》班山

习题1.2

1). 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 4\}$, $B = \{1, 2, 5\}$, $C = \{2, 4\}$

b). $(A \cap B) \cup \sim C \Rightarrow \{1, 3, 5\}$ h). $(A \oplus B) \oplus (B \oplus C)$

\downarrow
 $\{1\} \cup \{1, 3, 5\}$

d). $\sim A \cup \sim B \Rightarrow \{2, 3, 4, 5\}$
 $\{2, 3, 5\} \cup \{3, 4\}$

f). $A - (B - C) \Rightarrow \{4\}$
 $\{4\} - \{1, 5\}$

h). $(A \oplus B) \oplus (B \oplus C) \Rightarrow \{1, 2\}$
 $\{2, 4, 5\} \oplus \{1, 4, 5\}$

3). 证明:

e). $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

* $A - (B \cap C) \quad | \quad (A \cap \sim B) \cup (A \cap \sim C)$

* $A \cap \sim (B \cap C) \quad | \quad (A - B) \cup (A - C)$

* $A \cap (\sim B \cup \sim C) \quad | \quad \text{于是 } A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C) \text{ 成立。}$

g). $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$

* $A \cap \sim (B - C) \quad | \quad (A - B) \cup (A \cap C)$

* $A \cap (\sim B \cup C) \quad | \quad \text{于是 } A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C) \text{ 成立。}$

* $(A \cap \sim B) \cup (A \cap C)$

4). 证明:

$$d). A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$$

* $A \cap (B \oplus C)$ | 于是 $A \cap (B \oplus C) = (A \cap B) \oplus (A \cap C)$ 证立。

$$*(A \cap A) \cap (B \oplus C)$$

$$*(A \cap B) \oplus (A \cap C)$$

6). 给出下列各式成立的充分必要条件, 并加以证明

$$a). (A-B) \cup (A-C) = A$$

$$\text{证 } A-B = A \cap \bar{B}, A-C = A \cap \bar{C} \rightarrow (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap \bar{C}) = A \cap (\bar{B} \cup \bar{C})$$

由于 $(A-B) \cup (A-C) = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap \bar{C}) = A \cap (\bar{B} \cup \bar{C})$, 因此 $(A-B) \cup (A-C) = A$ 的充分必要条件是 $A \subseteq \bar{B} \cup \bar{C} / A \subseteq \overline{B \cap C}$

$$c). (A-B) \cap (A-C) = A$$

证 $(A-B) \cap (A-C) = A$ 等价于 $(A \cap \bar{B}) \cap (A \cap \bar{C}) = A$, 等价于 $A \cap \overline{B \cup C} = A$, 所以

$(A-B) \cap (A-C) = A$ 的充分必要条件是 $A \subseteq \overline{B \cup C} / A \subseteq \sim B \cup \sim C$

$$b). (A-B) \oplus (A-C) = A$$

$(A-B) \oplus (A-C) = (A \cap \bar{B}) \oplus (A \cap \bar{C}) = A \cap (\bar{B} \oplus \bar{C})$, 所以使上式成立的充分必要

条件是 $A \subseteq \bar{B} \oplus \bar{C}$

充分: 若 $A \subseteq \bar{B} \oplus \bar{C}$, 则 $A \cap (\bar{B} \oplus \bar{C}) = A$, 即 $(A-B) \oplus (A-C) = A$

必要: 若 $(A-B) \oplus (A-C) = A$, 即 $A \cap (\bar{B} \oplus \bar{C}) = A$

则 $x \in A \leftrightarrow x \in A \cap (\bar{B} \oplus \bar{C}) \Rightarrow x \in (\bar{B} \oplus \bar{C})$, 从而 $A \subseteq \bar{B} \oplus \bar{C} / A \subseteq \sim B \oplus \sim C$

$$g). A \cap B = A \cup B$$

使 $A \cap B = A \cup B$ 的充分必要条件是 $A = B$

必要性: 假设 $A \neq B$, 没有一个元素 $a \in A$, 但 $a \notin B$, 则 $a \in A \cup B$, 但 $a \notin A \cap B \neq A \cup B$

矛盾。

充分性: 当 $A = B$ 时, 显然有 $A \cap B = A \cup B$

数学作业纸

班级:

姓名:

编号:

第 页

7.) 设 A, B 为任意两个集合, 证明

a). $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$

证: 若 x 属于 A 的幂集, 则 x 是 A 的子集, 如果 x 属于 $(A$ 的幂集并 B 的幂集), 则 x 是 A 的子集或 B 的子集, 则显然是 $A \cup B$ 的子集, 于是 x 属于 $(A \cup B)$ 的幂集。

若 $x \in P(A)$, 则 x 是 A 的子集, 若 $x \in (P(A) \cup P(B))$, 则 $x \in A \vee x \in B$, 显然 x 是 $A \cup B$, 于是 $x \in P(A \cup B)$. 证明完毕。

b). $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$

证: 设 $x \in (P(A) \cap P(B))$, 则 x 是 A 的子集, 且是 B 的子集, 则 x 是 $A \cap B$ 的子集, 所以 $x \in P(A \cap B)$, 所以 $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$, 证毕。