14.

(1) 不成立。取解释 I 如下。

$$D_I=\{a,b\}，\quad P^I(a)=0，\quad P^I(b)=1，\quad Q^I(a)=1，\quad Q^I(b)=0$$

则 $I(\forall x(P(x)\leftrightarrow Q(x)))=0$ 且 $I(\forall xP(x)\leftrightarrow \forall xQ(x))=1$。

(2) 不成立。取解释 I 如下。

$$D_I=\{a,b\}，\quad P^I(a)=0，\quad P^I(b)=1，\quad Q^I(a)=1，\quad Q^I(b)=0$$

则 $I(\forall x(P(x)\to Q(x)))=0$ 且 $I(\forall xP(x)\to \forall xQ(x))=1$。

(3) 不成立。取解释 I 和 I 中赋值 v 下。

$$D_I=\{a,b\}，\quad P^I(a)=0，\quad P^I(b)=1，\quad v(x)=b$$

则 $I(\forall xP(x))(v)=0$ 且 $I(P(x))(v)=1$。

(4) 成立。任取解释 I 和 I 中赋值 v，因为 x 不是 $\forall xP(x)$ 中的自由变元，所以对于每个 $d\in D_I$， $I(\forall xP(x))(v[x/d])=I(\forall xP(x))(v)$。

$I(\forall x\forall xP(x))(v)=1$

当且仅当对于每个 $d\in D_I$， $I(\forall xP(x))(v[x/d])=1$

当且仅当 $I(\forall xP(x))(v)=1$

(5) 不成立。取解释 I 如下。

$$D_I=\{a,b\}，\quad P^I(a)=0，\quad P^I(b)=1，\quad Q^I(a)=1，\quad Q^I(b)=0$$

则 $I(\forall x(P(x)\leftrightarrow \forall yQ(y)))=0$ 且 $I(\forall xP(x)\leftrightarrow \forall yQ(y))=1$。

(6) 不成立。取解释 I 如下。

$$D_I=\{a,b\}，\quad P^I(a)=1，\quad P^I(b)=0，\quad Q^I(a)=Q^I(b)=1$$

则 $I(\forall x(P(x)\leftrightarrow \forall yQ(y)))=0$ 且 $I(\exists xP(x)\leftrightarrow \forall yQ(y))=1$。

15.

(1) $\exists xA\Leftrightarrow\neg\forall x\neg A\Leftrightarrow\neg\forall y\neg A_y^x\Leftrightarrow\exists yA_y^x$

(2) $\exists x(A\to B)\Leftrightarrow\exists x(\neg A\vee B)\Leftrightarrow\exists x\neg A\vee\exists xB\Leftrightarrow\neg\forall xA\vee\exists xB\Leftrightarrow\forall xA\to\exists xB$

(3) $\forall x\forall y(A\vee B)\Leftrightarrow\forall x(A\vee\forall yB)\Leftrightarrow\forall xA\vee\forall yB$

(4) $\exists x\exists y(A\wedge B)\Leftrightarrow\exists x(A\wedge\exists yB)\Leftrightarrow\exists xA\wedge\exists yB$

(5) $\exists x\forall y(A\to B)\Leftrightarrow\exists x(A\to\forall yB)\Leftrightarrow\forall xA\to\forall yB$

（6） 任取解释 I 和 I 中赋值 v，

$I(\forall x\forall yA)(v)=0$

当且仅当有 $d\in D_I$ 使得 $I(\forall yA)(v[x/d])=0$

当且仅当有 $d,c\in D_I$ 使得 $I(A)(v[x/d][y/c])=0$

当且仅当有 $d,c\in D_I$ 使得 $I(A)(v[y/c][x/d])=0$

当且仅当有 $c\in D_I$ 使得 $I(\forall xA)(v[y/c])=0$

当且仅当 $I(\forall y\forall xA)(v)=0$