

张金源 / 76066001

160611

作业4

北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

20. (1). $\{0, \rightarrow\}$

$\neg p \Leftrightarrow \neg p \vee 0 \Leftrightarrow p \rightarrow 0$, 因为 $\{1, \rightarrow\}$ 是完全集, 则 $\{0, \rightarrow\}$ 是完全集。

任取由 $\{0\}$ 生成不出现除命题变元 p 之外的命题变元的公式 A ,

令真值赋值 $v = (p/0)$, 则 $v(A) = 0$, 而 $v(\neg p) = 1$ 因此 $\{0\}$ 不能定义 \neg 。

所以 $\{0\}$ 不是完全集。任取由 $\{\rightarrow\}$ 生成的仅出现命题变元 p 的公式 A ,

令真值赋值 $v = (p/1)$, 则 $v(A) = 1$, 而 $v(\neg p) = 0$, 因此 $\{\rightarrow\}$ 不能定义 \neg 。所以

$\{\rightarrow\}$ 不能是完全集。所以 $\{1, \rightarrow\}$ 是极小完全集。

(2). $\{0, \rightarrow\}$

$\neg p \Leftrightarrow p \oplus 1 \Leftrightarrow p \oplus (p \rightarrow p)$, 因为 $\{1, \rightarrow\}$ 是完全集, 所以 $\{0, \rightarrow\}$ 是完全集。

任取由 $\{0\}$ 生成的仅出现除命题变元 p 的公式 A , 令真值赋值 $v = (p/0)$, 则

$v(A) = 0$ 而 $v(\neg p) = 1$, 因此 $\{0\}$ 不能定义 \neg 。所以 $\{0\}$ 不是完全集。 $\{\rightarrow\}$

不是完全集。所以 $\{0, \rightarrow\}$ 是极小完全集。

(3). $\{0, 1, \leftrightarrow\}$

$\neg p \Leftrightarrow p \oplus 1 \Leftrightarrow p \oplus (p \rightarrow p)$, 因为 $\{1, \rightarrow\}$ 是完全集, 所以 $\{0, 1, \leftrightarrow\}$ 是完全集。

任取由 $\{0, 1\}$ 生成的仅出现除命题变元 p 的公式 A , 令真值赋值 $v = (p/0)$, 则 $v(A) = 0$

而 $v(\neg p) = 1$, 因此 $\{0, 1\}$ 不能定义 \neg 。所以 $\{0, 1\}$ 不是完全集。任取由 $\{1, \leftrightarrow\}$

生成仅出现命题变元 p 的公式 A , 真值赋值 $v = (p/1)$, 则 $v(A) = 1$, 而 $v(\neg p) = 0$,

因此 $\{1, \leftrightarrow\}$ 不能定义 \neg 。所以 $\{1, \leftrightarrow\}$ 不是完全集。 $\{0, \leftrightarrow\}$ 不是完全集, 所以

$\{0, 1, \leftrightarrow\}$ 是极小完全集。

(4). $\{0, \vee, \leftrightarrow\}$

$\neg p \Leftrightarrow p \oplus 1 \Leftrightarrow p \oplus (p \rightarrow p)$, 因为 $\{1, \vee\}$ 是完全集, 所以 $\{0, \vee, \leftrightarrow\}$ 是完全集。任取由

$\{0, \vee\}$ 生成的仅出现除命题变元 p 的公式 A , 真值赋值 $v = (p/0)$, 则 $v(A) = 0$

而 $v(\neg p) = 1$, 因此 $\{0, 1\}$ 不能定义 \neg 。所以 $\{0, 1\}$ 不是完全集。任取由 $\{v, \neg\}$ 生成, 真值 $v = (p, 1)$, $v(A) = 1$, 而 $v(\neg p) = 0$ 因此 $\{v, \neg\}$ 不定义 \neg 。所以 $\{v, \neg\}$ 不是完全集。 $\{0, \neg\}$ 不是完全集, 所以 $\{0, v, \neg\}$ 是极小完全集。