

张金源/160601

76066001

北京航空航天大学

作业12

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

### 习题3

$$1. (6) \vdash (A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B)))$$

$$* A, A \rightarrow B \vdash B$$

$$* A \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow B$$

$$* A \vdash \neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B)$$

$$* \vdash A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$$

$$(7) \vdash A \rightarrow A \vee B$$

$$A_1 = A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$$

$$A_2 = (\neg B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg \neg B)$$

$$A_3 = \neg \neg B \rightarrow B$$

$$A_4 = (\neg A \rightarrow \neg \neg B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

$$A_5 = (\neg B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

$$A_6 = A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

$$A_7 = A \rightarrow A \vee B$$

$$(8) A \vee B = (\neg A \rightarrow B)$$

$$A_1 = A \rightarrow B \vee A$$

$$A_2 = A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$$

$$A_3 = A \rightarrow B \vee A$$

$$2. (1) \vdash A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow B))$$

$$P \vdash A, T \vdash B, \text{ 当且仅当 } T \vdash A \wedge B$$

$$\text{证明: 若 } T \vdash A, T \vdash B, \text{ 则 } T \vdash A \wedge B.$$

$$A_1 = A$$

$$A_2 = B$$

$$A_3 = A \rightarrow (\neg \neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$$

$$A_4 = B \rightarrow \neg \neg B$$

$$A_5 = (\neg \neg B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)) \rightarrow (B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$$

$$A_6 = A \rightarrow (B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B))$$

$$A_7 = B \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg B)$$

$$A_8 = \neg(A \rightarrow \neg B)$$

若  $\mathcal{T} \vdash A \wedge B$ , 则  $\mathcal{T} \vdash A, \mathcal{T} \vdash B$

$$A_1 = A \wedge B$$

$$A_2 = A \wedge B \rightarrow A$$

$$A_3 = A$$

$$A_4 = A \wedge B \rightarrow B$$

$$A_5 = B$$

$$\mathcal{T} \vdash A, \mathcal{T} \vdash B$$

(2).  $\mathcal{T} \vdash A$  或  $\mathcal{T} \vdash B$  当且仅当  $\mathcal{T} \vdash A \vee B$

不对

$$\vdash \neg A \rightarrow A$$

$$\vdash A \vee A$$

$$\vdash A \wedge \neg A$$