

张金源/160611

76066001

作业15

10 (1). 若  $\Gamma \vdash A \rightarrow B$ , 则  $\Gamma \vdash \exists x A \rightarrow \exists x B$

$$A_1 \vdash A \rightarrow B$$

$$A_2 \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$A_3 \vdash \neg B \rightarrow \neg A$$

$$A_4 \vdash \forall x (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$A_5 \vdash \forall x (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (\neg \forall x B \rightarrow \neg \forall x A)$$

$$A_6 \vdash \neg \forall x B \rightarrow \neg \forall x A$$

$$A_7 \vdash \neg \forall x A \rightarrow \neg \forall x B$$

$$A_8 \vdash \exists x A \rightarrow \exists x B$$

(2) 若  $\Gamma \vdash A \rightarrow B$ , 且  $x$  不是  $B$  的自由变元, 则  $\Gamma \vdash \exists x A \rightarrow B$

$$A_1 \vdash A \rightarrow B$$

$$A_2 \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$A_3 \vdash \neg B \rightarrow \neg A$$

$$A_4 \vdash \forall x (\neg B \rightarrow \neg A)$$

$$A_5 \vdash \forall x (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (\neg B \rightarrow \forall x \neg A)$$

$$A_6 \vdash \neg B \rightarrow \forall x \neg A$$

$$A_7 \vdash \neg \forall x A \rightarrow \neg B$$

$$A_8 \vdash \neg \neg B \rightarrow B$$

$$A_9 \vdash \exists x A \rightarrow B$$