

张金厚 / 76066001  
160611

作业3

# 北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

⑧(1).  $p \wedge (q \oplus r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \oplus (p \wedge r)$  等值。

$p$	$q$	$r$	$q \oplus r$	$p \wedge (q \oplus r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$A$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	0

(2).  $p \oplus 1 \Leftrightarrow \neg p$  等值。

$p$	$A$	$\neg p$
0	1	1
1	0	0

(3).  $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$  等值。

$p$	$q$	$p \wedge q$	$A$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

(4).  $p \oplus q \Leftrightarrow \neg(p \leftrightarrow q)$  等值。

$p$	$q$	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$9(1). p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee r) \Leftrightarrow \neg q \vee (\neg p \vee r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$(2). (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \Leftrightarrow p \rightarrow q \wedge r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow p \rightarrow q \wedge r$$

$$(3). (p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge r \rightarrow q$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q \vee \neg r \vee q \Leftrightarrow \neg(p \wedge r) \vee q \Leftrightarrow p \wedge r \rightarrow q$$

$$(4). p \rightarrow (q \rightarrow p) \Leftrightarrow \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee p) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee p \Leftrightarrow \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$(5). (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q) \Leftrightarrow p \vee r \rightarrow q$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q \wedge \neg r \vee q \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg r) \vee q \Leftrightarrow \neg(p \vee r) \vee q \Leftrightarrow p \vee r \rightarrow q$$

$$(6). \neg(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow p \leftrightarrow \neg q$$

$$\Leftrightarrow p \oplus q \Leftrightarrow (p \oplus (q \oplus 1)) \oplus 1 \Leftrightarrow \neg(p \oplus \neg q) \Leftrightarrow p \leftrightarrow \neg q$$

$$10(1). (q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow q) \Leftrightarrow p$$

$$\Leftrightarrow (\neg q \vee p) \wedge (p \vee \neg q) \Leftrightarrow p \Leftrightarrow p \leftrightarrow p \Leftrightarrow 1$$

$$(2). (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge s)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg r \vee s) \wedge p \wedge r \rightarrow q \wedge s \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge p \wedge (\neg r \vee s) \wedge r \rightarrow q \wedge s$$

$$\Leftrightarrow q \wedge p \wedge s \wedge r \rightarrow q \wedge s \Leftrightarrow 1$$

$$(3). (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r \vee s)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q \vee \neg p \vee r \vee \neg p \vee s \rightarrow (p \rightarrow q \vee r \vee s)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q \vee r \vee s \rightarrow \neg p \vee q \vee r \vee s \Leftrightarrow 1$$

$$(4). (p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$$

$$\Leftrightarrow \neg(\neg(p \vee q) \vee r) \vee \neg p \vee r \vee \neg q \vee r$$

$$\Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge \neg r) \vee \neg p \vee \neg q \vee r \Leftrightarrow (p \vee q \vee \neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg r \vee \neg p \vee \neg q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow 1 \wedge 1 \Leftrightarrow 1$$

张金源 160611

76066001

北京航空航天大学

BEIJING UNIVERSITY OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS

① (1).  $(q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p$

$\langle 2 \rangle (\neg q \vee p) \wedge (p \vee \neg q) \leftrightarrow \neg p \Leftrightarrow p \leftrightarrow \neg p \Leftrightarrow 0$

(2).  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \neg(p \rightarrow r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r) \wedge p \wedge \neg r \Leftrightarrow ((\neg p \vee q) \wedge p) \wedge ((\neg q \vee r) \wedge \neg r)$

$\langle 2 \rangle p \wedge q \wedge \neg q \wedge \neg r \Leftrightarrow 0$

② (1).  $p \vee q \vee \neg r$

$\Leftrightarrow \neg(p \vee q \vee \neg r)$

$\langle 2 \rangle \neg p \wedge \neg q \wedge r$

(2).  $p \vee (\neg q \wedge r \rightarrow p)$

$\Leftrightarrow p \vee (\neg(\neg p \wedge r) \vee p)$

$\langle 2 \rangle \neg p \wedge (\neg p \wedge r \wedge \neg p)$

(3).  $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

$\Leftrightarrow \neg p \vee (\neg q \vee p)$

$\Leftrightarrow \neg p \wedge (q \wedge \neg p)$

①  $p_2$ : 北京第二,  $q_2$ : 上海第二,  $r_1$ : 天津第一

$r_2$ : 天津第二,  $s_3$ : 广州第三,  $s_4$ : 广州第四

甲猜对一半:  $r_1 \oplus q_2 = 1$  乙猜对一半:  $r_2 \oplus s_3 = 1$

丙猜对一半:  $p_2 \oplus s_4 = 1$

各城市只能得一个名次:  $r_1 \wedge r_2 = 0, s_3 \wedge s_4 = 0$

没有并列名次:  $p_2 \wedge q_2 = 0, p_2 \wedge r_2 = 0, r_2 \wedge q_2 = 0$

$$r_2 = r_2 \wedge 1 = r_2 \wedge (r_1 \oplus q_2) = (r_2 \wedge r_1) \oplus (r_2 \wedge q_2) = 0 \oplus 0 = 0$$

$$r_2 = 0 \text{ 代入 } r_2 \oplus s_3 = 1 \text{ 得 } s_3 = 1, \text{ 将 } s_3 = 1 \text{ 代入 } s_3 \wedge s_4 = 0, s_4 = 0$$

$s_4 = 0$  代入  $p_2 \oplus s_4 = 1$  得  $p_2 = 1$ ,  $p_2$  代入  $p_2 \wedge q_2 = 0$ ,  $q_2$  代入  $r_1 \oplus q_2 = 1$  得  $r_1 = 1$ 。因此, 天津第一, 北京第二, 广州第三, 上海第四。

②  $p$ : 矿样含铁  $q$ : 矿样含铜  $r$ : 矿样含锡

甲说:  $\neg p, \neg q$

乙说:  $\neg p, r$

丙说:  $\neg r, p$

矿样只含一种金属:  $p \wedge q = 0, q \wedge r = 0, r \wedge p = 0$

甲说是错:  $p \wedge q$ , 乙说是错:  $p \wedge \neg r$ , 丙也是:  $r \wedge \neg p$

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg p) = 1$$

$p \wedge q = 0$ , 故  $(p \wedge \neg r) \vee (r \wedge \neg p) = 1$ , 即  $p \oplus r = 1$ ,  $p$  和  $r$  中恰好一个为 1,  $q = 0$

甲老队员说一半对一半错:  $\neg p \oplus \neg q$ , 乙也是:  $\neg p \oplus r$ , 丙也是:  $\neg r \oplus p$

$$(\neg p \oplus \neg q) \oplus (\neg p \oplus r) \oplus (\neg r \oplus p) = 1$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \oplus \neg q) \oplus (\neg p \oplus r) \oplus (\neg r \oplus p)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \oplus \neg p) \oplus (\neg r \oplus r) \oplus (\neg q \oplus p) \Leftrightarrow 0 \oplus 0 \oplus (q \oplus 1 \oplus p) \Leftrightarrow q \oplus p$$

$q = 0$ , 所以  $p = 1$ 。因为  $r \wedge p = 0$ , 所以  $r = 0$ 。因此, 甲说一半对一半错, 甲是老队员, 乙说全错, 乙是实习队员。丙说全对, 丙是专家。



⑮ (1).  $\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(\neg p \vee q) \Leftrightarrow P$

$$\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(\neg p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \Leftrightarrow p \wedge (q \vee \neg q) \Leftrightarrow p$$

由对偶定理  $\neg(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg(\neg p \wedge q) \Leftrightarrow P$

(2).  $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q)$

$$\Leftrightarrow (p \vee (\neg q \wedge q)) \wedge (\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow p \wedge (\neg p \vee \neg q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg p) \vee (p \wedge \neg q)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{p \wedge \neg p} \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q)$$

由对偶定理得  $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge q)$

(3).

⑯ (1). 设  $A$  是永真式, 则  $A \Leftrightarrow 1$ , 由对偶定理得  $A^* = 0$ , 因此  $A^*$  是永假式

(2). 设  $A$  是永假式, 则  $A \Leftrightarrow 0$ , 由对偶定理得  $A^* = 1$ , 因此  $A^*$  是永真式。