北京航空航天大学

2019 - 2020 学年 第 2 学期期末

《离散数学(信息类)》

考 试 A 卷

班 级____________学 号________

姓 名____________成 绩________

2020 年 07 月 01 日

《离散数学(信息类)》期末考试卷

注意事项：1、考生应自觉服从监考人员的管理，不得以任何理由妨碍监考人员履行职责，不得扰乱考场秩序。

2、考生在考场内必须保持安静，不准喧哗、左顾右盼、打手势等，不准夹带、旁窥、抄袭或有意让他人抄袭，不准传抄答案或交换试卷。

题目：

一、简答题……………………………………………………………………（ 20 分）

二、论述题……………………………………………………………………（ 20 分）

三、判断题……………………………………………………………………（ 20 分）

四、范式题……………………………………………………………………（ 10 分）

五、证明题……………………………………………………………………（ 30 分）

1. 简答题（20 分）

(1). 给出一组命题逻辑联结词完全集，并用真值表表示相应的逻辑操作 （5 分）

(2).给出谓词逻辑合式公式的定义 (合式公式由联结词集合$\{\wedge, \vee, \neg\}$和量词$\forall$生成)。（5 分）

(3) 使用符号$\vdash$和$\models$解释公理系统的可靠性和完备性（5 分）。

(4).给出命题逻辑公理系统 （5 分）。

2. 论述题（20 分）

(1). 请论述谓词逻辑的演绎定理，并说明如何应用。(5 分)

(2). 在自然数论域，Q(x)表示 x 是自然数，在整数论域，Q(x)表示 x 是整数。在自然数论域和整数论域上分别求下列命题的逻辑真值。 (5 分)

a) $\forall x(Q(x) \to 0 \leqslant x)$

b) $\forall x\ (Q(x) \to \exists y(Q(y) \to y<x))$

c) $\forall x \forall y(Q(x) \wedge Q(y) \to x+y=y+x)$

(3). 请论述谓词逻辑公式的永真式、可满足式、永假式，以及它们的关系。(5 分)

(4).举例说明谓词逻辑的概括规则使用（UG 规则）

3. 判断题(20 分，每题 5 分)

(1).命题逻辑可满足性问题

(a).设 $\Gamma \models \neg Q \wedge Q$，$\Gamma$ 是否可满足？若成立，给出理由，不成立给出反例。

(b).存在一个合式公式 Q，使得 $\Gamma | \neq Q$，Γ 是否可满足？若成立，给出理由，不成立给出反例。

(2). $\exists x(Q(x) \wedge R(x)) \Leftrightarrow (\exists x Q(x) \wedge \exists x R(x))$是否成立？若成立，给出理由，不成立给出反例。

(3). $\exists x \forall y P(x,y) \models \forall y \exists x P(x,y)$是否成立？若成立，给出理由，不成立给出反例。

(4). $\forall x\, (Q(x) \vee R(x)) \models \forall x Q(x) \vee \forall\, x R(x)$ 是否成立？若成立，给出理由，不成立给出反例。

4．范式题（10 分）

1）求下列命题公式的主析取范式(5 分)

$(\neg p\vee\neg q)\rightarrow(p\leftrightarrow\neg q)$

2)求下列谓词公式的前束范式(5 分)

$\forall x(A(x)\rightarrow(\exists zB(z)\rightarrow\exists yC(x,y)))$

5.证明题（30 分，每题 10 分）

（1）用命题逻辑语义方法判断下列推论是否成立？若命题成立，给出证明；若命题不成立给出反例。

$$(Q\rightarrow P)\rightarrow(Q\rightarrow R)\models Q\wedge(P\rightarrow R)$$

（2）用公理方法证明(不可用演绎定理，若使用演绎定理按照 50%等比例减分。公理证明的证据包括：公理；前提；推导规则；已证定理。对于已证定理，不能循环证明)。

$$R\rightarrow\neg Q, P\rightarrow Q\vdash R\rightarrow\neg P$$

（3）用公理方法证明(不可用演绎定理，若使用演绎定理按照 50%等比例减分。公理证明的证据包括：公理；前提；推导规则；已证定理。对于已证定理，不能循环证明)。

$$\vdash\forall x\neg P(x)\rightarrow\neg\exists P(x)$$