24. p，$p \vee q$，$p \wedge \neg r$，$p \vee \neg p$ 是析取范式，p，$p \vee q$，$(p \vee q) \wedge r$，$p \wedge \neg r$，$p \vee \neg p$ 是合取范式。

25. $p \wedge \neg q \wedge r$ 是关于 p, q, r 的主析取范式，$p \vee q \vee r$ 是关于 p, q, r 的主合取范式。

26. 有。p 既是关于 p 的主析取范式，又是关于 p 的主合取范式。

27. (1) $\neg p \wedge q \to r \Leftrightarrow \neg(\neg p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow p \vee \neg q \vee r$

$\neg p \wedge q \to r$ 的主合取范式是 $p \vee \neg q \vee r$，包含一个极大项，因此它是非永真的可满足式。

(2) $(p \to q) \to r \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee r$

$\Leftrightarrow (\neg\neg p \wedge \neg q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (\neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow (p \vee (q \wedge \neg q) \vee r) \wedge ((p \wedge \neg p) \vee \neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

$(p \to q) \to r$ 的主合取范式是 $(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$，包含了三个极大项，因此它是非永真的可满足式。

(3) $\neg p \vee \neg q \to (p \leftrightarrow \neg q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q) \vee ((\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q))$

$\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge p \vee q \Leftrightarrow p \vee q$

$\neg p \vee \neg q \to (p \leftrightarrow \neg q)$ 的主合取范式为 $p \vee q$，包含了一个极大项，因此它是非永真的可满足式。

(4) $p \vee (p \to q \vee (\neg q \to r)) \Leftrightarrow p \vee (\neg p \vee q \vee (\neg\neg q \vee r)) \Leftrightarrow 1$

$p \vee (p \to q \vee (\neg q \to r))$ 的主合取范式为 1，不包含任何极大项，因此它是永真式。

(5) $(p \to q \wedge r) \wedge (\neg p \to \neg q \wedge \neg r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee (q \wedge r)) \wedge (\neg\neg p \vee (\neg q \wedge \neg r))$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (q \wedge r \wedge p) \vee (q \wedge r \wedge \neg q \wedge \neg r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$(p \to q \wedge r) \wedge (\neg p \to \neg q \wedge \neg r)$ 的主析取范式为 $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$，包含了两个极小项，因此它是非永真的可满足式。

(6) $p \wedge q \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$\Leftrightarrow (p \vee (q \wedge \neg q)) \wedge ((p \wedge \neg p) \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$p \wedge q \wedge (\neg p \vee \neg q)$ 的主合取范式为 $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$，包含了所有的四个极大项，因此它是永假式。

28. (1) $(p \to q) \to p \wedge q \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \vee (p \wedge q)$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q \wedge (\neg r \vee r)) \vee (p \wedge q \wedge (\neg r \vee r))$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$(\neg p \to p) \wedge (r \to p) \Leftrightarrow (\neg\neg p \vee p) \wedge (\neg r \vee p)$

$\Leftrightarrow p \wedge (p \vee \neg r) \Leftrightarrow p \Leftrightarrow p \wedge (\neg q \vee q) \wedge (\neg r \vee r)$

$\Leftrightarrow (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$

$(p \to q) \to p \wedge q$ 和 $(\neg p \to p) \wedge (r \to p)$ 等值于同一个关于 p, q, r 的主析取范式

$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$，因此，

$$(p \to q) \to p \wedge q \Leftrightarrow (\neg p \to p) \wedge (r \to p)。$$

(2) $(p \to q) \wedge (p \to r) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q \vee (r \wedge \neg r)) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg q) \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r)$

$p \to q \wedge r \Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q \vee (r \wedge \neg r)) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg q) \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r)$

$(p \to q) \wedge (p \to r)$ 和 $p \to q \wedge r$ 的主合取范式相同，所以，

$$(p \to q) \wedge (p \to r) \Leftrightarrow p \to q \wedge r。$$

29. （1）若真值赋值 v 使得 $v(p \vee q) = v(\neg p) = 1$，则 $v(q) = 1$。所以 $p \vee q$，$\neg p \models q$。

（2） 真值赋值 $v = (p/0, q/1)$ 使得 $v(p \vee q) = v(p \to q) = v(q) = 1$，但 $v(p) = 0$，所以 $p \vee q$，$p \to q$，$q \not\models p$。

（3） 若真值赋值 v 使得 $v(p_1 \to q_1) = v(p_2 \to q_2) = v(p_1 \wedge p_2) = 1$，则 $v(p_1) = v(p_2) = 1$，因而 $v(q_1) = v(q_2) = 1$，$v(q_1 \wedge q_2) = 1$。所以 $p_1 \to q_1$，$p_2 \to q_2$，$p_1 \wedge p_2 \models q_1 \wedge q_2$。

（4） 真值赋值 $v = (p/0, q/0)$ 使得 $v(p \to q) = v(q \to p) = 1$，但 $v(p \vee q) = 0$。所以 $p \to q$，$q \to p \not\models p \vee q$。

（5） 真值赋值 $v = (p/0, q/1, r/0)$ 使得 $v(p \wedge q \to r) = v(p \vee q \to \neg r) = 1$，但 $v(p \wedge q \wedge r) = 0$。所以 $p \wedge q \to r$，$p \vee q \to \neg r \not\models p \wedge q \wedge r$。

30. （1）可满足。真值赋值 $(p/1, q/0, r/1, s/0)$ 满足它。

（2）可满足。若真值赋值 v 使得 $v(p_i) = 1, i = 1, 2, \cdots$，则 v 满足它。

（3）可满足。真值赋值 $(p/0, q/1)$ 满足它。

31. 设 $A \vee B \models C$。任取满足 A 的真值赋值 v，则 $v(A \vee B) = 1$，因为 $A \vee B \models C$，所以 $v(C) = 1$。这表明 $A \models C$。任取满足 B 的真值赋值 v，则 $v(A \vee B) = 1$，因为 $A \vee B \models C$，所以 $v(C) = 1$。这表明 $B \models C$。

（$\Leftarrow$）设 $A \models C$ 且 $B \models C$。任取满足 $A \vee B$ 的真值赋值 v，则 $v(A) = 1$ 或 $v(B) = 1$。

① 若 $v(A) = 1$，因为 $A \models C$，所以 $v(C) = 1$。

② 若 $v(B) = 1$，因为 $B \models C$，所以 $v(C) = 1$。

因此，$A \vee B \models C$。

32. 任取满足 Γ_1 的真值赋值 v。对于 Γ_2 中每个公式 A，因为 $\Gamma_1 \models A$，所以 $v(A) = 1$。这表明 v 满足 Γ_2。又因为 $\Gamma_2 \models B$，所以 $v(B) = 1$。因此，$\Gamma_1 \models B$。

33. 设 $\Gamma \not\models 0$，则存在真值赋值 v 满足 Γ 且 $v(0) = 0$，因此 Γ 可满足。

设 $\Gamma \models 0$。若 Γ 可满足，有真值赋值 v 满足 Γ，由 $\Gamma \models 0$ 得出 $v(0) = 1$，这是不可能的。因此，Γ 不可满足。

34. 设真值赋值 v 满足 Γ，则 $v(p_1 \vee \cdots \vee p_n)=1$，存在 $i \le n$ 使 $v(p_i)=1$。因为 $v(p_i \to q_i)=1$，所以 $v(q_i)=1$。若 $1 \le j < i$，因为 $v(\neg(q_j \wedge q_i))=1$，因此 $v(q_j)=0$。若 $i < j \le n$，因为 $v(\neg(q_i \wedge q_j))=1$，因此 $v(q_j)=0$。所以 $v((q_1 \to p_1) \wedge \cdots \wedge (q_n \to p_n))=1$。