1. ⑴ 取论域为所有交通工具的集合。令

$T(x): x$ 是火车， $C(x): x$ 是汽车， $F(x,y): x$ 比 y 跑得快。

“所有的火车都比某些汽车快”可以符号化为 $\forall x(T(x) \to \exists y(C(y) \wedge F(x,y)))$。

⑵ 取论域为所有物质的集合。令

$M(x): x$ 是金属， $L(x): x$ 是液体， $D(x,y): x$ 可以溶解在 y 中。

“任何金属都可以溶解在某种液体中” 可以符号化为 $\forall x(M(x) \to \exists y(L(y) \wedge D(x,y)))$。

⑶ 论域与谓词与⑵同。“至少有一种金属可以溶解在所有液体中” 可以符号化为 $\exists x(M(x) \wedge \forall y(L(y) \to D(x,y)))$。

⑷ 取论域为所有事物的集合。令

$M(x): x$ 是人， $J(x): x$ 是职业， $L(x,y): x$ 喜欢 y。

“每个人都有自己喜欢的职业” 可以符号化为 $\forall x(M(x) \to \exists y(J(y) \wedge L(x,y)))$

⑸ 论域与谓词与⑷同。“有些职业是所有的人都喜欢的”可以符号化为 $\exists x(J(x) \wedge \forall y(M(y) \to L(y,x)))$。

2. $D(x,y): x$ 能被 y 整除， $D(x,y)$ 可表示为 $\exists v(v \bullet x = y)$。

$J(x): x$ 是奇数， $J(x)$ 可表示为 $\neg\exists v(v \bullet 2 = x)$。

$E(x): x$ 是偶数， $E(x)$ 可表示为 $\exists v(v \bullet 2 = x)$。

$P(x): x$ 是素数， $P(x)$ 可表示为 $\neg(x=1) \wedge \forall u(\exists v(v \bullet u = x) \leftrightarrow u = 1 \vee u = x)$。

⑴ “没有既是奇数，又是偶数的正整数”可表示为 $\neg\exists x(J(x) \wedge E(x))$，

并可进一步符号化为 $\neg\exists x(\neg\exists v(v \bullet 2 = x) \wedge \exists v(v \bullet 2 = x))$。

⑵ “任何两个正整数都有最小公倍数”可表示为

$\forall x \forall y \exists z(D(z,x) \wedge D(z,y) \wedge \forall u(D(u,x) \wedge D(u,y) \to z < u \vee z = u))$，

并可进一步符号化为

$\forall x \forall y \exists z(\exists v(v \bullet x = z) \wedge \exists v(v \bullet y = z) \wedge \forall u(\exists v(v \bullet x = u) \wedge \exists v(v \bullet y = u) \to z < u \vee z = u))$

⑶ “没有最大的素数”可表示为 $\neg\exists x(P(x) \wedge \forall y(P(y) \to y < x \vee y = x))$，

并可进一步符号化为

$\neg\exists x(\neg(x=1) \wedge \forall u(\exists v(v \bullet u = x) \leftrightarrow u = 1 \vee u = x) \wedge \forall y(\neg(y=1) \wedge \forall u(\exists v(v \bullet u = y) \leftrightarrow u = 1 \vee u = y) \to y < x \vee y =$

⑷ “并非所有的素数都不是偶数”可表示为 $\neg\forall x(P(x) \to \neg E(x))$，并可进一步符号化为 $\neg\forall x(\neg(x=1) \wedge \forall u(\exists v(v \bullet u = x) \to \neg\exists v(v \bullet 2 = x))$

3. ⑴ “没有最大的实数”符号化为 $\neg\exists x \forall y(y < x \vee y = x)$。

⑵ “任何两不同的实数之间必有另一实数”符号化为 $\forall x \forall y(x < y \to \exists z(x < z \wedge z < y))$。

⑶“函数 $f(x)$ 在点 a 处连续”的定义是：

任给 $\varepsilon > 0$，总可以找到 $\delta > 0$，使得只要 $|x-a| < \delta$ 就有 $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$。

“函数 $f(x)$ 在点 a 处连续”符号化为

$$\forall\varepsilon(0<\varepsilon\to\exists\delta(0<\delta\wedge\forall x(a-\delta<x\wedge x<a+\delta\to f(a)-\varepsilon<f(x)\wedge f(x)<f(a)+\varepsilon)))$$

⑷ “函数 $f(x)$ 恰有一个根”符号化为 $\exists x(f(x)=0\wedge\forall y(f(y)=0\to y=x))$。

⑸ “函数 $f(x)$ 是严格单调递增函数”符号化为 $\forall x\forall y(x<y\to f(x)<f(y))$。