

4.

5.

- ① 若 t 是 x , 则 $t_{t'}^x$ 是 t' , $t_{t'}^x$ 是项。
- ② 若 t 是不同于 x 的变元 y , 则 $t_{t'}^x$ 仍是 y , $t_{t'}^x$ 是项。
- ③ 若 t 是常元 a , 则 $t_{t'}^x$ 仍是 a , $t_{t'}^x$ 是项。
- ④ 若 t 是 $f(t_1, \dots, t_n)$, 则 $t_{t'}^x$ 是 $f((t_1)_{t'}^x, \dots, (t_n)_{t'}^x)$, 由归纳假设知 $(t_1)_{t'}^x, \dots, (t_n)_{t'}^x$ 都是项, 所以 $t_{t'}^x$ 是项。

6.

- ① 若 A 是 $P(t_1, \dots, t_n)$, 则 A_t^x 是 $P((t_1)_t^x, \dots, (t_n)_t^x)$, 由上题知 $(t_1)_t^x, \dots, (t_n)_t^x$ 都是项, 所以 A_t^x 是公式。
- ② 若 A 是 $\neg B$, 则 A_t^x 是 $\neg B_t^x$, 由归纳假设知 B_t^x 是公式, 所以 A_t^x 是公式。
- ③ 若 A 是 $B \rightarrow C$, 则 A_t^x 是 $B_t^x \rightarrow C_t^x$, 由归纳假设知 B_t^x 和 C_t^x 都是公式, 所以 A_t^x 是公式。
- ④ 若 A 是 $\forall x B$, 则 A_t^x 仍是 A , A_t^x 是公式。
- ⑤ 若 A 是 $\forall y B$, 其中 y 是不同于 x 的变元, 则 A_t^x 是 $\forall y B_t^x$, 由归纳假设知 B_t^x 是公式, 所以 A_t^x 是公式。