Grammatiche, metodi enumerativi

Created	@May 6, 2024 8:51 AM
Class	Fondamenti di informatica: linguaggi formali

Si chiama grammatica un insieme di regole che permettono di generare tutte le parole-stringhe del linguaggio a partire da un simbolo iniziale.

Definizione formale di grammatica

Una grammatica formale G è una quadrupla $G = < V_t,\ V_n,\ P,\ S >$ dove:

- V_T è l'insieme finito dei simboli terminali, che scriviamo come $V_t = \Sigma = \{0, 1$ e lettere minuscole$\}$
- V_n è l'insieme finito di simboli non terminali, che scriviamo come $V_n = \{$S, A e lettere maiuscole $\}$
- P è l'insieme delle regole di produzione, ovvero coppie protocartesiane del tipo $P \subseteq \{ \ [\ (V_t \bigcup V_n)^* \ \ \boldsymbol{.} V_n \ ] \ \ [\ (V_t \bigcup V_n)^* \ ] \}$.
- $S \in V_n$ è il simbolo iniziale.

Regole di produzione, derivazione e relazioni fra stringhe

Simbolo derivazione semplice ($\rightrightarrows$) $-$ derivazione diretta ($\rightarrow_G$) $-$ derivazione non banale ($\rightarrow_+$)

Esempi regole di produzione:

- S deriva 0A1
- 0A deriva 0A1
- A deriva epsilon

L'idea è di sostituire la parte destra con la parte sinistra del come lo si voglia definire "assioma".

S $\rightrightarrows$ 0A1 $\rightrightarrows$ 00A11 $\rightrightarrows$ 000A111 $\rightrightarrows$ 000111, che è una stringa di simboli terminali (0, 1) generata a partire dalle regole di produzione della grammatica. Quindi è possibile generare un numero di parole n infinito a partire dalle regole di produzione, inoltre possiamo generare lo stesso linguaggio a partire da grammatiche con regole di produzione diverse ma equivalenti.

Da esempi di regole di produzione sopra, diciamo che una stringa S è in relazione diretta con 0A1 ($S \rightarrow_G 0A1$) se il numero di "passi" della derivazione è 0, diciamo che 0A1 è in derivazione diretta con 0A ($0A1 \rightarrow_G 0A$) se il numero di "passi della derivazione" è 1.

Chiusura transitiva della relazione R, ovvero la più piccola relazione $Q \subset S \times S$ che contiene R e gode della proprietà transitiva.

$Sia\, G < V_t, V_n, P, S >$ grammatica, $siano\, \alpha - \beta - \gamma \in (V_t \bigcup V_n)^*$.

Dico che $\alpha - \beta - \gamma \ \rightarrow_G \ \alpha - \delta - \gamma$ se $\beta \rightrightarrows \gamma \in P$.

Siano $\alpha - \beta - \gamma$ stringhe $\in (V_t \bigcup V_n)^*$.

Posso scrivere che $\alpha \rightarrow^+ \beta$ se $\exists\, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_n ... \in \ (V_t \bigcup V_n)^* : n > 0$.

$\alpha = \alpha_0 \rightrightarrows \alpha_1 \rightrightarrows \alpha_2 \rightrightarrows \alpha_n = \beta$

Dico che $\alpha \rightarrow^+ \beta$ se $\exists\ \alpha_n \in (V_t \bigcup V_n)^* : \geq 0$

$L(G) = \{n \in V_t^* | S \ \rightarrow^+ \ n\}$