Prueba Suplementaria - Probabilidad y Estadística

Jueves 18 de abril de 2013

Número de lista	APELLIDO, Nombre	Cédula de identidad

Múltiple Opción

La pregunta múltiple opción correcta vale 2 puntos. El desarrollo vale 3 puntos (uno por parte).
Rellenar con claridad y en mayúscula la opción que considere correcta.
Se permite el uso de cuadernos, textos, calculadora y lápices.

Problema

La cantidad de llamadas que recibe diariamente un destacamento rural de bomberos sigue una distribución Poisson con $\lambda = 2$. Se supone que las llamadas que llegan en distintos días son variables independientes. Dadas las limitaciones en el personal y equipos con que cuenta, dicho destacamento puede atender a lo más 3 llamadas por día, debiendo solicitar refuerzos externos si se producen más de 3 llamadas diarias.

(1) Calcule la probabilidad que en un día cualquiera el destacamento NO precise refuerzos.

(2) El jefe del destacamento pide a sus superiores que le asignen personal y equipo en forma permanente. Estos le contestan que dada la escasez de recursos, solamente aprobarán dicho pedido si la probabilidad de requerir refuerzos antes de que transcurran 7 días a partir de determinada fecha es mayor que 0.9. ¿Cree Ud. que la solicitud será aprobada? Justifique

(3) El jefe del destacamento había pensado en proponerles a sus superiores que accedieran a su solicitud de refuerzos si en un lapso de 10 días consecutivos la probabilidad de requerir refuerzos en al menos tres días es mayor que 0.9. ¿Conviene al jefe de destacamento sugerir este criterio? Justifique calculando la probabilidad en cuestión.

Múltiple Opción

Se consideran dos variables independientes X e Y, donde $X \sim N(0,1)$ e $Y \sim N(1,1)$. De manera independiente se sortea cuál de las dos variables se considera para definir Z. Con probabilidad $0,3$ se toma $Z = X$, y con probabilidad $0,7$ se define $Z = Y$.

Entonces, si $p = P(Z < 1)$.

A): $p \cong 0,502$.
B): $p \cong 0,602$.
C): $p \cong 0,205$.
D): $p \cong 0,206$.
E): $p \cong 0,333$.
F): Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

Solución

Problema

(1) La probabilidad solicitada es $P(X \leq 3) = e^{-2}(1 + 2 + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{6}) = e^{-2}(6 + \frac{1}{3}) \cong 0,85712$.
(2) Definiendo $U \sim Bin(7, p)$ con $p = 1 - 0,85712 = 0.14288$ se tiene

$$P(U \geq 1) = 1 - P(U = 0) = 1 - (1 - 0.14288)^7 = \cong 1 - (0.85712)^7 \cong 0.66,$$

por lo cual la solicitud no debe aprobarse
(3) Definiendo $V \sim Bin(10, p)$ se pide $P(V \geq 3)$:

$$\begin{aligned} P(V \geq 3) &= 1 - [P(V = 0) + P(V = 1) + P(V = 2)] \\ &\cong 1 - [(0.85712)^{10} + 10(0.14288)(0.85712)^9 + 45(0.14288)^2(0.85712)^8 \\ &\cong 0.16165, \end{aligned}$$

por lo cual NO conviene al jefe del destacamento manejar esta propuesta

Múltiple Opción

Si F_Z es la función de distribución de Z y Φ es la distribución normal standard, se tiene que $F_Z(x) = 0.3\Phi(x) + 0.7\Phi(x - 1)$, y por ende $p = P(Z < 1) = P(Z \leq 1) = F_Z(1) = 0.3\Phi(1) + 0.7\Phi(0) \cong 0.602$. ***Por lo tanto la respuesta correcta es la B.***