

Prueba Suplementaria - Probabilidad y Estadística

Miércoles 17 de abril de 2013

Número de lista	APELLIDO, Nombre	Cédula de identidad

Múltiple Opción

La pregunta múltiple opción correcta vale 2 puntos. El desarrollo vale 3 puntos (uno por parte). Rellenar con claridad y en mayúscula la opción que considere correcta. Se permite el uso de cuadernos, textos, calculadora y lápices.

Problema

Se sabe que el tiempo de vida en días de una especie de gato se puede modelar mediante una variable aleatoria exponencial de tasa λ . Sean X_1 , X_2 , X_3 y X_4 variables que representan tiempos de vida de gatos gemelos de esa misma especie. El estilo de vida de estos gatos permite asumir que los tiempos de vida de ellos es independiente. Sea Y_t la cantidad de gatos vivos, luego de t días del nacimiento de los cuatro gemelos.

- (1) Reconocer la ley de probabilidad que define a la variable Y_t . Fundamental, calculando sus parámetros.
- (2) Calcular la probabilidad de que al menos un gato esté vivo transcurridos $t = \frac{1}{\lambda}$ días
- (3) ¿Las variables X_1 e Y_t son independientes? Justificar.

Múltiple Opción

Uruguay y Brasil han igualado la final de la Copa del Mundo 2014, y van 3-3 luego del cuarto penal, por lo que queda el quinto y último penal del recuento. Van a patear Neymar y luego “El Loco” Abreu. Se estima que la probabilidad de que el tiro de Neymar alcance la red es de $4/5$. Por su parte, el disparo del Loco se verá afectado por el resultado parcial, de la siguiente manera. Si Neymar suma al marcador, “el Loco” tendrá una probabilidad de acierto de $9/10$, mientras que si Neymar falla, esta probabilidad de acierto se reduce a $2/5$. Se consideran los siguientes eventos:

- (1) A : Uruguay y Brasil siguen igualados tras el quinto penal, y se mantiene el suspenso.
- (2) B : Uruguay sale Campeón del Mundo con el disparo de “El Loco” Abreu.
- (3) $C = (A \cup B)^C$.

Entonces, las probabilidades $P(A)$, $P(B)$ y $P(C)$ son respectivamente:

- A):** $P(A) = 0,74$; $P(B) = 0,08$; $P(C) = 0,18$.
B): $P(A) = 0,54$; $P(B) = 0,28$; $P(C) = 0,18$.
C): $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,25$; $P(C) = 0,25$.
D): $P(A) = 0,74$; $P(B) = 0,18$; $P(C) = 0,08$.
E): $P(A) = 0,46$; $P(B) = 0,26$; $P(C) = 0,28$.
F): Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

Solución

Problema

- (1) Por definición $Y_t \sim \text{Bin}(4, P(X_1 > t)) = \text{Bin}(4, e^{-\lambda t})$.
- (2) $P(Y_{\frac{1}{\lambda}} \geq 1) = 1 - P(Y_{\frac{1}{\lambda}} = 0) = 1 - (1 - e^{-\lambda \frac{1}{\lambda}})^4 = 1 - (1 - e^{-1})^4 \cong 0.84034$.
- (3) NO, pues si $X_1 > t$ entonces $Y_t \geq 1$.

Múltiple Opción

Definamos los sucesos N ="Neymar convierte el penal" y L ="el Loco Abreu convierte el penal":
 $P(A) = P(N^c \cap L^c) + P(N \cap L) = P(L^c/N^c)P(N^c) + P(L/N)P(N) = \frac{3}{5} \frac{1}{5} + \frac{9}{10} \frac{4}{5} = \frac{21}{25} = 0.84$
Por su parte: $P(B) = P(N^c \cap L) = P(L/N^c)P(N^c) = \frac{2}{5} \frac{1}{5} = \frac{2}{25} = 0.08$, y por ende, siendo A y B disjuntos: $P(C) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) = 1 - 0.84 - 0.08 = 0.08$.

Por lo tanto la respuesta correcta es la F