



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Chaos and randomness in a classical bistable system coupled to a finite heat bath

Santiago Peña Martínez



Universidad Nacional de Colombia

This dissertation is submitted on July, 2020 for the degree of Bachelor in Physics

DECLARATION

This dissertation is the result of my own work and includes nothing which is the outcome of work done in collaboration except as declared in the Preface and specified in the text. It is not substantially the same as any that I have submitted, or am concurrently submitting, for a degree or diploma or other qualification at the Universidad Nacional de Colombia or any other University or similar institution except as declared in the Preface and specified in the text. I further state that no substantial part of my dissertation has already been submitted, or is being concurrently submitted, for any such degree, diploma or other qualification at the Universidad Nacional de Colombia or any other University or similar institution except as declared in the Preface and specified in the text.

Santiago Peña Martínez
Month, Year

ABSTRACT

Chaos and randomness in a classical bistable system coupled to a finite heat bath

Santiago Peña Martínez

My abstract ...

ACKNOWLEDGEMENTS

My acknowledgements ...

CONTENTS

1	Introduction	13
2	Background	15
3	Hamiltonian systems and Symplectic structure	19
3.1	Symplectic Structure	20
3.1.1	Canonical changes of variables	20
3.1.2	Integrability in Hamiltonian problems	20
3.1.3	Perturbation of Integrable systems	20
3.1.4	KAM Theorem	20
3.1.5	Resonant Tori	20
3.2	Symplectic Integrator	20
3.2.1	Time step evaluation	20
3.2.2	Order of the integrator	20
3.2.3	Numerical tests	21
3.2.4	Chaos and integrators	22
4	Double well and finite heat bath	23
4.1	Dynamics of the system	23
4.1.1	Hamilton equations of motion	24
4.1.2	Integration of the system	24
4.1.3	Poincaré surface plots	26
4.2	Variation of the parameters	27
4.2.1	Energy spectra	27
4.2.2	Frequency spectra	29
4.3	Number of modes in the bath	30

5	Approach to the Measurement theory	31
5.1	Classical Measurement	31
5.1.1	Stability of a system	31
5.2	Quantum Measurement	31
5.2.1	Postulates of Quantum Mechanics	31
5.3	Can this be considered as a measurement?	31
6	Related work	33
6.1	Quantum measurement in a unitary setting	33
7	Future work	35
8	Conclusion	37
	Bibliography	39
A	Extra Information	41

CHAPTER 1

INTRODUCTION

Chaos is a branch of mathematics that started as something different. [1]

BACKGROUND

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Fusce posuere, justo nec malesuada adipiscing, sem sem accumsan odio, vel convallis orci ligula elementum ipsum. Nunc sodales dignissim orci eu placerat. Vestibulum cursus, neque ut vulputate venenatis, metus tellus iaculis turpis, et sagittis odio arcu nec est. Donec egestas bibendum bibendum. Nam ullamcorper sodales nunc, in feugiat ipsum porttitor quis. Vestibulum sem magna, ornare sed venenatis sed, molestie vitae dui. Etiam a libero sem. Nullam gravida massa nec nulla ornare consequat. Sed sed nisl sapien. Phasellus sollicitudin sapien ut odio mattis pharetra. Quisque tempor nunc et diam vehicula id scelerisque velit auctor.



Figure 2.1: An inverted black and white version of the Cambridge University logo.

Quisque ultricies tellus eget neque imperdiet at congue nunc iaculis. Morbi semper commodo risus, ut mattis eros posuere vitae. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Donec quis magna at est mattis vestibulum. Nulla eleifend sodales vestibulum. Nulla ut justo et dui ullamcorper vestibulum nec vel purus. Mauris non nisl eget sapien eleifend cursus. Nunc aliquet porttitor dolor, eget congue nulla rutrum nec. Fusce aliquam mattis quam, in aliquam libero tempus at. Morbi vestibulum tincidunt est sit amet dignissim. Suspendisse dapibus sollicitudin dui, in rhoncus mauris congue nec. Duis pulvinar dignissim blandit. Suspendisse metus leo, gravida nec viverra vitae, dignissim quis magna. Cras quis nibh leo. Nam faucibus, elit quis aliquet fermentum, neque

urna scelerisque nisi, sed mollis nulla mauris sit amet lectus.

Vestibulum lacinia commodo velit, ut posuere eros molestie ut. Phasellus purus nibh, mattis ac ultricies nec, vulputate non nibh. Curabitur et blandit tortor. Etiam in velit at est vulputate ultrices ut non nunc. Sed eu eros ut orci fringilla adipiscing id vel justo. Aliquam pulvinar commodo bibendum. Duis in neque ac augue molestie porttitor. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Integer ut tortor nisi. Fusce tempor posuere condimentum. Quisque eget mi dolor. Curabitur vehicula porta purus eu accumsan. Donec non ipsum dolor, a condimentum leo. Nulla ligula arcu, cursus vel tempor sit amet, fermentum tincidunt odio.

Cras volutpat aliquet venenatis. Integer rhoncus pharetra elit vel auctor. Cras posuere nibh vel justo blandit venenatis. Praesent in nulla quis nunc rhoncus fringilla. Nulla enim arcu, congue at sodales ut, congue id orci. Sed leo quam, tempor id malesuada vitae, condimentum at quam. Quisque elit lectus, blandit at facilisis quis, varius id turpis.

Donec convallis turpis eu felis vehicula commodo nec quis arcu. Ut in lacinia leo. Nullam in risus felis, eget feugiat ligula. In nulla urna, tempus quis pellentesque a, iaculis sed mauris. Donec tincidunt semper sem, blandit pellentesque justo blandit ac. Vestibulum et mattis mi. In hendrerit, neque in suscipit pharetra, purus turpis aliquet lacus, vel auctor felis dolor id mi. Nullam ut felis massa. Curabitur et rutrum ligula. Maecenas ac lorem eget turpis viverra vehicula at quis lorem. Sed non eros dui. Sed aliquam faucibus pellentesque. Maecenas sit amet ligula non dolor varius auctor non quis ligula. Fusce dapibus auctor varius. Praesent tortor ligula, auctor ut dictum eu, rhoncus vitae nunc.

Quisque metus sem, consectetur sit amet pulvinar varius, sodales eget enim. Suspendisse molestie congue leo ac auctor. Donec erat erat, elementum at convallis sit amet, molestie et ipsum. Nunc venenatis mattis magna, id ultricies purus auctor nec. Donec pharetra turpis sit amet magna convallis consequat. In hac habitasse platea dictumst. Fusce porta molestie massa, sed lacinia felis sollicitudin non. Pellentesque vulputate laoreet consequat. Vivamus ante dolor, bibendum vitae pulvinar id, elementum nec purus. Nullam vel augue velit, ac egestas odio.

Morbi venenatis magna quis est rhoncus eget fermentum leo porttitor. Curabitur aliquet tortor a diam lacinia pellentesque. Praesent id malesuada elit. Suspendisse cursus erat augue, non tristique est. Aliquam erat volutpat. Curabitur eu nisi vitae ligula tincidunt tempor. Duis nec purus non justo congue laoreet. Aenean id sapien vitae mi dictum congue a sed tellus. Aliquam vehicula lectus nec elit dignissim convallis.

Donec lacus turpis, tincidunt non bibendum nec, ullamcorper lobortis quam. Nunc nec lectus sagittis lectus dignissim posuere. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing

elit. Aliquam porta tempus volutpat. Nunc rhoncus justo nec ipsum molestie fermentum. Maecenas vel ligula tortor, tempus dictum nunc. Proin pretium porttitor mi, vel dignissim velit porttitor nec. Phasellus ligula dui, iaculis at luctus nec, condimentum vel sapien.

Nam ut sem at dui vehicula tincidunt a vel ligula. Curabitur elit lorem, ornare nec commodo in, tincidunt in ante. Sed sit amet nisi id orci varius pharetra. Sed sapien diam, dictum id interdum a, malesuada nec metus. Suspendisse convallis molestie aliquet. Nam vestibulum, enim id accumsan consectetur, augue nibh eleifend nunc, sit amet aliquet ligula sem vitae sem. Duis congue convallis vestibulum. Etiam risus enim, consectetur et dignissim vitae, laoreet nec quam. Fusce sed ipsum eros. Donec facilisis facilisis lacus, in accumsan magna tempor mollis. Sed vitae tortor dui. Suspendisse non nibh sed orci fermentum aliquet ut et sem. Donec facilisis, dui eu euismod laoreet, justo orci auctor mauris, ut consequat quam leo eu ipsum. Donec auctor, nisi in rhoncus congue, massa urna vestibulum nisi, volutpat ullamcorper velit metus sed justo. Praesent eu libero ac mi laoreet posuere sit amet eu augue.

Etiam libero arcu, mollis eu lacinia gravida, faucibus id mi. Donec sit amet turpis quam, vel semper quam. Curabitur erat leo, vulputate quis ultrices vel, aliquet facilisis tellus. Nullam sodales urna a dui interdum adipiscing. Maecenas id purus sapien. Vivamus congue varius enim quis bibendum. In molestie porttitor magna a accumsan. Aliquam cursus erat eget metus mattis dapibus. Donec ullamcorper, neque quis malesuada malesuada, nunc ante posuere ipsum, vel mollis risus lacus sit amet neque. Fusce dignissim, nulla quis bibendum feugiat, dui erat venenatis leo, in sollicitudin augue mi a sapien. In neque diam, malesuada et dapibus at, ultricies a lacus. Vestibulum et eros sed lectus imperdiet porta. Suspendisse potenti. Fusce urna ligula, tristique id congue vel, commodo in mi. Phasellus tincidunt, dolor vitae consequat aliquam, lacus erat viverra nulla, non pellentesque augue sem in diam. Praesent lectus tellus, sagittis sed vestibulum quis, tincidunt vel purus. Nunc libero purus, adipiscing in semper sed, pharetra iaculis.

HAMILTONIAN SYSTEMS AND SYMPLECTIC STRUCTURE

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Fusce posuere, justo nec malesuada adipiscing, sem sem accumsan odio, vel convallis orci ligula elementum ipsum. Nunc sodales dignissim orci eu placerat. Vestibulum cursus, neque ut vulputate venenatis, metus tellus iaculis turpis, et sagittis odio arcu nec est. Donec egestas bibendum bibendum. Nam ullamcorper sodales nunc, in feugiat ipsum porttitor quis. Vestibulum sem magna, ornare sed venenatis sed, molestie vitae dui. Etiam a libero sem. Nullam gravida massa nec nulla ornare consequat. Sed sed nisl sapien. Phasellus sollicitudin sapien ut odio mattis pharetra. Quisque tempor nunc et diam vehicula id scelerisque velit auctor.[2]

Quisque ultricies tellus eget neque imperdiet at congue nunc iaculis. Morbi semper commodo risus, ut mattis eros posuere vitae. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Donec quis magna at est mattis vestibulum. Nulla eleifend sodales vestibulum. Nulla ut justo et dui ullamcorper vestibulum nec vel purus. Mauris non nisl eget sapien eleifend cursus. Nunc aliquet porttitor dolor, eget congue nulla rutrum nec. Fusce aliquam mattis quam, in aliquam libero tempus at. Morbi vestibulum tincidunt est sit amet dignissim. Suspendisse dapibus sollicitudin dui, in rhoncus mauris congue nec. Duis pulvinar dignissim blandit. Suspendisse metus leo, gravida nec viverra vitae, dignissim quis magna. Cras quis nibh leo. Nam faucibus, elit quis aliquet fermentum, neque urna scelerisque nisi, sed mollis nulla mauris sit amet lectus.

3.1 Symplectic Structure

3.1.1 Canonical changes of variables

3.1.2 Integrability in Hamiltonian problems

3.1.3 Perturbation of Integrable systems

3.1.4 KAM Theorem

3.1.5 Resonant Tori

3.2 Symplectic Integrator

In order to have a symplectic numerical integrator, several parameters are needed.

3.2.1 Time step evaluation

Vestibulum lacinia commodo velit, ut posuere eros molestie ut. Phasellus purus nibh, mattis ac ultricies nec, vulputate non nibh. Curabitur et blandit tortor. Etiam in velit at est vulputate ultrices ut non nunc. Sed eu eros ut orci fringilla adipiscing id vel justo. Aliquam pulvinar commodo bibendum. Duis in neque ac augue molestie porttitor. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Integer ut tortor nisi. Fusce tempor posuere condimentum. Quisque eget mi dolor. Curabitur vehicula porta purus eu accumsan. Donec non ipsum dolor, a condimentum leo. Nulla ligula arcu, cursus vel tempor sit amet, fermentum tincidunt odio.

3.2.2 Order of the integrator

Cras volutpat aliquet venenatis. Integer rhoncus pharetra elit vel auctor. Cras posuere nibh vel justo blandit venenatis. Praesent in nulla quis nunc rhoncus fringilla. Nulla enim arcu, congue at sodales ut, congue id orci. Sed leo quam, tempor id malesuada vitae, condimentum at quam. Quisque elit lectus, blandit at facilisis quis, varius id turpis.

Donec convallis turpis eu felis vehicula commodo nec quis arcu. Ut in π lacinia leo. Nullam in risus felis, eget feugiat ligula. In nulla urna, tempus quis pellentesque a, iaculis sed mauris. Donec tincidunt semper sem, blandit pellentesque justo blandit ac. Vestibulum et mattis mi. In hendrerit, neque in suscipit pharetra, purus turpis aliquet lacus, vel auctor felis dolor id mi. Nullam ut felis massa. Curabitur et rutrum ligula. Maecenas ac lorem eget turpis viverra

vehicula at quis lorem. Sed non eros dui. Sed aliquam faucibus pellentesque. Maecenas sit amet ligula non dolor varius auctor non quis ligula. Fusce dapibus auctor varius. Praesent tortor ligula, auctor ut dictum eu, rhoncus vitae nunc.

Quisque metus sem, consectetur sit amet pulvinar varius, sodales eget enim. Suspendisse molestie congue leo ac auctor. Donec erat erat, elementum at convallis sit amet, molestie et ipsum. Nunc venenatis mattis magna, id ultricies purus auctor nec. Donec pharetra turpis sit amet magna convallis consequat. In hac habitasse platea dictumst. Fusce porta molestie massa, sed lacinia felis sollicitudin non. Pellentesque vulputate laoreet consequat. Vivamus ante dolor, bibendum vitae pulvinar id, elementum nec purus. Nullam vel augue velit, ac egestas odio.

3.2.3 Numerical tests

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Fusce posuere, justo nec malesuada adipiscing, sem sem accumsan odio, vel convallis orci ligula elementum ipsum. Nunc sodales dignissim orci eu placerat. Vestibulum cursus, neque ut vulputate venenatis, metus tellus iaculis turpis, et sagittis odio arcu nec est. Donec egestas bibendum bibendum. Nam ullamcorper sodales nunc, in feugiat ipsum porttitor quis. Vestibulum sem magna, ornare sed venenatis sed, molestie vitae dui. Etiam a libero sem. Nullam gravida massa nec nulla ornare consequat. Sed sed nisl sapien. Phasellus sollicitudin sapien ut odio mattis pharetra. Quisque tempor nunc et diam vehicula id scelerisque velit auctor.

Quisque ultricies tellus eget neque imperdiet at congue nunc iaculis. Morbi semper commodo risus, ut mattis eros posuere vitae. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Donec quis magna at est mattis vestibulum. Nulla eleifend sodales vestibulum. Nulla ut justo et dui ullamcorper vestibulum nec vel purus. Mauris non nisl eget sapien eleifend cursus. Nunc aliquet porttitor dolor, eget congue nulla rutrum nec. Fusce aliquam mattis quam, in aliquam libero tempus at. Morbi vestibulum tincidunt est sit amet dignissim. Suspendisse dapibus sollicitudin dui, in rhoncus mauris congue nec. Duis pulvinar dignissim blandit. Suspendisse metus leo, gravida nec viverra vitae, dignissim quis magna. Cras quis nibh leo. Nam faucibus, elit quis aliquet fermentum, neque urna scelerisque nisi, sed mollis nulla mauris sit amet lectus.

Vestibulum lacinia commodo velit, ut posuere eros molestie ut. Phasellus purus nibh, mattis ac ultricies nec, vulputate non nibh. Curabitur et blandit tortor. Etiam in velit at est vulputate ultrices ut non nunc. Sed eu eros ut orci fringilla adipiscing id vel justo. Aliquam pulvinar commodo bibendum. Duis in neque ac augue molestie porttitor. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Integer ut tortor nisi.

Fusce tempor posuere condimentum. Quisque eget mi dolor. Curabitur vehicula porta purus eu accumsan. Donec non ipsum dolor, a condimentum leo. Nulla ligula arcu, cursus vel tempor sit amet, fermentum tincidunt odio.

Cras volutpat aliquet venenatis. Integer rhoncus pharetra elit vel auctor. Cras posuere nibh vel justo blandit venenatis. Praesent in nulla quis nunc rhoncus fringilla. Nulla enim arcu, congue at sodales ut, congue id orci. Sed leo quam, tempor id malesuada vitae, condimentum at quam. Quisque elit lectus, blandit at facilisis quis, varius id turpis.

Donec convallis turpis eu felis vehicula commodo nec quis arcu. Ut in lacinia leo. Nullam in risus felis, eget feugiat ligula. In nulla urna, tempus quis pellentesque a, iaculis sed mauris. Donec tincidunt semper sem, blandit pellentesque justo blandit ac. Vestibulum et mattis mi. In hendrerit, neque in suscipit pharetra, purus turpis aliquet lacus, vel auctor felis dolor id mi. Nullam ut felis massa. Curabitur et rutrum ligula. Maecenas ac lorem eget turpis viverra vehicula at quis lorem. Sed non eros dui. Sed aliquam faucibus pellentesque. Maecenas sit amet ligula non dolor varius auctor non quis ligula. Fusce dapibus auctor varius. Praesent tortor ligula, auctor ut dictum eu, rhoncus vitae nunc.

3.2.4 Chaos and integrators

Quisque metus sem, consectetur sit amet pulvinar varius, sodales eget enim. Suspendisse molestie congue leo ac auctor. Donec erat erat, elementum at convallis sit amet, molestie et ipsum. Nunc venenatis mattis magna, id ultricies purus auctor nec. Donec pharetra turpis sit amet magna convallis consequat. In hac habitasse platea dictumst. Fusce porta molestie massa, sed lacinia felis sollicitudin non. Pellentesque vulputate laoreet consequat. Vivamus ante dolor, bibendum vitae pulvinar id, elementum nec purus. Nullam vel augue velit, ac egestas odio.

DOUBLE WELL AND FINITE HEAT BATH

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Fusce posuere, justo nec malesuada adipiscing, sem sem accumsan odio, vel convallis orci ligula elementum ipsum. Nunc sodales dignissim orci eu placerat. Vestibulum cursus, neque ut vulputate venenatis, metus tellus iaculis turpis, et sagittis odio arcu nec est. Donec egestas bibendum bibendum. Nam ullamcorper sodales nunc, in feugiat ipsum porttitor quis. Vestibulum sem magna, ornare sed venenatis sed, molestie vitae dui. Etiam a libero sem. Nullam gravida massa nec nulla ornare consequat. Sed sed nisl sapien. Phasellus sollicitudin sapien ut odio mattis pharetra. Quisque tempor nunc et diam vehicula id scelerisque velit auctor.

Quisque ultricies tellus eget neque imperdiet at congue nunc iaculis. Morbi semper commodo risus, ut mattis eros posuere vitae. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Donec quis magna at est mattis vestibulum. Nulla eleifend sodales vestibulum. Nulla ut justo et dui ullamcorper vestibulum nec vel purus. Mauris non nisl eget sapien eleifend cursus. Nunc aliquet porttitor dolor, eget congue nulla rutrum nec. Fusce aliquam mattis quam, in aliquam libero tempus at. Morbi vestibulum tincidunt est sit amet dignissim. Suspendisse dapibus sollicitudin dui, in rhoncus mauris congue nec. Duis pulvinar dignissim blandit. Suspendisse metus leo, gravida nec viverra vitae, dignissim quis magna. Cras quis nibh leo. Nam faucibus, elit quis aliquet fermentum, neque urna scelerisque nisi, sed mollis nulla mauris sit amet lectus.

4.1 Dynamics of the system

Vestibulum lacinia commodo velit, ut posuere eros molestie ut. Phasellus purus nibh, mattis ac ultricies nec, vulputate non nibh. Curabitur et blandit tortor. Etiam in velit at est

vulputate ultrices ut non nunc. Sed eu eros ut orci fringilla adipiscing id vel justo. Aliquam pulvinar commodo bibendum. Duis in neque ac augue molestie porttitor. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Integer ut tortor nisi. Fusce tempor posuere condimentum. Quisque eget mi dolor. Curabitur vehicula porta purus eu accumsan. Donec non ipsum dolor, a condimentum leo. Nulla ligula arcu, cursus vel tempor sit amet, fermentum tincidunt odio.

4.1.1 Hamilton equations of motion

Cras volutpat aliquet venenatis. Integer rhoncus pharetra elit vel auctor. Cras posuere nibh vel justo blandit venenatis. Praesent in nulla quis nunc rhoncus fringilla. Nulla enim arcu, congue at sodales ut, congue id orci. Sed leo quam, tempor id malesuada vitae, condimentum at quam. Quisque elit lectus, blandit at facilisis quis, varius id turpis.

Donec convallis turpis eu felis vehicula commodo nec quis arcu. Ut in lacinia leo. Nullam in risus felis, eget feugiat ligula. In nulla urna, tempus quis pellentesque a, iaculis sed mauris. Donec tincidunt semper sem, blandit pellentesque justo blandit ac. Vestibulum et mattis mi. In hendrerit, neque in suscipit pharetra, purus turpis aliquet lacus, vel auctor felis dolor id mi. Nullam ut felis massa. Curabitur et rutrum ligula. Maecenas ac lorem eget turpis viverra vehicula at quis lorem. Sed non eros dui. Sed aliquam faucibus pellentesque. Maecenas sit amet ligula non dolor varius auctor non quis ligula. Fusce dapibus auctor varius. Praesent tortor ligula, auctor ut dictum eu, rhoncus vitae nunc.

Quisque metus sem, consectetur sit amet pulvinar varius, sodales eget enim. Suspendisse molestie congue leo ac auctor. Donec erat erat, elementum at convallis sit amet, molestie et ipsum. Nunc venenatis mattis magna, id ultricies purus auctor nec. Donec pharetra turpis sit amet magna convallis consequat. In hac habitasse platea dictumst. Fusce porta molestie massa, sed lacinia felis sollicitudin non. Pellentesque vulputate laoreet consequat. Vivamus ante dolor, bibendum vitae pulvinar id, elementum nec purus. Nullam vel augue velit, ac egestas odio.

4.1.2 Integration of the system

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Fusce posuere, justo nec malesuada adipiscing, sem sem accumsan odio, vel convallis orci ligula elementum ipsum. Nunc sodales dignissim orci eu placerat. Vestibulum cursus, neque ut vulputate venenatis, metus tellus iaculis turpis, et sagittis odio arcu nec est. Donec egestas bibendum bibendum. Nam ullamcorper sodales nunc, in feugiat ipsum porttitor quis. Vestibulum sem magna, ornare sed

venenatis sed, molestie vitae dui. Etiam a libero sem. Nullam gravida massa nec nulla ornare consequat. Sed sed nisl sapien. Phasellus sollicitudin sapien ut odio mattis pharetra. Quisque tempor nunc et diam vehicula id scelerisque velit auctor.

Quisque ultricies tellus eget neque imperdiet at congue nunc iaculis. Morbi semper commodo risus, ut mattis eros posuere vitae. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Donec quis magna at est mattis vestibulum. Nulla eleifend sodales vestibulum. Nulla ut justo et dui ullamcorper vestibulum nec vel purus. Mauris non nisl eget sapien eleifend cursus. Nunc aliquet porttitor dolor, eget congue nulla rutrum nec. Fusce aliquam mattis quam, in aliquam libero tempus at. Morbi vestibulum tincidunt est sit amet dignissim. Suspendisse dapibus sollicitudin dui, in rhoncus mauris congue nec. Duis pulvinar dignissim blandit. Suspendisse metus leo, gravida nec viverra vitae, dignissim quis magna. Cras quis nibh leo. Nam faucibus, elit quis aliquet fermentum, neque urna scelerisque nisi, sed mollis nulla mauris sit amet lectus.

Vestibulum lacinia commodo velit, ut posuere eros molestie ut. Phasellus purus nibh, mattis ac ultricies nec, vulputate non nibh. Curabitur et blandit tortor. Etiam in velit at est vulputate ultrices ut non nunc. Sed eu eros ut orci fringilla adipiscing id vel justo. Aliquam pulvinar commodo bibendum. Duis in neque ac augue molestie porttitor. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Integer ut tortor nisi. Fusce tempor posuere condimentum. Quisque eget mi dolor. Curabitur vehicula porta purus eu accumsan. Donec non ipsum dolor, a condimentum leo. Nulla ligula arcu, cursus vel tempor sit amet, fermentum tincidunt odio.

Cras volutpat aliquet venenatis. Integer rhoncus pharetra elit vel auctor. Cras posuere nibh vel justo blandit venenatis. Praesent in nulla quis nunc rhoncus fringilla. Nulla enim arcu, congue at sodales ut, congue id orci. Sed leo quam, tempor id malesuada vitae, condimentum at quam. Quisque elit lectus, blandit at facilisis quis, varius id turpis.

Donec convallis turpis eu felis vehicula commodo nec quis arcu. Ut in lacinia leo. Nullam in risus felis, eget feugiat ligula. In nulla urna, tempus quis pellentesque a, iaculis sed mauris. Donec tincidunt semper sem, blandit pellentesque justo blandit ac. Vestibulum et mattis mi. In hendrerit, neque in suscipit pharetra, purus turpis aliquet lacus, vel auctor felis dolor id mi. Nullam ut felis massa. Curabitur et rutrum ligula. Maecenas ac lorem eget turpis viverra vehicula at quis lorem. Sed non eros dui. Sed aliquam faucibus pellentesque. Maecenas sit amet ligula non dolor varius auctor non quis ligula. Fusce dapibus auctor varius. Praesent tortor ligula, auctor ut dictum eu, rhoncus vitae nunc.

4.1.3 Poincaré surface plots

Quisque metus sem, consectetur sit amet pulvinar varius, sodales eget enim. Suspendisse molestie congue leo ac auctor. Donec erat erat, elementum at convallis sit amet, molestie et ipsum. Nunc venenatis mattis magna, id ultricies purus auctor nec. Donec pharetra turpis sit amet magna convallis consequat. In hac habitasse platea dictumst. Fusce porta molestie massa, sed lacinia felis sollicitudin non. Pellentesque vulputate laoreet consequat. Vivamus ante dolor, bibendum vitae pulvinar id, elementum nec purus. Nullam vel augue velit, ac egestas odio.

Morbi venenatis magna quis est rhoncus eget fermentum leo porttitor. Curabitur aliquet tortor a diam lacinia pellentesque. Praesent id malesuada elit. Suspendisse cursus erat augue, non tristique est. Aliquam erat volutpat. Curabitur eu nisi vitae ligula tincidunt tempor. Duis nec purus non justo congue laoreet. Aenean id sapien vitae mi dictum congue a sed tellus. Aliquam vehicula lectus nec elit dignissim convallis.

Donec lacus turpis, tincidunt non bibendum nec, ullamcorper lobortis quam. Nunc nec lectus sagittis lectus dignissim posuere. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam porta tempus volutpat. Nunc rhoncus justo nec ipsum molestie fermentum. Maecenas vel ligula tortor, tempus dictum nunc. Proin pretium porttitor mi, vel dignissim velit porttitor nec. Phasellus ligula dui, iaculis at luctus nec, condimentum vel sapien.

Nam ut sem at dui vehicula tincidunt a vel ligula. Curabitur elit lorem, ornare nec commodo in, tincidunt in ante. Sed sit amet nisi id orci varius pharetra. Sed sapien diam, dictum id interdum a, malesuada nec metus. Suspendisse convallis molestie aliquet. Nam vestibulum, enim id accumsan consectetur, augue nibh eleifend nunc, sit amet aliquet ligula sem vitae sem. Duis congue convallis vestibulum. Etiam risus enim, consectetur et dignissim vitae, laoreet nec quam. Fusce sed ipsum eros. Donec facilisis facilisis lacus, in accumsan magna tempor mollis. Sed vitae tortor dui. Suspendisse non nibh sed orci fermentum aliquet ut et sem. Donec facilisis, dui eu euismod laoreet, justo orci auctor mauris, ut consequat quam leo eu ipsum. Donec auctor, nisi in rhoncus congue, massa urna vestibulum nisi, volutpat ullamcorper velit metus sed justo. Praesent eu libero ac mi laoreet posuere sit amet eu augue.

Etiam libero arcu, mollis eu lacinia gravida, faucibus id mi. Donec sit amet turpis quam, vel semper quam. Curabitur erat leo, vulputate quis ultrices vel, aliquet facilisis tellus. Nullam sodales urna a dui interdum adipiscing. Maecenas id purus sapien. Vivamus congue varius enim quis bibendum. In molestie porttitor magna a accumsan. Aliquam cursus erat eget metus mattis dapibus. Donec ullamcorper, neque quis malesuada malesuada, nunc ante posuere ipsum, vel mollis risus lacus sit amet neque. Fusce dignissim, nulla quis bibendum feugiat, dui erat venenatis leo, in sollicitudin augue mi a sapien. In neque diam, malesuada

et dapibus at, ultricies a lacus. Vestibulum et eros sed lectus imperdiet porta. Suspendisse potenti. Fusce urna ligula, tristique id congue vel, commodo in mi. Phasellus tincidunt, dolor vitae consequat aliquam, lacus erat viverra nulla, non pellentesque augue sem in diam. Praesent lectus tellus, sagittis sed vestibulum quis, tincidunt vel purus. Nunc libero purus, adipiscing in semper sed, pharetra iaculis.

4.2 Variation of the parameters

Morbi venenatis magna quis est rhoncus eget fermentum leo porttitor. Curabitur aliquet tortor a diam lacinia pellentesque. Praesent id malesuada elit. Suspendisse cursus erat augue, non tristique est. Aliquam erat volutpat. Curabitur eu nisi vitae ligula tincidunt tempor. Duis nec purus non justo congue laoreet. Aenean id sapien vitae mi dictum congue a sed tellus. Aliquam vehicula lectus nec elit dignissim convallis.

Donec lacus turpis, tincidunt non bibendum nec, ullamcorper lobortis quam. Nunc nec lectus sagittis lectus dignissim posuere. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam porta tempus volutpat. Nunc rhoncus justo nec ipsum molestie fermentum. Maecenas vel ligula tortor, tempus dictum nunc. Proin pretium porttitor mi, vel dignissim velit porttitor nec. Phasellus ligula dui, iaculis at luctus nec, condimentum vel sapien.

Nam ut sem at dui vehicula tincidunt a vel ligula. Curabitur elit lorem, ornare nec commodo in, tincidunt in ante. Sed sit amet nisi id orci varius pharetra. Sed sapien diam, dictum id interdum a, malesuada nec metus. Suspendisse convallis molestie aliquet. Nam vestibulum, enim id accumsan consectetur, augue nibh eleifend nunc, sit amet aliquet ligula sem vitae sem. Duis congue convallis vestibulum. Etiam risus enim, consectetur et dignissim vitae, laoreet nec quam. Fusce sed ipsum eros. Donec facilisis facilisis lacus, in accumsan magna tempor mollis. Sed vitae tortor dui. Suspendisse non nibh sed orci fermentum aliquet ut et sem. Donec facilisis, dui eu euismod laoreet, justo orci auctor mauris, ut consequat quam leo eu ipsum. Donec auctor, nisi in rhoncus congue, massa urna vestibulum nisi, volutpat ullamcorper velit metus sed justo. Praesent eu libero ac mi laoreet posuere sit amet eu augue.

4.2.1 Energy spectra

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Fusce posuere, justo nec malesuada adipiscing, sem sem accumsan odio, vel convallis orci ligula elementum ipsum. Nunc sodales dignissim orci eu placerat. Vestibulum cursus, neque ut vulputate venenatis, metus tellus iaculis turpis, et sagittis odio arcu nec est. Donec egestas bibendum bibendum. Nam ullamcorper sodales nunc, in feugiat ipsum porttitor quis. Vestibulum sem magna, ornare sed

venenatis sed, molestie vitae dui. Etiam a libero sem. Nullam gravida massa nec nulla ornare consequat. Sed sed nisl sapien. Phasellus sollicitudin sapien ut odio mattis pharetra. Quisque tempor nunc et diam vehicula id scelerisque velit auctor.

Quisque ultricies tellus eget neque imperdiet at congue nunc iaculis. Morbi semper commodo risus, ut mattis eros posuere vitae. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Donec quis magna at est mattis vestibulum. Nulla eleifend sodales vestibulum. Nulla ut justo et dui ullamcorper vestibulum nec vel purus. Mauris non nisl eget sapien eleifend cursus. Nunc aliquet porttitor dolor, eget congue nulla rutrum nec. Fusce aliquam mattis quam, in aliquam libero tempus at. Morbi vestibulum tincidunt est sit amet dignissim. Suspendisse dapibus sollicitudin dui, in rhoncus mauris congue nec. Duis pulvinar dignissim blandit. Suspendisse metus leo, gravida nec viverra vitae, dignissim quis magna. Cras quis nibh leo. Nam faucibus, elit quis aliquet fermentum, neque urna scelerisque nisi, sed mollis nulla mauris sit amet lectus.

Vestibulum lacinia commodo velit, ut posuere eros molestie ut. Phasellus purus nibh, mattis ac ultricies nec, vulputate non nibh. Curabitur et blandit tortor. Etiam in velit at est vulputate ultrices ut non nunc. Sed eu eros ut orci fringilla adipiscing id vel justo. Aliquam pulvinar commodo bibendum. Duis in neque ac augue molestie porttitor. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Integer ut tortor nisi. Fusce tempor posuere condimentum. Quisque eget mi dolor. Curabitur vehicula porta purus eu accumsan. Donec non ipsum dolor, a condimentum leo. Nulla ligula arcu, cursus vel tempor sit amet, fermentum tincidunt odio.

Cras volutpat aliquet venenatis. Integer rhoncus pharetra elit vel auctor. Cras posuere nibh vel justo blandit venenatis. Praesent in nulla quis nunc rhoncus fringilla. Nulla enim arcu, congue at sodales ut, congue id orci. Sed leo quam, tempor id malesuada vitae, condimentum at quam. Quisque elit lectus, blandit at facilisis quis, varius id turpis.

Donec convallis turpis eu felis vehicula commodo nec quis arcu. Ut in lacinia leo. Nullam in risus felis, eget feugiat ligula. In nulla urna, tempus quis pellentesque a, iaculis sed mauris. Donec tincidunt semper sem, blandit pellentesque justo blandit ac. Vestibulum et mattis mi. In hendrerit, neque in suscipit pharetra, purus turpis aliquet lacus, vel auctor felis dolor id mi. Nullam ut felis massa. Curabitur et rutrum ligula. Maecenas ac lorem eget turpis viverra vehicula at quis lorem. Sed non eros dui. Sed aliquam faucibus pellentesque. Maecenas sit amet ligula non dolor varius auctor non quis ligula. Fusce dapibus auctor varius. Praesent tortor ligula, auctor ut dictum eu, rhoncus vitae nunc.

4.2.2 Frequency spectra

Quisque metus sem, consectetur sit amet pulvinar varius, sodales eget enim. Suspendisse molestie congue leo ac auctor. Donec erat erat, elementum at convallis sit amet, molestie et ipsum. Nunc venenatis mattis magna, id ultricies purus auctor nec. Donec pharetra turpis sit amet magna convallis consequat. In hac habitasse platea dictumst. Fusce porta molestie massa, sed lacinia felis sollicitudin non. Pellentesque vulputate laoreet consequat. Vivamus ante dolor, bibendum vitae pulvinar id, elementum nec purus. Nullam vel augue velit, ac egestas odio.

Morbi venenatis magna quis est rhoncus eget fermentum leo porttitor. Curabitur aliquet tortor a diam lacinia pellentesque. Praesent id malesuada elit. Suspendisse cursus erat augue, non tristique est. Aliquam erat volutpat. Curabitur eu nisi vitae ligula tincidunt tempor. Duis nec purus non justo congue laoreet. Aenean id sapien vitae mi dictum congue a sed tellus. Aliquam vehicula lectus nec elit dignissim convallis.

Donec lacus turpis, tincidunt non bibendum nec, ullamcorper lobortis quam. Nunc nec lectus sagittis lectus dignissim posuere. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Aliquam porta tempus volutpat. Nunc rhoncus justo nec ipsum molestie fermentum. Maecenas vel ligula tortor, tempus dictum nunc. Proin pretium porttitor mi, vel dignissim velit porttitor nec. Phasellus ligula dui, iaculis at luctus nec, condimentum vel sapien.

Nam ut sem at dui vehicula tincidunt a vel ligula. Curabitur elit lorem, ornare nec commodo in, tincidunt in ante. Sed sit amet nisi id orci varius pharetra. Sed sapien diam, dictum id interdum a, malesuada nec metus. Suspendisse convallis molestie aliquet. Nam vestibulum, enim id accumsan consectetur, augue nibh eleifend nunc, sit amet aliquet ligula sem vitae sem. Duis congue convallis vestibulum. Etiam risus enim, consectetur et dignissim vitae, laoreet nec quam. Fusce sed ipsum eros. Donec facilisis facilisis lacus, in accumsan magna tempor mollis. Sed vitae tortor dui. Suspendisse non nibh sed orci fermentum aliquet ut et sem. Donec facilisis, dui eu euismod laoreet, justo orci auctor mauris, ut consequat quam leo eu ipsum. Donec auctor, nisi in rhoncus congue, massa urna vestibulum nisi, volutpat ullamcorper velit metus sed justo. Praesent eu libero ac mi laoreet posuere sit amet eu augue.

Etiam libero arcu, mollis eu lacinia gravida, faucibus id mi. Donec sit amet turpis quam, vel semper quam. Curabitur erat leo, vulputate quis ultrices vel, aliquet facilisis tellus. Nullam sodales urna a dui interdum adipiscing. Maecenas id purus sapien. Vivamus congue varius enim quis bibendum. In molestie porttitor magna a accumsan. Aliquam cursus erat eget metus mattis dapibus. Donec ullamcorper, neque quis malesuada malesuada, nunc ante posuere ipsum, vel mollis risus lacus sit amet neque. Fusce dignissim, nulla quis bibendum feugiat, dui erat venenatis leo, in sollicitudin augue mi a sapien. In neque diam, malesuada

et dapibus at, ultricies a lacus. Vestibulum et eros sed lectus imperdiet porta. Suspendisse potenti. Fusce urna ligula, tristique id congue vel, commodo in mi. Phasellus tincidunt, dolor vitae consequat aliquam, lacus erat viverra nulla, non pellentesque augue sem in diam. Praesent lectus tellus, sagittis sed vestibulum quis, tincidunt vel purus. Nunc libero purus, adipiscing in semper sed, pharetra iaculis.

4.3 Number of modes in the bath

Etiam libero arcu, mollis eu lacinia gravida, faucibus id mi. Donec sit amet turpis quam, vel semper quam. Curabitur erat leo, vulputate quis ultrices vel, aliquet facilisis tellus. Nullam sodales urna a dui interdum adipiscing. Maecenas id purus sapien. Vivamus congue varius enim quis bibendum. In molestie porttitor magna a accumsan. Aliquam cursus erat eget metus mattis dapibus. Donec ullamcorper, neque quis malesuada malesuada, nunc ante posuere ipsum, vel mollis risus lacus sit amet neque. Fusce dignissim, nulla quis bibendum feugiat, dui erat venenatis leo, in sollicitudin augue mi a sapien. In neque diam, malesuada et dapibus at, ultricies a lacus. Vestibulum et eros sed lectus imperdiet porta. Suspendisse potenti. Fusce urna ligula, tristique id congue vel, commodo in mi. Phasellus tincidunt, dolor vitae consequat aliquam, lacus erat viverra nulla, non pellentesque augue sem in diam. Praesent lectus tellus, sagittis sed vestibulum quis, tincidunt vel purus. Nunc libero purus, adipiscing in semper sed, pharetra iaculis.

APPROACH TO THE MEASUREMENT THEORY

5.1 Classical Measurement

5.1.1 Stability of a system

5.2 Quantum Measurement

5.2.1 Postulates of Quantum Mechanics

5.3 Can this be considered as a measurement?

RELATED WORK

6.1 Quantum measurement in a unitary setting

FUTURE WORK

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHY

- [1] Edward Ott. *Chaos in dynamical systems*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K. ; New York, 2nd ed edition, 2002.
- [2] Thomas Dittrich. Quantum Chaos and Quantum Randomness—Paradigms of Entropy Production on the Smallest Scales. *Entropy*, 21(3):286, March 2019.

APPENDIX A

EXTRA INFORMATION

Some more text ...

