# UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA DE LA TIERRA Y ASTROFÍSICA



## TRABAJO DE FIN DE GRADO

Código de TFG: FTA15

Modelos climáticos conceptuales

Conceptual climate models

Supervisora: María Luisa Montoya Redondo

# Sergio Pérez Montero

Grado en Física

Curso académico 2019-2020

Convocatoria Julio 2020

#### Modelos climáticos conceptuales. Mantos de hielo

#### Resumen:

Los mantos de hielo contribuyen ampliamente en el sistema climático del planeta. Debido a su extensión y composición reflejan mucha de la radiación procedente del Sol. Además, almacenan la mayor parte del agua dulce y son capaces de influir en la circulación atmosférica a escala planetaria. También se ven influidos por los procesos que alteran el clima. Por esta razón es importante conocer la dinámica de los mantos y su evolución en el futuro. En este trabajo se construirá un modelo conceptual para estudiar los posibles estados de equilibrio de los mantos de hielo así como su respuesta a forzamientos transitorios.

#### Abstract:

Ice-sheets contribute significantly to the planet's climate system because due to their size and composition, they reflect much of the sun's radiation. In addition, they store most of the fresh water and they are able to influence the atmosphere general circulation. As part of the climate system, it also get affected by the processes that disturb the climate, and therefore we are interested in knowing the dynamics of these ice-sheets and their evolution in the future. In this work we will build a conceptual model for being able to study the possible equilibrium states of these ice-sheets as well as its response to transient forcing.

## Índice

1.	Introducción	2
2.	Modelo2.1. Manto de hielo continental	8 9 11
3.	Diseño experimental	12
4.	Resultados 4.1. Estados de equilibrio para un manto de hielo continental	13 13 14 15 16
5.	Conclusiones	19
6.	Agradecimientos	19

### 1. Introducción

Tras el deshielo posterior a la última era glacial, que tuvo lugar hace aproximadamente entre 115 y 10 mil años, los únicos mantos de hielo que quedan en la Tierra son el manto de hielo de Groenlandia (del inglés, Greenland Ice Sheet, GrIS) y el manto de hielo de la Antártida (del inglés, Antarctic Ice Sheet, AIS). Estos contienen el 99 % del agua dulce del planeta en forma de hielo, equivalente a un aumento del nivel del mar de 7 m en el caso del GrIS, cuya extensión es de 1.7 millones de km² (Morlighem et al., 2017), y 58 m para el AIS, con una extensión muy superior, de 14 millones de km² (Fretwell et al., 2013).

Los mantos de hielo juegan un papel muy importante en el clima (Figura 1). Debido a su composición (nieve y hielo) presentan un albedo de 0.5-0.7, alcanzando un valor de hasta 0.9 si tienen nieve reciente (Cuffey and Paterson, 2010). Esto junto a su gran extensión hace que contribuyan enormemente al albedo del planeta y por lo tanto determinan la temperatura media de este al reflejar gran cantidad de la radiación solar incidente. Dicho efecto, junto a su elevación, provoca que el aire en superficie se enfríe considerablemente por pérdidas radiativas. En consecuencia se hace más denso y desciende por su propio peso pendiente abajo hacia los márgenes del manto, dando así lugar a vientos catabáticos que redistribuyen la precipitación (Zammett and Fowler, 2007) y alteran la circulación de la atmósfera a gran escala. Su gran elevación perturba además los flujos atmosféricos dando lugar a la formación de ondas de Rossby, que influyen notablemente en la situación sinóptica de las latitudes medias del hemisferio norte (Lenaerts et al., 2019). Por otro lado, la fusión y la descarga de icebergs (calving) de los mantos de hielo modifica el flujo de agua dulce en los océanos, con

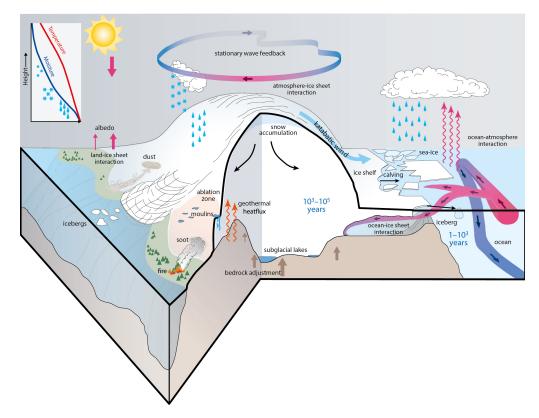


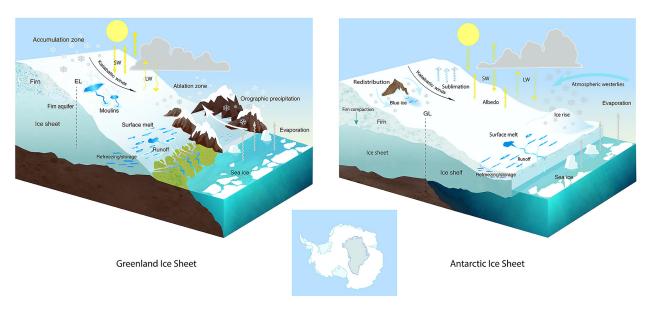
Figura 1: Esquema de los diversos procesos de interacción entre un manto de hielo genérico con el sistema climático y con el lecho rocoso (fuente: Stocker et al. (2013)).

capacidad para afectar al nivel del mar y a la salinidad, y en consecuencia al flujo de las corrientes oceánicas, que determinan el transporte de calor oceánico global y por tanto a la temperatura y el clima de regiones remotas (Buckley and Marshall, 2016).

A su vez, las variaciones climáticas afectan también al crecimiento de los mantos de hielo, marcando el ritmo de retroceso y expansión de estos. Los cambios de la temperatura en la atmósfera y en los océanos son determinantes, en general, en el balance de masa de los mantos de hielo del planeta. Se define el balance de masa de un manto o de un glaciar como el balance entre la ganancia y la pérdida de hielo (ablación) de este. La zona de acumulación es la región en la que se produce acumulación neta de precipitaciones que pasarán a convertirse en el hielo del glaciar o del manto, tanto en forma de nieve como en forma de agua de lluvia. Por contra, la zona de ablación es la región en la que se produce una pérdida neta de hielo del manto o glaciar, ya sea por fusión o desprendimiento. Entre estas dos zonas se encuentra la línea de equilibrio, en la que la tasa de acumulación y la tasa de ablación son iguales, por lo que la altura a la que esté esta región da cuenta del estado del sistema. Cuanto mayor sea esta, mayor será la zona de ablación y por lo tanto el manto o glaciar será más proclive a retroceder (Cuffey and Paterson, 2010).

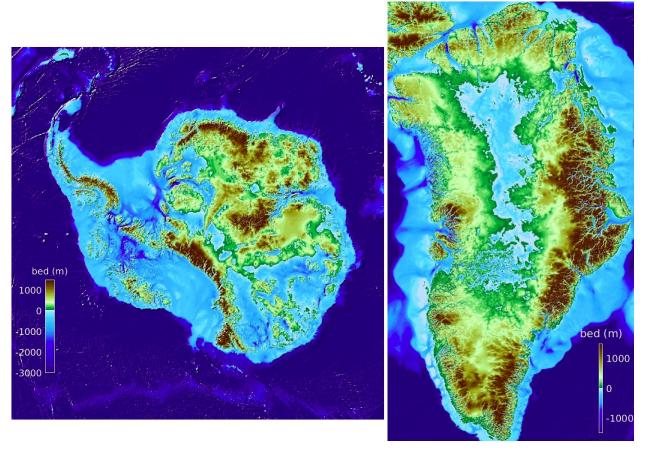
En el balance de masa juegan un papel importante las retroalimentaciones positivas, que se clasifican en retroalimentaciones térmicas y retroalimentaciones dinámicas. Las primeras están producidas por un aumento de la temperatura, que amplifica la fusión. Debido a esto,

la cobertura de hielo se reduce y por consiguiente el albedo, incrementando la absorción de radiación solar y con ello la emisión de radiación infrarroja hacia la atmósfera, volviendo así a aumentar la temperatura y con ello la fusión. Al fundirse masa glaciar entra en juego el efecto de la altura de la superficie del manto, que disminuye y como generalmente el aire está más caliente cerca de la superficie terrestre, aumenta la fusión. Como consecuencia, aparece el segundo tipo de retroalimentaciones. Así, el agua fundida en superficie puede sufrir percolación hasta la base del manto a través de grietas y huecos en el hielo (Figura 1). La presencia de agua en la base del manto actúa como lubricante del flujo de hielo y acelera las corrientes responsables del transporte de hielo desde el interior hacia los márgenes del manto. Este efecto lubricante tiene especial importancia en mantos de hielo posados sobre tierra, como es el caso del GrIS (Figura 2).



**Figura 2:** Procesos relevantes en el balance de masas del GrIS (Izquierda) y del AIS (Derecha) (fuente: Lenaerts et al. (2019)).

En los llamados mantos de hielo marino, el lecho se encuentra por debajo del nivel del mar (Figura 2). Esto da lugar a la aparición de plataformas de hielo flotantes (Hanna et al., 2020), en contacto con el océano. Si la temperatura de este aumenta, las plataformas de hielo se pueden fundir. Esto por sí solo no conlleva un aumento del nivel del mar pues las plataformas se encuentran flotando. Sin embargo, al fundirse estas se reduce el efecto de contrafuerte que ejercen sobre el hielo que se encuentra tierra adentro. Con ello se aceleran las corrientes de hielo y la descarga de este, provocando que los mantos se extingan más rápido. Este fenómeno puede producir un retroceso de la línea de tierra, lugar geométrico en el que un manto de hielo pasa de estar posado en tierra a convertirse en plataforma flotante de hielo. En mantos cuyo lecho es retrógrado (inclinado hacia el interior del manto) el espesor de hielo en la línea de tierra aumenta, y con ello la descarga de hielo, dando lugar a un proceso de retroalimentación positivo que podría generar la así llamada inestabilidad del manto marino (del inglés, marine ice-sheet instability, MISI (Pattyn and Morlighem, 2020)).



**Figura 3:** (Izquierda) Topografía del lecho rocoso de la Antártida (fuente: Morlighem et al. (2020)) y (Derecha) de Groenlandia (fuente: Morlighem et al. (2017)). Nótese que la escala es ligeramente distinta en cada mapa y que la proporción es diferente, como se puede ver en la Figura 2.

Estos procesos sacan a relucir las particularidades propias de cada manto (Figura 2). En Groenlandia, el hielo está asentado en tierra sobre el nivel del mar (Figura 3), salvo en la región central debido al hundimiento isostático de la región, heredado de las etapas glaciales anteriores (Huybrechts, 2002). Esta configuración junto con su localización a latitudes relativamente bajas en comparación con la Antártida provoca que el efecto de las retroalimentaciones térmicas sea mayor. En cambio, en el AIS, debido a su localización polar, su gran elevación y su aislamiento térmico dado por la Corriente Circumpolar Antártica que rodea el continente antártico e impide la entrada de agua cálida a sus costas, las temperaturas ambientales son tan bajas que la fusión superficial no es tan importante, y el aumento de la temperatura oceánica es el principal agente (Hanna et al., 2020). La Antártida contiene grandes sectores de manto marino (Figura 3), como el Manto Occidental de la Antártida (del inglés, West Antarctic Ice Sheet, WAIS) y el Manto Oriental de la Antártida (del inglés, East Antarctic Ice Sheet, EAIS) y por lo tanto, está muy expuesta a la temperatura del océano y como consecuencia a las retroalimentaciones dinámicas asociadas.

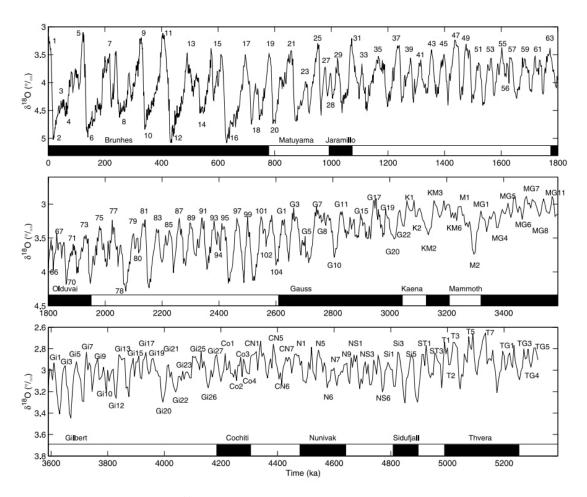
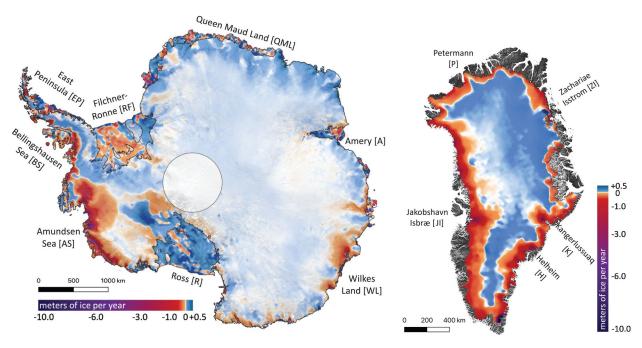


Figura 4: Concentración del  $\delta^{18}$ O frente al tiempo. Se aprecia una ciclicidad que indirectamente indica si los mantos ocupaban mayor o menor extensión (fuente: Lisiecki and Raymo (2005)).

Durante la historia de la Tierra, la variación en la extensión y en el volumen de los mantos de hielo ha sido recurrente y cíclica debido a las variaciones en los parámetros orbitales del planeta (oblicuidad, excentricidad y precesión, Cuffey and Paterson (2010)). Estas alteraciones producen severos cambios en el clima provocando periodos de glaciación en los que la temperatura es más baja y la extensión y volumen de hielo mayor, y épocas de temperaturas más altas, interglaciaciones, en las que ocurren los mayores retrocesos de los mantos. Existen numerosas evidencias de esto en datos indirectos o proxies paleoclimáticos como los testigos de hielo, en los que la estratificación de diferentes cantidades de carbono da cuenta de cambios en la concentración de gases de efecto invernadero (GEI) en la atmósfera. Otro proxy importante es la concentración del isótopo 18 del Oxígeno ( $\delta^{18}$ O) en las conchas de los fósiles de foraminíferas bentónicas, algas que habitan en el océano profundo, encontrados en testigos del fondo oceánico (Cuffey and Paterson, 2010). Esto se debe a que el  $\delta^{18}$ O se evapora con menor facilidad que el  $\delta^{16}$ O, pues su masa molecular es mayor. Posteriormente, al producirse precipitación sobre los mantos de hielo, el  $\delta^{16}$ O se acumula y mediante la fusión se devuelve al mar. Sin embargo, en un periodo de glaciación, la fusión se reduce y por tanto, no se regula la concentración de  $\delta^{18}$ O en los océanos, por lo que a mayor concentración de este, tendremos mayor extensión de hielo (Figura 4).



**Figura 5:** Pérdida de masa en metros de hielo por año de la Antártida (Izquierda) y de Groelandia (Derecha) entre 2003 y 2019 (fuente: Smith et al. (2020)). Nótese que una pérdida de 361.8 Gt de hielo (394.67 km<sup>3</sup>) equivalen a 1 mm de aumento del nivel del mar (Goelzer et al., 2020).

En la actualidad, las actividades industriales humanas están provocando un cambio en el clima de la Tierra (CCA, cambio climático antropogénico). La emisión descontrolada de gases de efecto invernadero desencadena una subida de la temperatura del aire que hace que el balance de masa de los mantos de hielo se desequilibre, por lo que los procesos de retroalimentación descritos antes se agravan y aceleran. En consecuencia, el volumen de agua dulce liberado por los mantos aumenta el nivel del mar y en un futuro podría causar estragos en las zonas costeras del planeta, principalmente en lugares con cultivos y megaciudades (Cuffey and Paterson, 2010). Multitud de estudios sobre la contribución del deshielo del GrIS y del AIS muestran que entre 2003 y 2019, el primero ha contribuido en un aumento del nivel medio del mar de 8.9 mm y el segundo de 5.2 mm (Figura 5), con una tasa de aumento que se acelera con el transcurso del calentamiento, especialmente en Groenlandia (Smith et al., 2020).

El hecho de que todos los procesos comentados anteriormente tengan tendencia a persistir y a amplificarse, nos genera preocupación por saber cómo evolucionarán los mantos de hielo en el futuro, haciendo que busquemos modelos precisos para estudiar dicha evolución y poder tomar medidas para paliar los efectos de los posibles escenarios futuros. Debido a la cantidad y complejidad de los procesos que afectan a la evolución de los mantos de hielo es necesario emplear modelos numéricos para poder estudiarlos cuantitativamente. Como la naturaleza de las preguntas científicas de interés es diversa y las escalas espaciales y temporales involucradas son diferentes, se hace necesario el uso de una jerarquía de modelos. Los más complejos se basan en la resolución de las ecuaciones de conservación de momento, masa y energía para cada punto del manto en las tres direcciones del espacio, lo que requiere de una

gran capacidad computacional (Oerlemans, 2011). En los modelos conceptuales, en cambio, se pueden analizar procesos concretos y su dependencia con respecto a los parámetros en detalle con muy poco coste computacional, lo que permite identificar procesos relevantes que pueden estudiarse posteriormente con modelos más realistas y costosos.

Nuestro objetivo es construir un modelo lo suficientemente simple como para permitir un análisis rápido y directo de la dinámica de un manto de hielo, pero que contenga una descripción del balance de masa realista, para que pueda ser empleado en experimentos de cambio climático. Por ello, en este trabajo emplearemos un modelo conceptual similar al empleado en Oerlemans (2003) y así poder analizar el proceso de retroalimentación positiva de la elevación superficial para un manto de hielo genérico.

El trabajo que se presenta está estructurado de la siguiente forma: en la Sección 2 se describe el modelo, en las Secciones 3 y 4 se encuentran los diferentes experimentos realizados con el mismo y en la Sección 5 se indican las conclusiones derivadas de estos, así como las posibles vías de continuación del estudio.

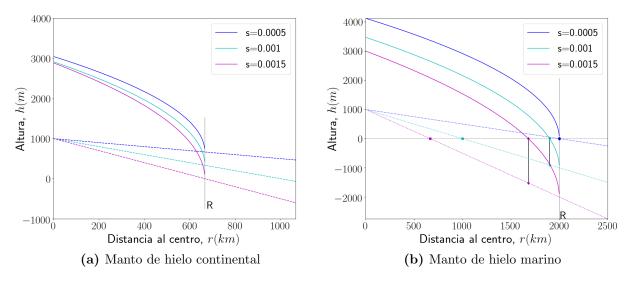


Figura 6: Perfil del modelo para tres pendientes diferentes en un manto continental (a) y en un manto marino (b). Los parámetros empleados son  $d_0 = 1000 \ m$ ,  $\mu_0 = 8 \ m \ y \ c = 2 \cdot 10^6 \ m$ . También se incluye el perfil del lecho en línea discontinua y la recta marcada con una R indica el radio máximo del manto. En el panel b, los cuadrados denotan el radio crítico a partir del cual el manto pasa a ser marino, y las líneas negras verticales, los lugares donde se encuentra la línea de tierra.

## 2. Modelo

En Oerlemans (2001) se demuestra, al resolver la ecuación de esfuerzos para la base de un glaciar apoyado en un lecho completamente horizontal y cuyo hielo es tratado como un material perfectamente plástico, que la altura de la superficie presenta un perfil parabólico dependiente de la distancia al centro del glaciar. En nuestro modelo partiremos de esta

misma hipótesis y tomaremos un lecho rocoso que decrece en altitud conforme nos alejamos de su centro, al contrario de lo que ocurre en los mantos retrógrados que se explicaron en la Sección 1. Además, supondremos que el manto de hielo es simétrico respecto a su eje central, simulando así el comportamiento de lugares como las islas del Ártico o Islandia (Oerlemans, 2003). Con estas hipótesis de partida, la expresión para el perfil del manto será

$$h(r) = d_0 - sR + \sqrt{\mu (R - r)} \tag{1}$$

donde  $d_0 - sR$  denota el efecto causado por el lecho al no ser horizontal y tener un valor máximo de elevación  $d_0$  que decrece a un ritmo s. El parámetro  $\mu$  corresponde a una parametrización del efecto de la inclinación del lecho en el perfil de la forma  $\mu_0 + cs^2$ , donde por análisis numérico se obtienen unos valores adecuados de entre 8-12~m para  $\mu_0$  y de  $c=2\cdot 10^6~m$  (Oerlemans, 2003). Llegados a este punto, hay dos posibilidades. Por un lado tenemos el caso en el que el manto de hielo se encuentra únicamente sobre tierra, correspondiente a un manto de hielo continental, y por otro, cuando la extensión del manto es tal que llega al océano y se apoya sobre lecho rocoso por debajo del nivel del mar, correspondiente a un manto de hielo marino. En la Figura 6 se representan los perfiles de ambos tipos de manto para diferentes pendientes del lecho rocoso, estudiaremos por separado ambas situaciones.

#### 2.1. Manto de hielo continental

En este caso, el manto de hielo se apoya sobre lecho que se encuentra sobre el nivel del mar. A la hora de estudiar la evolución del manto, necesitamos conocer cómo es su balance de masa y para ello tenemos que conocer cómo evoluciona el volumen de hielo que contiene. Este volumen será la integración a todo el manto de su grosor, dado por H(r) = h(r) - d(r):

$$V = \iiint [h(r) - d(r)] dV = 2\pi \int_0^R \left[ r - sR + \sqrt{\mu (R - r)} \right] r dr$$

$$= \frac{8\pi \sqrt{\mu}}{15} R^{5/2} - \frac{1}{3} \pi s R^3$$
(2)

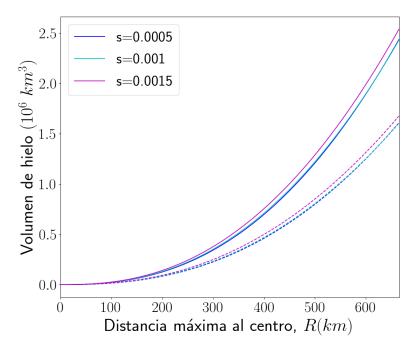
El peso del manto de hielo provocará un hundimiento del terreno, por lo que debemos plantear el equilibrio isostático entre el hielo y el lecho rocoso para saber qué contribución adicional debemos añadir al resultado obtenido con la ecuación (2).

$$\rho_i V + \rho_i V^* = \rho_m V^* \longrightarrow V^* = \frac{\rho_i}{\rho_m - \rho_i} V \tag{3}$$

donde  $\rho_i$  es la densidad del hielo y V su volumen (ecuación (2)) y  $\rho_m$  es la densidad del manto rocoso y  $V^*$  el volumen de lecho desplazado. De esta forma, el volumen total de hielo para un manto continental será:

$$V_{tot} = V + \frac{\rho_i}{\rho_m - \rho_i} V = (1 + \epsilon_1) V \qquad \epsilon_1 = \frac{\rho_i}{\rho_m - \rho_i}$$
 (4)

En la Figura 7 se presenta la evolución de esta variable y se puede observar cómo el volumen crece cuantiosamente con el radio del manto. Llegados a este punto, nos interesa



**Figura 7:** Evolución del volumen para el manto de hielo continental para tres pendientes del lecho diferentes. Los parámetros empleados son los mismos que en la Figura 6. Nótese que la línea discontinua está referida a V y la línea continua a  $V_{tot}$ .

conocer cómo varía esta magnitud con el tiempo, por lo que derivamos y definimos como balance de masa,  $B_{tot}$ , a esta cantidad.

$$B_{tot} = \frac{dV_{tot}}{dt} = \left(\pi \left(1 + \epsilon_1\right) \left[\frac{4}{3}\sqrt{\mu}R^{3/2} - sR^2\right]\right) \frac{dR}{dt}$$
 (5)

En nuestro modelo, por simplificación, tomamos el balance de masas constante a partir de la altura de desprendimiento,  $h_R$ , definida como  $h_R = h_E + A/\beta$ , donde  $h_E$  es la altura de equilibrio (Sección 1), A es el balance de masa a partir de  $h_R$  y  $\beta$  el gradiente del balance de masa. Por lo que B queda como

$$B = \begin{cases} A & \text{para } h \ge h_R, \\ A - \beta (h_R - h) & \text{para } h < h_R. \end{cases}$$
 (6)

Si además integramos esta expresión a todo el manto de hielo podemos obtener una expresión analítica del balance de masa

$$B_{tot} = \iiint BdV = \iiint_{h_R}^{h(0)} AdV + \iiint_{h(R)}^{h_R} (A - \beta (h_R - h)) dV$$

$$= \pi AR^2 - \pi \beta (h_R - d_0 + sR) (R^2 - r_R^2) + \frac{4\pi \beta \sqrt{\mu}}{15} (R - r_R)^{3/2} (3r_R + 2R)$$
(7)

 $r_R$  representa la distancia al centro del manto de hielo donde la altura de desprendimiento intersecta con el perfil del hielo, por lo que

$$r_R = R - \frac{1}{\mu} \left( h_R - d_0 + sR \right)^2 \tag{8}$$

#### 2.2. Manto de hielo marino

Si el manto de hielo es suficientemente extenso como para superar su radio crítico,  $r_c$  (distancia a partir de la cual el lecho sobre el que se apoya pasa a estar bajo el nivel del mar) tenemos que tener en cuenta una serie de contribuciones adicionales en el desarrollo anterior (Sección 2.1). En la ecuación (3) debemos añadir el efecto producido al desplazar un determinado volumen de agua

$$\rho_i V + \rho_i V^* = \rho_m V^* + \rho_w V_{sea} \longrightarrow V^* = \frac{\rho_i}{\rho_m - \rho_i} V - \frac{\rho_w}{\rho_m - \rho_i} V_{sea}$$
 (9)

donde  $\rho_w$  es la densidad del agua y  $V_{sea}$  el volumen de agua desplazado por el hielo. Este se obtiene integrando  $\eta - d(r)$  ( $\eta$  es el nivel del mar, que en nuestro caso es  $\eta = 0$  m) desde  $r_c$  hasta R.

$$V_{sea} = \pi \left[ \frac{2}{3} s \left( R^3 - r_c^3 \right) - d_0 \left( R^2 - r_c^2 \right) \right]$$
 (10)

Empleando este resultado, el volumen para un manto de hielo marino (Figura 8) será

$$V_{tot} = V + \frac{\rho_i}{\rho_m - \rho_i} V - \frac{\rho_w}{\rho_m - \rho_i} V_{sea} = (1 + \epsilon_1) V - \epsilon_2 V_{sea}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\rho_w}{\rho_m - \rho_i}$$
(11)

Derivamos respecto al tiempo nuevamente

$$B_{tot} = \frac{dV_{tot}}{dt} = \left(\pi \left(1 + \epsilon_1\right) \left[ \frac{4}{3} \sqrt{\mu} R^{3/2} - sR^2 \right] - 2\epsilon_2 \pi \left[ sR^2 - d_0 R \right] \right) \frac{dR}{dt}$$
(12)

Ahora, para obtener la expresión analítica de  $B_{tot}$  debemos integrar la ecuación (6) entre 0 y  $r_c$ , y entre  $r_c$  y R. Se obtiene entonces que el balance de masas es de la forma

$$B_{tot} = \pi A r_{gr}^{2} - \pi \beta \left( h_{R} - d_{0} + sR \right) \left( r_{gr}^{2} - r_{R}^{2} \right) + \frac{4\pi \beta \sqrt{\mu}}{15} \left[ \left( 2R + 3r_{R} \right) \left( R - r_{R} \right)^{3/2} - \left( 2R + 3r_{gr} \right) \left( R - r_{gr} \right)^{3/2} \right]$$
(13)

En esta expresión  $r_{gr}$  es la distancia del centro a la que se encuentra la línea de tierra (Sección 1), que se define matemáticamente como

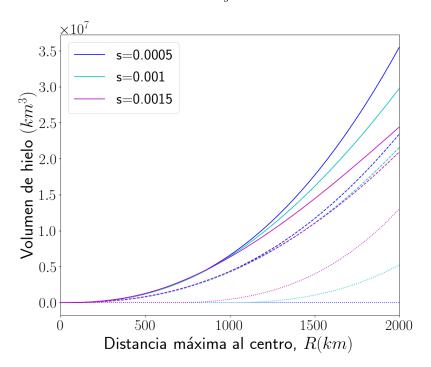
$$r_{gr} = R - \frac{1}{\mu} (sR - d_0)^2 \tag{14}$$

Por otro lado, en el manto de hielo marino, tendremos también pérdida de hielo a través de la descarga en el océano. En nuestro modelo consideramos únicamente el flujo a través de la línea de tierra y asumimos que la media azimutal de la velocidad del hielo en la línea

de tierra es proporcional a la profundidad (Oerlemans, 2003). Por lo tanto, el flujo total en la línea de tierra será

$$F_{qr} = 2\pi r_{qr} f \delta^2 (s r_{qr} - d_0 + \eta)^2$$
(15)

donde f es un parámetro del flujo volumétrico del hielo en la línea de tierra,  $\delta = \rho_w/\rho_i$  y  $\eta$  es el nivel eustático del mar, en nuestro caso  $\eta = 0$ . De esta forma, el balance de masas neto en un manto de hielo marino es  $B_{tot} - F_{gr}$ .



**Figura 8:** Evolución del volumen para el manto de hielo marino. Los parámetros empleados son los mismos que en la Figura 6. Nótese que la línea continua está referida a  $V_{tot}$ , la línea discontinua a V y la línea punteada a  $V_{sea}$ .

## 3. Diseño experimental

Se han realizado varios experimentos para estudiar la dinámica de los mantos de hielo y la validez del modelo. Entre estos, podemos distinguir aquellos que tienen que ver con los estados de equilibrio del sistema y aquellos que se basan en la evolución temporal de determinada variable del modelo. Por un lado, los estados de equilibrio se calcularon integrando la ecuación dependiente del tiempo del radio del manto para un rango amplio de valores de la altura de equilibrio  $(h_E)$  hasta alcanzar la estabilidad del sistema. Por otro lado, los transistorios se basaron nuevamente en integrar la ecuación de la evolución del radio del manto, pero para valores fijos de la  $h_E$  en un intervalo determinado de tiempo.

## 4. Resultados

## 4.1. Estados de equilibrio para un manto de hielo continental

Para obtener los estados de equilibrio del manto de hielo continental se integró la ecuación dependiente del tiempo con el fin de obtener los valores de R para los que el sistema se estabilizaba. Debido al efecto que tiene la altura de la superficie del manto en la fusión del hielo, los mantos presentan histéresis, por lo que para la resolución de los estados de equilibrio se deben emplear dos condiciones iniciales distintas. Por un lado, se debe empezar sin hielo  $(R_0 = 0)$  y por otro, con mucho hielo  $(R_0 >> 0)$ . En un manto continental el balance es simplemente la igualación de las ecuaciones (5) y (7). Empleando esta expresión se puede obtener una relación a través de la cuál es posible calcular iterativamente la evolución temporal del manto y con ella el valor de R de equilibrio para una  $h_E$  dada. Como parámetros de la simulación se emplearon  $d_0 = 1000 \ m$ ,  $R_0 = 1000 \ km$  y  $A = 1 \ m \ ice/yr$ . Los resultados se encuentran en la Figura 9. Nótese que vienen dados en función de la diferencia  $h_E - d_0$  pues un manto continental es independiente del valor de  $d_0$ . Cabe comentar que se puede ver una disminución no lineal del valor para el cual el radio de equilibrio cae a cero con el aumento de la pendiente del lecho, que muestra la no linealidad del problema.

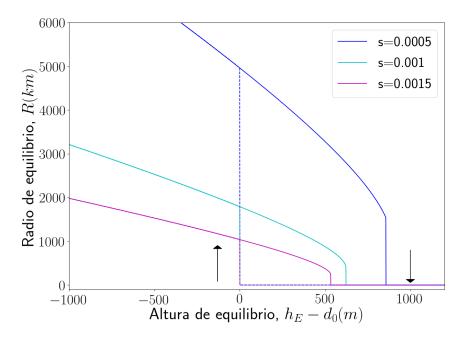


Figura 9: Estados de equilibrio para tres pendientes del lecho rocoso distintas en un manto de hielo continental. Los parámetros empleados son los mismo que en la Figura 6. En línea continua se presenta el resultado para mucho hielo y en línea discontinua para poco hielo. Las líneas verticales corresponden a estados que no son de equilibrio y las flechas indican el sentido en el que se produce el cambio brusco de aumento/disminución del radio de equilibrio.

Si empezamos con muy poco hielo (R=0), la altura de equilibrio necesariamente estará por encima de la altura máxima del lecho  $(d_0)$ . Por ello, cuando la altura de equilibrio esté por encima de  $d_0$ , R=0 siempre será un estado de equilibrio. En cuanto la  $h_E$  sea más pequeña que  $d_0$  significará que el radio del manto ya es suficiente como para alejarse de su

centro y consecuentemente el radio de equilibrio será mucho mayor a 0, para un s dado. Por otro lado, si empezamos teniendo un manto extenso, para perder todo el hielo (llegar a R=0) necesitaremos que la  $h_E$  sea lo suficientemente grande como para que la tasa de ablación haga que la tasa de acumulación sea despreciable, por lo que para que el radio de equilibrio sea 0 tendremos que tener una  $h_E$  superior a  $d_0$ . Es por esto que existe una zona de doble solución para  $h_E - d_0 \ge 0$ . Físicamente esto se explica mediante la retroalimentación dada por la altura de la superficie del manto explicada en la Sección 1. Cuando tenemos mucho hielo, la altura de la superficie es mayor y su temperatura es menor (en general), como consecuencia, el hielo se funde con menor facilidad que si tuviéramos un manto con poco hielo y más bajo en altura superficial.

## 4.2. Estados de equilibrio para mantos con una tasa de acumulación no constante

Para mantos de hielo de gran extensión como los mantos marinos, la tasa de acumulación constante no es una aproximación demasiado precisa, pues esta tiende a decrecer ampliamente con el radio (Oerlemans, 2003). En el experimento se tomó como parametrización la expresión



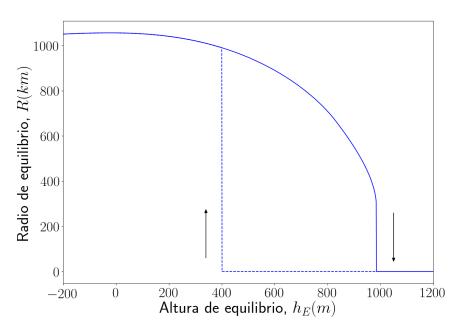
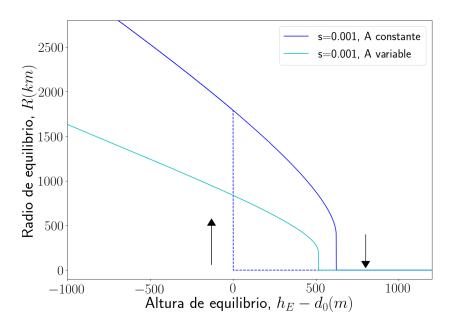


Figura 10: Estados de equilibrio para un manto de hielo marino. Los parámetros empleados fueron  $d_0 = 400 \ m \ y \ s = 0.0006$ , así se garantiza tener la línea de costa a una distancia relativamente pequeña. En línea continua se presenta el resultado para mucho hielo y en discontinua para poco hielo. Las líneas verticales corresponden a estados que no son de equilibrio y las flechas indican el sentido en el que se produce el cambio brusco de aumento/disminución del radio de equilibrio.

donde  $A_0 = 1 \ m \ ice/yr$  y  $C_R$  es la distancia para la cuál la tasa de acumulación se reduce en e, se tomó en 500 km. El resultado del cálculo se presenta en la Figura 10. En este

experimento se mantuvieron los parámetros utilizados anteriormente y se tomó  $R_0 = 666 \ km$ ,  $d_0 = 400 \ m$  y s = 0.0006. En este caso los resultados se presentan en función de  $h_E$  puesto que en los mantos marinos  $d_0$  es determinante a la hora de indicar el momento en el que el hielo se pierde en el mar. En la Figura 10 se puede ver que de nuevo aparece histéresis, pero en este caso el efecto de la altura de equilibrio es mucho menor. Esto es debido al efecto del calving y al flujo de hielo a través de la línea de tierra que contribuyen en mayor medida. De hecho, se puede apreciar que para determinado valor de  $h_E$ , el radio del manto se hace independiente de la altura de equilibrio. Dicha altura se corresponde con el momento en el que la altura de desprendimiento  $h_R$  se anula, provocando que el calving gane importancia y el radio crezca en mayor medida para alcanzar el equilibrio. Este experimento también se realizó para un manto continental con los mismos parámetros de la Sección 4.2. Los resultados se presentan en la Figura 11. Como se puede apreciar, el efecto de la tasa de acumulación no es demasiado grande y únicamente influye en que el equilibrio se alcanza para valores más bajos de R.



**Figura 11:** Estados de equilibrio para un manto de hielo continental con A constante y variable. En línea continua se presenta el resultado para mucho hielo y en discontinua para poco hielo. Las líneas verticales corresponden a estados que no son de equilibrio y las flechas indican el sentido en el que se produce el cambio brusco de aumento/disminución del radio de equilibrio.

## 4.3. Variación periódica de la altura de equilibrio

Como se comentó en la Sección 1, existe cierta periodicidad en la extensión de los mantos de hielo, por lo que cabe preguntarse cómo reacciona este modelo a variaciones periódicas en el tiempo. Un forzamiento interesante de analizar sería la variación periódica de la altura de equilibrio, relacionada con la evolución del sistema climático. Para ello, se parametrizó esta alteración de forma sinusoidal, como en Oerlemans (2003):

$$h_E(t) = h_{E,0} - h_{E,A} \sin\left(\frac{2\pi t}{P}\right) \tag{17}$$

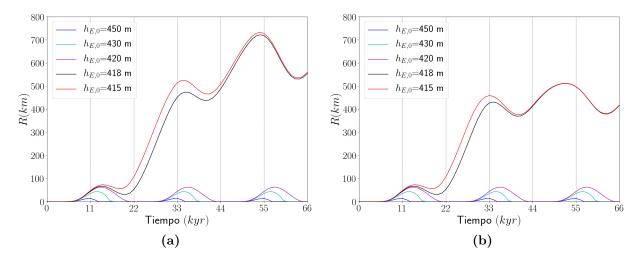


Figura 12: Evolución temporal del radio para un manto continental (a) y para un manto marino (b), sometidos a un forzamiento periódico de la altura de equilibrio.

donde  $h_{E,0}$  es una altura de equilibrio de referencia arbitraria,  $h_{E,A} = 300 \ m$  es la amplitud de la variación de  $h_E$  y  $P = 22 \ kyr$  es el periodo del forzamiento, similar al periodo de los ciclos de precesión de la Tierra (Cuffey and Paterson, 2010). En la Figura 12 se encuentra la evolución de R para varios valores de  $h_{E,0}$ . Los parámetros empleados en este caso fueron  $d_0 = 250 \ m$ ,  $f = 1 \ yr^{-1}$ ,  $C_R = 500 \ km$ ,  $s = 0.001 \ y$   $A_0 = 1 \ m$  ice/yr. Como se puede observar, el efecto del forzamiento hace que R varíe periódicamente. Se pueden observar dos regímenes distintos: cuando el manto puede desaparecer completamente y cuando no ocurre esto. Este fenómeno es debido a la propia histéresis comentada anteriormente, a partir de determinado valor de  $h_E$  el radio se hace demasiado grande como para que el forzamiento haga que se extinga. También se hace palpable el efecto del calving (Figura 12b), pues una vez se sobrepasa el  $r_C$  (250 km), el radio crece en menor medida para el caso marino.

#### 4.4. Posibles escenarios de futuro

En Clark et al. (2016) se lleva a cabo un estudio de la evolución temporal de la temperatura media del planeta desde el último máximo glacial en el Pleistoceno (del inglés, Last Glacial Maximum, LGM) hasta el presente, y se contemplan cuatro escenarios para los próximos 10 mil años en la evolución de la concentración de carbono en la atmósfera, cuyas emisiones totales van desde los 1.280 hasta los 5.120 Pg C. Estas proyecciones llevan asociadas cambios en el nivel del mar<sup>1</sup> (Figura 13) que pueden ser parametrizadas de modo aproximado mediante la Ecuación (18). Con nuestro modelo se simularon los correspondientes a la mayor (escenario A) y menor (escenario C) concentración de carbono de Clark et al. (2016), una proyección intermedia (escenario B) y lo que ocurriría si el nivel del mar no se alterara respecto al actual en el futuro (escenario D).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nuestro modelo no depende explícitamente de la temperatura así que es el aumento del nivel del mar el forzamiento que aplicaremos.

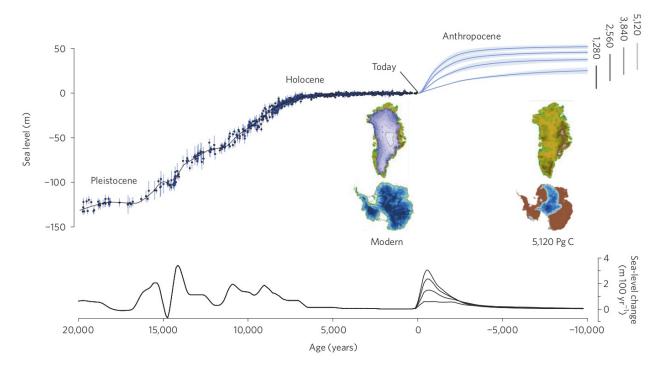


Figura 13: Evolución del nivel del mar desde el LGM hasta 10 mil años en el futuro. Se incluye la distribución de hielo de GrIS y de AIS para el presente y para el escenario de mayores emisiones, así como el cambio en el nivel del mar en todo el periodo temporal (fuente: Clark et al. (2016)).

$$\eta(t) = \begin{cases} \eta_0 + \sqrt{k \cdot t} & \text{para } t < 5000 \ yr, \\ \eta_0 + \ln\left(\alpha \left[t + t_0\right]\right) & \text{para } t \ge 5000 \ yr. \end{cases}$$
(18)

 $\eta$  es el nivel del mar respecto a  $\eta_0$ , que en nuestro desarrollo se ha considerado como el origen de alturas, 0 m, k es una constante que depende del escenario y  $t_0$  y  $\alpha$  son variables que dependen de k de la forma

$$t_0 = \frac{2\sqrt{5000k}}{k} - 5000 \qquad \alpha = \frac{ke^{\sqrt{5000k}}}{2\sqrt{5000k}}$$
 (19)

En este trabajo se estableció k=0.5 para el escenario A, k=0.125 para el escenario B, k=0.02 para el escenario C y  $k=10^{-8}$  para el escenario D. En la Figura 14 se encuentran los resultados para las diferentes proyecciones en un manto de hielo marino que parte del equilibrio en la actualidad y cuyos parámetros son:  $h_E=150~m,~d_0=150~m,~s=0.001,~A_0=1~m~ice/yr,~f=1~yr^{-1}$  y  $C_R=500~km$ . Nótese que para este experimento fue necesario ajustar la Ecuación (12) sustituyendo  $d_0$  por  $d_0-\eta$  para tener en cuenta el efecto del nivel del mar en el equilibrio isostático del manto de hielo marino. Además, en la Ecuación (15)  $\eta=\eta(t)$ .

En la Figura 14 se puede ver cómo partiendo de un estado de equilibrio, el forzamiento hace que la extensión del manto de hielo se reduzca considerablemente y que no acabe de estabilizarse salvo, lógicamente, en el escenario D, en el que el nivel del mar se mantiene constante, pero que sirve como comparativa para mostrar el cambio experimentado en el

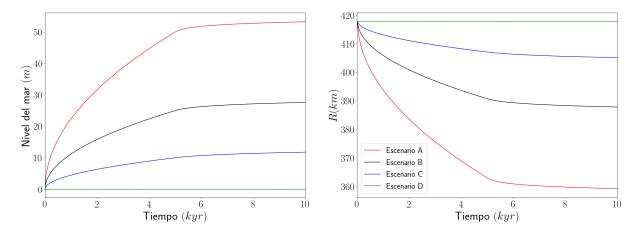


Figura 14: (Izquierda) Evolución del nivel del mar para los diferentes escenarios de cambio climático. (Derecha) Efecto del aumento del nivel del mar de cada escenario en un manto de hielo marino. Nótese que en el eje temporal el origen está referido al presente y se extiende hasta 10 mil años en el futuro.

resto de escenarios. La parametrización empleada aunque no es precisa del todo, se asemeja a los resultados del aumento del nivel del mar tal y como vienen en la Figura 13 y sirve para estudiar conceptualmente el efecto de este forzamiento. Cabe añadir que, a modo de comprobación, se calculó el aumento en el nivel del mar total dado por todos los escenarios y se obtuvieron valores muy semejantes a los obtenidos por Clark et al. (2016):  $\sim$  66 m para el escenario A y  $\sim$  16 m para el escenario C. A la vista de los resultados se aprecia cómo el aumento del nivel del mar hace que el flujo de hielo en la línea de tierra aumente y con ello la pérdida de masa en el manto de hielo. Este desequilibrio del balance de masa tarda miles de años en compensarse, lo que muestra las grandes repercusiones que tienen determinadas acciones en la actualidad. Además, hay que tener en cuenta que en este forzamiento únicamente tenemos en cuenta el aumento del nivel del mar, y en un análisis de escenarios de cambio climático habría que tener en cuenta otras muchas variables como son la temperatura del océano, la variación en la precipitación, etc. Si tomáramos estos procesos en el cálculo, junto a las retroalimentaciones positivas comentadas en la Sección 1, probablemente, la situación para un manto de hielo marino se complicaría ampliamente.

Para poder estudiar de forma precisa estos escenarios, habría que acudir a modelos más complejos, como el modelo Yelmo (Robinson et al., 2020), un modelo tridimensional de mantos de hielo que considera los procesos termodinámicos y dinámicos que influyen en la evolución de un manto de hielo, que reproduce satisfactoriamente la evolución de mantos reales como el AIS.

## 5. Conclusiones

En primer lugar, respecto al modelo desarrollado podemos decir que se trata de un modelo conceptual y simple que se basa en los parámetros geométricos fundamentales de un manto de hielo y que es capaz de reproducir satisfactoriamente la dinámica general de estos cuerpos glaciales, así como algunas de las retroalimentaciones positivas más importantes que afectan a su evolución, como es el efecto de la altura de la superficie del manto en el equilibrio del sistema. Cabe añadir que en el transcurso del estudio, se encontraron errores en el desarrollo de las ecuaciones del modelo de Oerlemans (2003), por lo que las expresiones que se encuentran en este documento difieren ligeramente de las originales.

Por otro lado, respecto a los resultados obtenidos, podemos decir que los experimentos basados en los estados de equilibrio del sistema dan cuenta de la importancia de las retro-alimentaciones positivas en la evolución de un manto de hielo, indicando pues que el estado del sistema climático y las condiciones en las que encuentre determinado manto en un tiempo dado, son determinantes para saber si el manto de hielo decrecerá completamente hasta desaparecer o tenderá a estabilizarse en otra configuración. Esto se volvió a demostrar al pasar a los experimentos transitorios, en los que al aplicar forzamientos semi-realistas, la respuesta del manto de hielo puso de manifiesto la no linealidad del problema al depender ampliamente el estado final de la configuración inicial.

Este problema genera incertidumbre en la predicción del clima en el futuro, e indica que las acciones políticas y económicas que se produzcan en la actualidad, son determinantes para el futuro climático del planeta y por ende, de todas las especies que lo habitan.

Finalmente nos gustaría añadir que el modelo desarrollado tiene potencial para ser empleado en el estudio de otros muchos experimentos y escenarios, pues sus parámetros y ecuaciones son fácilmente adaptables, y sería interesante desarrollarlo para poder estudiar fenómenos tan preocupantes como el MISI (Sección 1), que afecta en especial a los mantos de hielo marinos como el AIS y que en este trabajo no hemos podido tratar.

## 6. Agradecimientos

Me gustaría agradecer la oportunidad de realizar este estudio, de esta temática en concreto, pues la climatología, el cambio climático y en especial, la glaciología, son campos que despiertan mucho mi interés, y gracias a la labor de mi supervisora Marisa, he podido aprender mucho y he disfrutado realizando este trabajo, que es la culminación de mi grado en Física.

## Referencias

- Buckley, M. W. and Marshall, J. (2016). Observations, inferences, and mechanisms of the atlantic meridional overturning circulation: A review. *Reviews of Geophysics*, 54(1):5–63.
- Clark, P. U., Shakun, J. D., Marcott, S. A., Mix, A. C., Eby, M., Kulp, S., Levermann, A., Milne, G. A., Pfister, P. L., Santer, B. D., et al. (2016). Consequences of twenty-first-century policy for multi-millennial climate and sea-level change. *Nature climate change*, 6(4):360–369.
- Cuffey, K. M. and Paterson, W. S. B. (2010). The physics of glaciers. Academic Press.
- Fretwell, P., Pritchard, H. D., Vaughan, D. G., Bamber, J. L., Barrand, N. E., Bell, R., Bianchi, C., Bingham, R., Blankenship, D. D., Casassa, G., et al. (2013). Bedmap2: improved ice bed, surface and thickness datasets for antarctica. *The Cryosphere*, 7(1):375–393.
- Goelzer, H., Coulon, V., Pattyn, F., De Boer, B., and Van De Wal, R. (2020). Brief communication: On calculating the sea-level contribution in marine ice-sheet models. *Cryosphere*, 14(3):833–840.
- Hanna, E., Pattyn, F., Navarro, F., Favier, V., Goelzer, H., van den Broeke, M. R., Vizcaino, M., Whitehouse, P. L., Ritz, C., Bulthuis, K., et al. (2020). Mass balance of the ice sheets and glaciers-progress since ar5 and challenges. *Earth-Science Reviews*, 201:102976.
- Huybrechts, P. (2002). Sea-level changes at the lgm from ice-dynamic reconstructions of the greenland and antarctic ice sheets during the glacial cycles. *Quaternary Science Reviews*, 21(1-3):203–231.
- Lenaerts, J. T., Medley, B., van den Broeke, M. R., and Wouters, B. (2019). Observing and modeling ice sheet surface mass balance. *Reviews of Geophysics*, 57(2):376–420.
- Lisiecki, L. E. and Raymo, M. E. (2005). A pliocene-pleistocene stack of 57 globally distributed benthic  $\delta 180$  records. *Paleoceanography*, 20(1).
- Morlighem, M., Rignot, E., Binder, T., Blankenship, D., Drews, R., Eagles, G., Eisen, O., Ferraccioli, F., Forsberg, R., Fretwell, P., et al. (2020). Deep glacial troughs and stabilizing ridges unveiled beneath the margins of the antarctic ice sheet. *Nature Geoscience*, 13(2):132–137.
- Morlighem, M., Williams, C. N., Rignot, E., An, L., Arndt, J. E., Bamber, J. L., Catania, G., Chauché, N., Dowdeswell, J. A., Dorschel, B., et al. (2017). Bedmachine v3: Complete bed topography and ocean bathymetry mapping of greenland from multibeam echo sounding combined with mass conservation. *Geophysical research letters*, 44(21):11–051.
- Oerlemans, J. (2001). Glaciers and climate change. CRC Press.
- Oerlemans, J. (2003). A quasi-analytical ice-sheet model for climate studies.
- Oerlemans, J. (2011). *Minimal Glacier Models*. Institute for Marine and Atmospheric Research Utrecht, Utrecht University, Utrecht, The Netherlands.

- Pattyn, F. and Morlighem, M. (2020). The uncertain future of the antarctic ice sheet. *Science*, 367(6484):1331–1335.
- Robinson, A., Alvarez-Solas, J., Montoya, M., Goelzer, H., Greve, R., and Ritz, C. (2020). Description and validation of the ice-sheet model yelmo (version 1.0). *Geoscientific Model Development*, 13(6):2805–2823.
- Smith, B., Fricker, H. A., Gardner, A. S., Medley, B., Nilsson, J., Paolo, F. S., Holschuh, N., Adusumilli, S., Brunt, K., Csatho, B., et al. (2020). Pervasive ice sheet mass loss reflects competing ocean and atmosphere processes. *Science*, 368(6496):1239–1242.
- Stocker, T. F., Qin, D., Plattner, G.-K., Tignor, M., Allen, S. K., Boschung, J., Nauels, A., Xia, Y., Bex, V., Midgley, P. M., et al. (2013). Climate change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the fifth assessment report of the intergovernmental panel on climate change.
- Zammett, R. and Fowler, A. (2007). Katabatic winds on ice sheets: A refinement of the prandtl model. *Journal of the atmospheric sciences*, 64(7):2707–2716.