[ㅁ] 모비율 추정

모비율 : 모집단에서 어떤성질을 가진것의 개수를 모집단의 크기로 나눈 값 : p

표본비율 : 표본에서 같은 성질을 가진것의 개수를 표본의 크기로 나눈 값 : $\bar{p}$

95% 신뢰구간 $\bar{p} - 1.96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \le p \le \bar{p} + 1.96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

99% 신뢰구간 $\bar{p} - 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \le p \le \bar{p} + 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$

(증명)

확률변수 X : 그 성질을 갖는 표본수

$$\Rightarrow \quad \bar{p} = \frac{X}{n} \qquad -①$$

X는 성질을 만족하거나 만족하지 않거나 이니 이항분포 $B(n, p)$를 따른다.

$$\therefore \left.\begin{aligned} E(X) &= np \\ V(X) &= npq = np(1-p) \end{aligned}\right\} -②$$

note) $E(aX+b) = aE(X) + b$

$V(aX+b) = a^2 V(X)$

$$\left.\begin{aligned} E(\bar{p}) &= p \\ V(\bar{p}) &= \frac{1}{n^2} V(X) = \frac{p(1-p)}{n} \end{aligned}\right\} -③$$

Let

$$Z = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{V(\bar{p})}} = \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \qquad -④$$

(i) 95% 신뢰구간

$$-1.96 \le Z \le 1.96$$

$$\Rightarrow \quad -1.96 \le \frac{\bar{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \le 1.96$$

$$\Rightarrow \quad -1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \le \bar{p} - p \le 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\Rightarrow \quad \bar{p} - 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \le p \le \bar{p} + 1.96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

p를 모르므로, 윗식은 근사적으로

$$\bar{p} - 1.96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \le p \le \bar{p} + 1.96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

(ii) 99% 신뢰구간 : 같은방법:

$$\bar{p} - 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \le p \le \bar{p} + 2.58\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

※