# Einführung in physikalisch-chemische Methoden im anorganischchemischen Grundpraktikum

(Diplomstudiengang Chemie)

Ausgegeben seit Sommersemester 2007

# Suszeptibilitätsmessungen mit der Magnetwaage Mark I von Johnson-Matthey

Marek Petrik

Philipps-Universität

Fachbereich Chemie

AG Harbrecht

Marburg

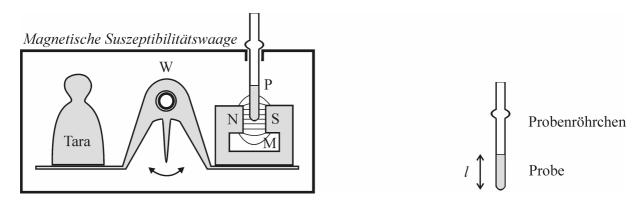
2007

## **Theorie**

# 1. Suszeptibilitätsmessung nach Gouy-Rankine

Nach L. S. Gouy (1889) wird ein langer Probenzylinder an einer empfindlichen Waage aufgehängt. Der Probenzylinder ragt aus dem Magnetfeld M zwischen zwei Polschuhen N und S heraus. Da das Magnetfeld am Rand der Polschuhe inhomogen ist, werden paramagnetische Proben zwischen die Polschuhe hineingezogen, diamagnetische Proben werden herausgedrückt. Die resultierende Kraft K verursacht eine scheinbare Gewichtsänderung, welche mittels der Waage festgestellt werden kann.

A. O. Rankine (1934) hat die umgekehrte Anordnung vorgeschlagen. Der Magnet mit den Polschuhen *N* und *S* ist nun an dem Waagebalken *W* angebracht, die Probe *P* steht fest. Diese Anordnung wird im Praktikum in der magnetischen Suszeptibilitätswaage benutzt.



Die Kraft K hängt von der Volumensuszeptibilität  $\chi_V$  der Probe wie folgt ab (vgl. Literatur):

$$K = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \mu_O \cdot H^2 \cdot \chi_V$$

Hier ist A der Querschnitt des Probenzylinders und H die magnetische Feldstärke. Die Volumensuszeptibilität  $\chi_V$  kann bei Kenntnis der Dichte  $\rho$  durch die Grammsuszeptibilität  $\chi_G$  ersetzt werden (vgl. weiter unten):

$$K = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \mu_O \cdot H^2 \cdot \rho \cdot \chi_G$$

Die Dichte  $\rho$  berechnet man aus der Probenhöhe l (Füllhöhe der Substanz im Probenröhrchen), dem Querschnitt A und der Masse m:

$$\rho = \frac{m}{A \cdot l}$$

Somit ergibt sich für die Kraft *K*:

$$K = \frac{m}{2 \cdot 1} \cdot \mu_O \cdot H^2 \cdot \chi_G$$

Für die Grammsuszeptibilität  $\chi_G$  folgt hieraus:

$$\chi_G = C \cdot \frac{l \cdot K}{m}$$
 mit  $C = \frac{2}{\mu_O \cdot H^2}$ 

Da das Probenröhrchen selbst ebenfalls eine (negative) Suszeptibilität aufweist, muss die daraus resultierende Kraft  $K_O$  zuerst gemessen und nachher subtrahiert werden, d.h.:

$$\chi_G = C \cdot \frac{l}{m} \cdot (K - K_O)$$

Die Gerätekonstante C kann mit Hilfe einer Standardsubstanz ermittelt werden.

#### 2. Das Curie-Gesetz

Paramagnetische Stoffe erfahren in einem Magnetfeldgradienten eine Kraft in Richtung höherer Feldstärke, diamagnetische Stoffe hingegen in Richtung niedrigerer Feldstärke. Die Volumensuszeptibilität  $\chi_V$  eines Stoffes gibt an, ob die magnetische Kraftflussdichte B (bei gegebener Feldstärke H) in dem Stoff grösser, gleich oder kleiner als im Vakuum ist. Anschaulich heist das, dass die Feldlinien dichter ( $\chi_V$ >0), gleich dicht ( $\chi_V$ =0) oder weniger dicht ( $\chi_V$ <0) gebündelt sind als im Vakuum. Es gilt:

$$B = H \cdot \mu_O \cdot (1 + \chi_V)$$

Hierbei ist  $\mu_O$  die Induktionskonstante (Vakuumpermeabilität). Die Summe  $1+\chi_V$  bezeichnet man als relative Permeabilität - d.h. Durchlässigkeit für magnetische Feldlinien - des Stoffes und kürzt sie häufig mit  $\mu$  ab:

$$\mu = 1 + \chi_V$$

Nach P. Curie (Ehemann von M. Curie) ist bei genügend hoher Temperatur (oft schon unterhalb Raumtemperatur) für viele paramagnetische Stoffe die Suszeptibilität  $\chi_V$  umgekehrt proportional zu der absoluten Temperatur T (Curie-Gesetz von 1895). Es gilt:

$$\chi_V = \frac{N_V \cdot p^2 \cdot \mu_O}{3 \cdot k_P \cdot T}$$

Hier ist  $N_V$  die Anzahl magnetischer Momente pro Volumeneinheit, p der Betrag des einzelnen Momentes und  $k_B$  die Boltzmann-Konstante.

Man kann die Suszeptibilität auch auf das Gewicht anstatt auf das Volumen beziehen und spricht dann von der Grammsuszeptibilität  $\chi_G$  (eigentlich Kilogramm-Suszeptibilität in SI-Einheiten). Die Umrechnung erfolgt mit Hilfe der Dichte  $\rho$  des Stoffes:

$$\chi_G = \frac{\chi_V}{Q}$$

Am günstigsten ist es manchmal, die Suszeptibilität auf die Stoffmenge von einem Mol zu beziehen. Die molare Suszeptibilität  $\chi_M$  kann aus der Grammsuszeptibilität  $\chi_G$  berechnet werden:

$$\chi_M = \chi_G \cdot M$$

Hier ist M die Molmasse des betreffenden Stoffes.  $\chi_M$  kann nach den letzten zwei Gleichungen direkt aus  $\chi_V$  berechnet werden:

$$\chi_M = \frac{M}{\rho} \cdot \chi_V$$

und somit auch aus dem Curie-Gesetz:

$$\chi_{M} = \frac{M}{\rho} \cdot \frac{N_{V} \cdot p^{2} \cdot \mu_{O}}{3 \cdot k_{B} \cdot T}$$

Weiterhin kann  $N_V$ , die Anzahl der magnetischen Momente pro Volumeneinheit, in die Anzahl pro Gewichtseinheit  $N_G$  umgerechnet werden:

$$N_G = \frac{N_V}{\rho}$$

Das Curie-Gesetz lautet danach:

$$\chi_M = \frac{M \cdot N_G \cdot p^2 \cdot \mu_O}{3 \cdot k_R \cdot T}$$

Schließlich ist das Produkt aus M und  $N_G$  gleich der Loschmidt-Konstanten (Avogadro-Zahl)  $N_L$ , so dass wir für das Curie-Gesetz erhalten:

$$\chi_{M} = \frac{N_{L} \cdot p^{2} \cdot \mu_{O}}{3 \cdot k_{B} \cdot T}$$
 oder umgeformt:  $p = \sqrt{\frac{3 \cdot k_{B} \cdot T}{N_{L} \cdot \mu_{O}} \cdot \chi_{M}}$ 

p bezeichnet man häufig als das experimentelle magnetische Moment  $\mu_{EXP}$ . Zusammen mit der weiter oben gegebenen Beziehung zwischen  $\chi_M$  und  $\chi_G$  ergibt sich hieraus:

$$p = \mu_{EXP} = \sqrt{\frac{3 \cdot k_B \cdot T}{N_L \cdot \mu_O}} \cdot M \cdot \chi_G$$

Als Einheit des magnetischen Momentes benutzt man meistens das Bohr-Magneton  $\mu_B$  und gibt als Ergebnis des Experimentes die Zahl  $n_{EXP}$  der Bohr-Magnetonen pro Formeleinheit an:

$$n_{EXP} = \frac{\mu_{EXP}}{\mu_{P}}$$

## 3. Konstanten

Bohr-Magneton

$$\mu_B = 9,27408 * 10^{-24} \text{ JT}^{-1} (= \text{Am}^2)$$

Boltzmann-Konstante

$$k_B = 1,3807 *10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

Loschmidt- (Avogadro-) Zahl  $N_L = 6,0221 *10^{+23} \text{ mol}^{-1}$ 

$$N_I = 6.0221 * 10^{+23} \text{ mol}^{-1}$$

Induktionskonstante (Vakuumpermeabilität)  

$$\mu_O = 1/(\varepsilon_O c^2) = 1,2566 * 10^{-6} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$$

Influenzkonstante 
$$\varepsilon_O = 8,8542 * 10^{-12} \text{ AsV}^{-1} \text{m}^{-1}$$

Lichtgeschwindigkeit  $c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$ 

$$c = 299.792.458 \text{ ms}^{-1}$$

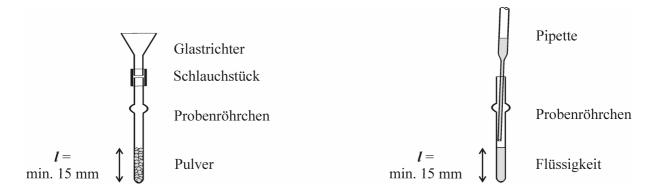
# 4. Literatur

A. Weiss, H. Witte, Magnetochemie, Verlag Chemie, Weinheim, 1973, S. 17 ff., 133 ff.

H. Vogel, Gerthsen-Vogel Physik, 17. Aufl., Springer-Verlag, 1993, S. 360 ff.

# Suszeptibilitätswaage Mark I (Johnson-Matthey) – Schritt für Schritt

- **1.** Einschalten (RANGE-Schalterstellung **X 0.1**).
- 2. Mindestens 10 Minuten equilibrieren lassen (thermisches Gleichgewicht).
- **3.** Mittels **ZERO**-Knopf die Anzeige auf Null stellen und dann leeres, sauberes, trockenes Probenröhrchen messen (= Kraft  $K_0$ ).
- **4.** Das Probenröhrchen auf einer Analysenwaage wiegen (= Masse  $m_0$ ).
- 5. Probe in das Probenröhrchen einfüllen (mindestens 15 mm hoch). *Flüssigkeiten* mittels lang ausgezogener Glaspipette (Vorsicht, Pipettenspitze im Probenröhrchen nicht abbrechen). *Feststoffe* mittels Mikrotrichter unter Klopfen, um eine gleichmäßige Packungsdichte zu gewährleisten. *Nicht neben der Waage mit Chemikalien hantieren, sondern nur am eigenen Laborarbeitsplatz!*



- **6.** Füllhöhe der Probe mit einer Milimeter-Skala messen (= Länge *l*).
- 7. Das gefüllte Probenröhrchen auf der Analysenwaage wiegen (= Masse  $m_V$ ).
- **8.** Mittels **ZERO**-Knopf die Anzeige auf Null stellen und dann Probenröhrchen mit der Probe messen (= Kraft K).
- **9.** Probenröhrchen (und Mikrotrichter, falls benutzt) vollständig entleeren und *mindestens drei Mal* mit dest. Wasser ausspühlen (mittels lang ausgezogener Glaspipette füllen und vollständig entleeren, das ganze mindestens drei Mal).
- 10. Die Grammsuszeptibilität  $\chi_G$  nach folgender Gleichung berechnen (l in Metern und  $m_V$ - $m_O$  in Kilogramm einsetzen, K- $K_O$  bleibt dimensionslos):

$$\chi_G = C \cdot \frac{l}{m_V - m_O} \cdot (K - K_O)$$
 mit  $C = 1.71 * 10^{-12} \text{ m}^2$ 

11. Falls die Waage neu kalibriert werden soll, Schritte 1. bis 9. mit einer Substanz von bekanntem  $\chi_G$  durchführen und C durch Einsetzen in obige Gleichung bestimmen.