



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

拐点暴胀模型

作者姓名: 徐武涛

指导教师: 郭宗宽 研究员 中国科学院理论物理研究所

学位类别: 理学博士

学科专业: 理论物理

培养单位: 中国科学院理论物理研究所

2019 年 12 月

Inflection Point Inflation

**A dissertation submitted to the
University of Chinese Academy of Sciences
in partial fulfillment of the requirement
for the degree of
Doctor of Philosophy
in Theoretical Physics**

By

Xu Wutao

Supervisor: Professor Guo Zongkuan

Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences

December, 2019

中国科学院大学 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明或致谢。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日 期：

中国科学院大学 学位论文授权使用声明

本人完全了解并同意遵守中国科学院大学有关保存和使用学位论文的规定，即中国科学院大学有权保留送交学位论文的副本，允许该论文被查阅，可以按照学术研究公开原则和保护知识产权的原则公布该论文的全部或部分内容，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编本学位论文。

涉密及延迟公开的学位论文在解密或延迟期后适用本声明。

作者签名：

日 期：

导师签名：

日 期：

摘 要

待写

关键词：宇宙微波背景辐射，原初黑洞，二级引力波，慢滚参数

Abstract

write lately.

Keywords: cosmic microwave background, primordial black hole, second order gravitational wave, slow-roll parameters

目 录

第 1 章 引言	1
第 2 章 暴胀	3
2.1 暴胀介绍	3
2.1.1 现代宇宙学	3
2.1.2 暴胀模型	4
2.2 双拐点暴胀模型	4
2.3 随机引力波背景	6
2.4 小结	6
第 3 章 暴胀模型	7
3.1 拐点暴胀模型基本概念	7
3.2 一些拐点暴胀模型的文章	7
3.2.1 带跑动动能项的多项式超势	7
3.2.2 建立拐点暴胀模型	9
3.3 预测	9
第 4 章 双拐点暴胀模型预言的引力波	11
4.1 超引力	11
4.2 原初黑洞	14
4.3 计算方法	14
4.4 引力波	14
4.4.1 基本方程	14
4.4.2 数值结果	17
4.4.3 功率谱为幂指数时的结果	18
第 5 章 总结与展望	19
附录 A 中国科学院大学学位论文撰写要求	21
A.1 论文无附录者无需附录部分	21
A.2 测试公式编号	21
参考文献	23
作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果	27
致谢	29

图形列表

4.1	双拐点标量势能 $V(\phi)$	12
4.2	双拐点暴胀模型预测的标量扰动的原初功率谱 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$	14
4.3	橙色曲线为双拐点模型预言的诱导引力波的能量谱。黑/红曲线分别为 LISA[1] 和太极 [2] 的期望灵敏度曲线。	18

表格列表

符号列表

字符

Symbol	Description	Unit
R	the gas constant	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
C_v	specific heat capacity at constant volume	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
C_p	specific heat capacity at constant pressure	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
E	specific total energy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
e	specific internal energy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
h_T	specific total enthalpy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
h	specific enthalpy	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
k	thermal conductivity	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$
S_{ij}	deviatoric stress tensor	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
τ_{ij}	viscous stress tensor	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
δ_{ij}	Kronecker tensor	1
I_{ij}	identity tensor	1

算子

Symbol	Description
Δ	difference
∇	gradient operator
δ^\pm	upwind-biased interpolation scheme

缩写

CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
EOS	Equation of State

JWL	Jones-Wilkins-Lee
WENO	Weighted Essentially Non-oscillatory
ZND	Zel'dovich-von Neumann-Doering

第1章 引言

第2章 暴胀

2.1 暴胀介绍

- 为何引入暴胀理论
- 暴胀模型基本概念
- 暴胀基本性质
- 具体暴胀模型举例

2.1.1 现代宇宙学

基于当前观测，现代宇宙学普遍采用两条假设作为宇宙学原理：物质分布在宇宙学尺度上 1) 均匀的；2)、各向同性。以此为出发点可以导出用于描述可观测宇宙的 Friedmann-Robertson-Walker 度规

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (2.1)$$

$a(t)$ 为尺度因子， $K = -1, 0, +1$ 分别代表开放、平坦、闭合宇宙。为了确定宇宙的演化过程，首先求解 FRW 度规 (2.1) 下的 Einstein 场方程

$$-\frac{2K}{a^2} - \frac{2\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\ddot{a}}{a} = -4\phi G(\rho - p) \quad (2.2)$$

$$\frac{3\ddot{a}}{a} = -4\phi G(3p + \rho) \quad (2.3)$$

上述方程分别来自 Einstein 场方程的 ij 分量 (2.2) 和 00 分量 (2.3)。进一步可以导出主导宇宙膨胀的 Friedmann 方程和能量守恒方程

$$H^2 + \frac{K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (2.4)$$

$$\dot{\rho} = -\frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p) \quad (2.5)$$

定义临界能量密度 $\rho_{cr} = 3H^2/(8\pi G)$ ，以及参数 $\Omega \equiv \rho/\rho_{cr}$ ，空间曲率 K 可以表示成

$$\Omega(t) - 1 = \frac{K}{(Ha)^2} \quad (2.6)$$

目前的观测支持 $\Omega(t_0) = 1$ ，即当前的宇宙是平坦的。同时方程 (2.6) 说明宇宙越早期越平坦。当回溯到普朗克时间的量级时 $\Omega_i - 1 \leq 10^{-56}$ 。如此小的一个误差量级在物理上很不自然，而大爆炸宇宙学无法给出合理的解释。

2.1.2 暴胀模型

暴胀的基本图像是宇宙在极早期经历过一个加速膨胀的过程，之后转为减速膨胀，过渡到大爆炸宇宙模型。

当暴胀场用标量场 φ 描述时，能量密度为

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \quad (2.7)$$

以及压强

$$p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \quad (2.8)$$

相应的能量守恒方程 (2.5) 以及 Friedmann 方程 (2.4) 改写为

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_{,\varphi} = 0 \quad (2.9)$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right) \quad (2.10)$$

约定约化普朗克质量 $M_p \equiv \frac{1}{\sqrt{8\pi G}} = 1$ 。消去标量场 ϕ 的二阶导数，得到 Hamilton-Jacobi 方程

$$[H'(\varphi)]^2 - \frac{3}{2}H^2 = -\frac{1}{2}V(\varphi) \quad (2.11)$$

$$\dot{\varphi} = -2H'(\varphi) \quad (2.12)$$

由 (2.12) 可知 $\dot{H} = -\dot{\varphi}^2/2 \leq 0$ ，故物理哈勃半径 $1/H$ 随时间增大。同时尺度因子 $a(t)$ 加速增大，故共动哈勃半径 $1/(aH)$ 不断随时间减小。方程 (2.11) 有一个很好的性质，与任意一个方程解的线性扰动都会以指数的速度趋于零，因此很容易进行数值求解。

2.2 双拐点暴胀模型

拐点暴胀模型简介

双拐点暴胀模型引入

双拐点暴胀模型特点

拐点暴胀通常指这样的暴胀模型，存在场值 $\phi = \phi_0$ （拐点）使得势能在该处的二阶导数为零

$$V''(\phi_0) = 0 \quad (2.13)$$

势能的一般形式为

$$V(\phi) = V_0 + a(\phi - \phi_0) + \frac{c}{6}(\phi - \phi_0)^3 \quad (2.14)$$

$$V_0 \equiv V(\phi_0), a \equiv V'(\phi_0), c \equiv V'''(\phi_0) \quad (2.15)$$

高阶项 ($n \geq 4$) 被截断。相应的慢滚参数为

$$\epsilon = \frac{M_p}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \eta = M_p^2 \left(\frac{V''}{V} \right), \xi^2 = M_p^4 \left(\frac{V'V'''}{V^2} \right) \quad (2.16)$$

接下来通过 WMAP、Planck 等实验观测到的标量扰动大小 \mathcal{P}_R 和标量谱指标 n_s 来确定系数 a 和 c 。令暴胀结束时的场值为 ϕ_e ，那时有 $\epsilon \sim 1$ 。则对应 $\phi \sim \phi_e$ 的 e-folding 数为

$$\mathcal{N} = \frac{V_0}{M_p^2} \sqrt{\frac{2}{ac}} [F_0(\phi_e) - F_0(\phi)] \quad (2.17)$$

$$F_0(z) = \cot^{-1} \left(\sqrt{\frac{c}{2a}} (z - \phi_0) \right) \quad (2.18)$$

如果将慢滚参数在极值处的平方根定义为 X ， \mathcal{N} 中涉及 ϕ 的部分定义为 Y ，那么可以将各慢滚参数及可观测量用统一用 X, Y 进行描述。

$$\epsilon = \frac{2V_0^2}{c^2 M_p^6 \mathcal{N}^4} \left(\frac{Y}{X} \right)^4 \quad (2.19)$$

$$\eta = -\frac{2}{\mathcal{N}} \frac{Y}{S} \left(\sqrt{1-X} \cos Y - \sqrt{X} \sin Y \right) \quad (2.20)$$

$$\xi^2 = \frac{2}{\mathcal{N}^2} \left(\frac{Y}{X} \right)^2 \quad (2.21)$$

在暴胀期间， $\epsilon \ll 1$ ，导致 $X = S\sqrt{\epsilon} \leq \sqrt{\epsilon} \ll 1$ ，故而有 $S \approx \sin Y$ 。相应的功率谱，标量谱指标及其跑动为

$$\mathcal{P}^{1/2} \equiv \frac{1}{\sqrt{24\pi^2}} \frac{V_0^{1/2}}{\epsilon^{1/2} M_p^2} \approx \frac{V_0^{1/2}}{2\sqrt{6}\pi M_p^2 X} \sin^2 Y \quad (2.22)$$

$$n_s \equiv 1 + 2\eta - 6\epsilon \approx 1 - \frac{4}{\mathcal{N}} Y \cot Y \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

2.3 随机引力波背景

随机引力波背景简介

与暴胀之间的联系

2.4 小结

第3章 暴胀模型

3.1 拐点暴胀模型基本概念

3.2 一些拐点暴胀模型的文章

这里我们讨论如何在超引力中构建一个拐点暴胀模型。基于超引力构建的大多数旧暴胀模型 [3–5] 都遇到了 η 问题 [6]: F-term 势能正比于指数因子 $e^{|\phi|^2}$, 使得慢滚参数 η 不满足慢滚条件。有多种方法可以 η 问题 [7–10]。其中一种办法是将平移对称性引入 Kähler 势中 $K(\phi - \phi^\dagger)$, 这样暴胀子不会出现在 Kähler 势中, 消失的指数因子保证了势能的平坦性。这种情形下, 能够得到幂指数势能 $V(\phi) \propto \phi^n$ 的混沌暴胀。

有作者 [11–13] 将手征场 ϕ 的类 Nambu-Goldstone 平移对称性推广到了一般形式 $\phi^n \rightarrow \phi^n + C$, 使得 Kähler 势是 $(\phi^n - \phi^{n\dagger})$ 的函数。为了获得合理的势能形式, 应当在 Kähler 势和超势中分别加入一个小的 shift 对称性破缺项 $\kappa|\phi|^2$ 和 $\lambda\phi^m X$, 此处有 $\kappa, \lambda \ll 1$ 以及外场 X 。这样可以获得幂指数为分数的标量势能 $V(\phi) \propto \phi^{m/n}$, 标量谱指标 n_s 以及张标比 r 近似为 $n_s = 1 - (1 + \frac{m}{n})\frac{1}{N}$ 和 $\frac{8m}{n}\frac{1}{N}$ [12]。由于模型中动能项的系数是场依赖的: $(\kappa + n^2|\phi|^{2n-2})\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^\dagger$, 这就是所谓的跑动动能项暴胀。

在最小超对称标准模型的框架下, 通过规范不变的平坦方向 *udd* 或 *LLe* 首次构造出了拐点暴胀模型 [14], 并得到了发展 [15–18]。在 [19] 中, 作者用单手征超场构造出了一个拐点暴胀模型, 与 Planck 2015 年的结果相一致。在暴胀结束后, 该模型进入一个非超对称德-西特真空, 能够用于解释宇宙近期的加速膨胀。

3.2.1 带跑动动能项的多项式超势

Kähler 势在手征超场 ϕ 的广义平移对称性变换下保持不变:

$$\phi^n \rightarrow \phi^n + C, \quad (3.1)$$

因此, 它必然是 $i\chi \equiv (\phi^n - \phi^{n\dagger})$ 的函数:

$$K = \sum_{l=1} \frac{c_l}{l} (\phi^n - \phi^{n\dagger})^l = ic_1(\phi^n - \phi^{n\dagger}) - \frac{1}{2}(\phi^n - \phi^{n\dagger})^2 + \dots \quad (3.2)$$

系数 c_l 是与 1 同量级的常数。在暴胀期间, χ 一直稳定在极小值处, 所以 $l \geq 3$ 的项对动能的贡献可以忽略 [11]。对 $l \leq 2$ 的项, χ 稳定在 $\chi_{\min} \simeq c_1$ 。

为了使暴胀模型可行, 需要在 Kähler 势中添加一个微小的平移对称性破缺项:

$$\Delta K = \kappa |\phi|^2, \quad (3.3)$$

系数满足条件 $0 < \kappa \ll 1$ 。

与 [12] 不同, 我们假设超势满足一个更一般的形式 [20–24]

$$W = X \left(\sum_{m=0} \lambda_m \phi^m \right) + W_0. \quad (3.4)$$

这里 $\lambda_m \ll 1$, X 是一个额外的手征超场, 并且稳定在 $X = 0$ 。 $|W_0| \simeq m_{3/2}$ 且 $m_{3/2}$ 为引力微子的质量。按照通常的假设, 在暴胀过程中 $m_{3/2}$ 远远小于哈勃参数, 所以在讨论暴胀动力学的时候可以被丢弃。

所以最终的 Kähler 势为

$$K = \kappa |\phi|^2 + c_1 (\phi^n - \phi^{n\dagger}) - \frac{1}{2} (\phi^n - \phi^{n\dagger})^2 + |X|^2 \dots \quad (3.5)$$

超势 W 和 Kähler 势共同决定了标量场 ϕ 的有效拉式量

$$\begin{aligned} L &= -K^{\phi\phi^\dagger} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger - V \\ &= (\kappa + n^2 |\phi|^{(2n-2)}) \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^\dagger - V, \end{aligned} \quad (3.6)$$

暴胀场 ϕ 的标量势能为

$$\begin{aligned} V &= e^K \left[D_\phi W (K^{-1})^{\phi\phi^\dagger} (D_\phi W)^\star - 3|W|^2 \right] \\ &= e^{\kappa |\phi|^2 + c_1 (\phi^n - \phi^{n\dagger}) - \frac{1}{2} (\phi^n - \phi^{n\dagger})^2} \left(\sum_m \lambda_m |\phi|^m \right)^2, \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中

$$D_\phi W = \partial_\phi W + (\partial_\phi K) W, \quad (3.8)$$

以及

$$K^{\phi\phi^\dagger} = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi \partial \phi^\dagger} \quad (3.9)$$

当 $(\kappa/n^2)^{1/(2n-2)} \ll |\phi| \ll \kappa^{-1/2}$ 时, κ 项可以忽略, 所以若定义 $\hat{\phi} \equiv \phi^n$, 则意味着 $\hat{\phi}$ 在类 Nambu-Goldstone 平移变换下不变, 拉式量 (3.6) 近似为

$$\begin{aligned} L &= \partial_\mu \hat{\phi} \partial^\mu \hat{\phi}^\dagger - e^{-\frac{|c_1|^2}{2}} \left(\sum_m \lambda_m |\hat{\phi}|^{m/n} \right)^2 \\ &= \partial_\mu \hat{\phi} \partial^\mu \hat{\phi}^\dagger - \left(\sum_m \hat{\lambda}_m |\hat{\phi}|^{m/n} \right)^2, \end{aligned} \quad (3.10)$$

其中 $i\chi \equiv (\phi^n - \phi^{n\dagger}) = ic_1$, $\hat{\lambda}_m \equiv e^{-\frac{|c_1|^2}{4}} \lambda_m$ 。

由于平移对称性, $\hat{\phi}$ 的实部不会出现在 Kähler 势中, 所以势能在实方向上相当地平坦使得其成为暴胀子候选者。虚部获得了比哈勃能标更重地质量, 并且在暴胀过程中稳定在极小值处。因此, 设 $\hat{\phi} \equiv (\varphi + i\chi)/\sqrt{2} = \varphi/\sqrt{2} + ic_1/2$ 并得到 φ 地标量势能

$$V = \left[\sum_{m=0} \hat{\lambda}_m \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{m}{n}} \right]^2. \quad (3.11)$$

3.2.2 建立拐点暴胀模型

为了创建一个拐点暴胀模型, 我们采用如下形式的超势

$$W = X(\lambda_p \phi^p + \lambda_q e^{i\theta} \phi^q), \quad (3.12)$$

其中幂指数 $q > p \leq 1$ 且为整数, 系数 λ_p 、 λ_q 为正实数且不失一般性, θ 为第二项的相位。

将 (3.12) 代入势能函数 (3.11) 得到

$$\begin{aligned} V &= \left[\hat{\lambda}_p \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{p}{n}} + \hat{\lambda}_q e^{i\theta} \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{q}{n}} \right]^2 \\ &= \hat{\lambda}_p^2 \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2p}{n}} \left[1 + 2\xi \cos \theta \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{q-p}{n}} + \xi^2 \left(\frac{\varphi}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{2(q-p)}{n}} \right], \end{aligned} \quad (3.13)$$

其中 $\hat{\lambda}_{p,q} \equiv e^{-\frac{|c_1|^2}{4}} \lambda_{p,q}$ 和 $\xi = |\hat{\lambda}_q/\hat{\lambda}_p| = |\lambda_q/\lambda_p|$ 。

3.3 预测

第4章 双拐点暴胀模型预言的引力波

前面的章节中我们讨论了在超引力中构造拐点暴胀模型。接下来我们将继续在超引力中构造暴胀模型——双拐点暴胀模型，并将其与原初黑洞相结合。

4.1 超引力

仍然考虑带有平移对称性的 Kähler 势 [25]

$$K = ic(\Phi - \bar{\Phi}) - \frac{1}{2}(\Phi - \bar{\Phi})^2 - \frac{\zeta}{4}(\Phi - \bar{\Phi})^4, \quad (4.1)$$

其中 c 和 ζ 为实参数。暴胀场取为手征超场 $\Phi = (\phi + i\chi)/\sqrt{2}$ 的实分量 ϕ 。只要四次方项 $\frac{\zeta}{4}(\Phi - \bar{\Phi})^4$ 中的 ζ 取得足够大，则暴胀场 ϕ 在暴胀期间，场 χ 的期望为 $\langle \chi \rangle \approx 0$ 。

参考了 racetrack 模型 [26–28] 和其他模型 [25]，我们选取如下形式的超势

$$W = a_0(1 + a_1 e^{-b_1 \Phi} + a_2 e^{-b_2 \Phi} + a_3 e^{-b_3 \Phi}). \quad (4.2)$$

如果我们在宇宙学常数为零的真空中恢复来真空的超对称性（关于真空中的超对称破缺问题的讨论参考文献 [19]），则 F-term 和势能 V 在 $\Phi = 0$ 处应当都为零，即 $D_\Phi W = 0$ ， $V = 0$ ，这要求超势 W 满足约束条件

$$W = \partial_\Phi W = 0. \quad (4.3)$$

求解约束条件 (4.3) 可以消去参数 a_1 和 a_2

$$a_1 \rightarrow \frac{b_2 + a_3 b_2 - a_3 b_3}{b_1 - b_2}, \quad a_2 \rightarrow \frac{-b_1 - a_3 b_1 + a_3 b_3}{b_1 - b_2}. \quad (4.4)$$

将 Kähler 势和超势代入到公式

$$V = e^{K/M_P^2} [D_{\Phi_i} W (K^{-1})^{ij*} D_{\Phi_j^*} W^* - 3M_P^{-2} |W|^2], \quad (4.5)$$

中，可以得到标量势能 $V(\phi)$ 。其中，

$$D_\Phi W = \partial_\Phi W + M_P^{-2} (\partial_\Phi K) W, \quad (4.6)$$

以及 Kähler 度规的逆,

$$K^{ij\star} = \frac{\partial^2 K}{\partial \Phi_i \partial \Phi_j^\star}. \quad (4.7)$$

当在参数空间选取某组参数如

$$a_0 = 4.35 \times 10^{-6}, a_3 = 7 \times 10^{-8}, b_1 = 3.05, b_2 = 6.3868164, b_3 = -4.4, c = 2.8. \quad (4.8)$$

时, 标量势能 $V(\phi)$ 有两个近反射点, 如图4.1中所示。场取较大值处的拐点给出与当前 CMB 数据相一致的标量谱指标和张标比, 较小值处的拐点可以使标量扰动的功率谱产生一个尖峰从而生成原初黑洞。

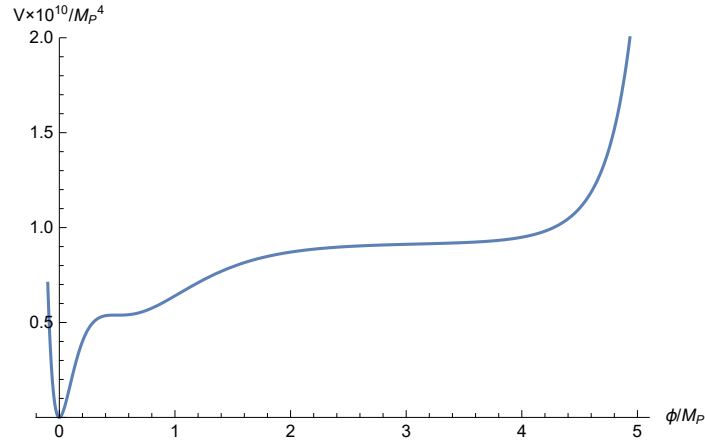


图 4.1 双拐点标量势能 $V(\phi)$

在 FRW 背景以及单场慢滚框架下, 基于势能的慢滚参数 ϵ_V 和 η_V 为

$$\epsilon_V = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad (4.9)$$

$$\eta_V = M_P^2 \left(\frac{V''}{V} \right). \quad (4.10)$$

由于在拐点附近势能变得极端平坦, 因此慢滚近似不再适用 [29, 30], 代之以极端慢滚暴胀。此时为了更精确地求解暴胀过程, 势能慢滚参数需要替换为哈勃慢滚参数 [31–33],

$$\epsilon_H = -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (4.11)$$

$$\eta_H = -\frac{\ddot{H}}{2H\dot{H}} = \epsilon_H - \frac{1}{2} \frac{d \ln \epsilon_H}{dN_e}, \quad (4.12)$$

$$\xi_H = \frac{\ddot{H}}{2H^2\dot{H}} - 2\eta_H^2 = \epsilon_H \eta_H - \frac{d\eta_H}{dN_e}, \quad (4.13)$$

点 \cdot 表示对宇宙时间 t 的导数， $N_e(t)$ 表示从视界穿过 k_\star 到暴胀结束期间的e-folding数，通常在取值在范围 $50 \sim 60$ 之间。

标量谱指标及其跑动和张标比的领头阶可以用 $\epsilon_H, \eta_H, \xi_H$ 来表示

$$n_s = 1 - 4\epsilon_H + 2\eta_H, \quad (4.14)$$

$$\alpha = \frac{dn_s}{d \ln k} = 10\epsilon_H \eta_H - 8\epsilon_H^2 - 2\xi_H, \quad (4.15)$$

$$r = 16\epsilon_H. \quad (4.16)$$

在参数集(4.8)，相应的数值结果为

$$n_s = 0.9635, \quad \alpha = -0.00369, \quad r = 0.00276, \quad (4.17)$$

当 $k_\star = 0.05 Mpc^{-1}$ 时，在68%的置信水平上与Planck 2018给出的对CMB的限制结果相一致[34]

$$n_s = 0.9640 \pm 0.0043, \quad \alpha = -0.0071 \pm 0.0068, \quad r < 0.079. \quad (4.18)$$

由于在拐点附近用近似表达式 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}} \approx \frac{1}{8\pi^2 M_p^2} \frac{H^2}{\epsilon_H}$ 计算得到的标量扰动会低于真实值[35]。因此必须在模空间中数值求解MS方程，

$$\frac{d^2 u_k}{d\eta^2} + \left(k^2 - \frac{1}{z} \frac{d^2 z}{d\eta^2} \right) u_k = 0, \quad (4.19)$$

其中 η 为共形时间， $z \equiv \frac{a}{H} \frac{d\phi}{d\eta}$ 。初值条件取为Bunch-Davies真空[36]

$$u_k \rightarrow \frac{e^{-ik\eta}}{\sqrt{2k}}, \quad \text{as} \quad \frac{k}{aH} \rightarrow \infty. \quad (4.20)$$

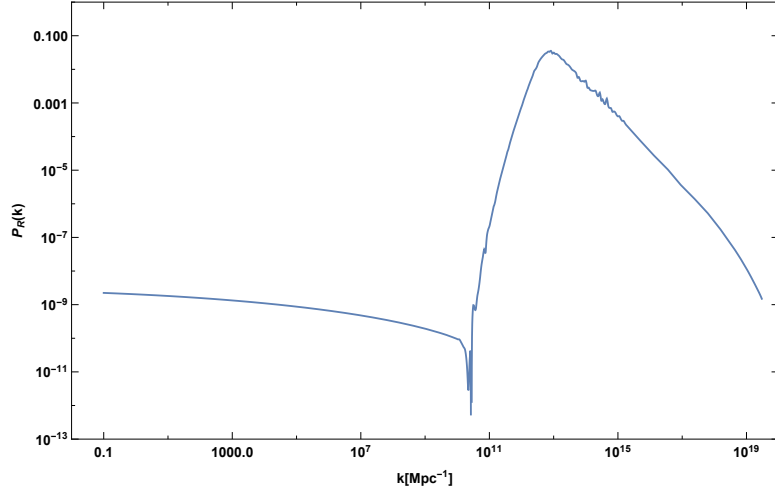
出于数值求解的方便，我们将共形时间 η 替换为 N_e ，把MS方程重写为[37]

$$\frac{d^2 u_k}{dN_e^2} + (1 - \epsilon_H) \frac{du_k}{dN_e} + \left[\frac{k^2}{\mathcal{H}^2} + (1 + \epsilon_H - \eta_H)(\eta_H - 2) - \frac{d(\epsilon_H - \eta_H)}{dN_e} \right] u_k = 0, \quad (4.21)$$

原初功率谱由下式给出

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = \frac{k^3}{2\pi^2} \left| \frac{u_k}{z} \right|_{k \ll \mathcal{H}}^2 \quad (4.22)$$

图4.2为MS方程4.19基于参数集4.8的数值结果。从图中可以发现功率谱在小尺度有一个高峰，在CMB的尺度上大约增长了7个数量级。这样大的一个密度扰动使得原初黑洞能够通过引力塌缩形成。


 图 4.2 双拐点暴胀模型预测的标量扰动的原初功率谱 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$

4.2 原初黑洞

4.3 计算方法

4.4 引力波

根据微扰论，二阶引力波的源为一阶标量扰动。由于标量扰动的功率谱在小尺度有一个增强，因而二阶引力波不能简单的被忽略。接下来将给出二阶引力波的运动方程以及功率谱的计算。

4.4.1 基本方程

在共形牛顿规范下，精确到二阶微扰的度规可以写作如下形式

$$ds^2 = a^2(\eta) \{ -(1 + 2\Psi)d\eta^2 + [(1 - 2\Psi)\delta_{ij} + \frac{1}{2}h_{ij}]dx^i dx^j \}, \quad (4.23)$$

其中 Ψ 为一阶标量扰动， h_{ij} 为二阶张量扰动（后文简称张量扰动），并且忽略了一阶张量扰动、矢量扰动和各向异性应力张量扰动部分。

在牛顿规范下，我们可以将张量扰动分解 + 分量和 \times 分量。

$$h_{ij}(\eta, \mathbf{x}) = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} [h_{\mathbf{k}}^+(\eta) \mathbf{e}_{ij}^+(\mathbf{k}) + h_{\mathbf{k}}^\times(\eta) \mathbf{e}_{ij}^\times(\mathbf{k})], \quad (4.24)$$

其中 $\mathbf{e}_{ij}^+(\mathbf{k})$ 和 $\mathbf{e}_{ij}^\times(\mathbf{k})$ 为极化张量，且满足正交归一化条件 $\sum_{i,j} \mathbf{e}_{ij}^\alpha(\mathbf{k}) \mathbf{e}_{ij}^\beta(-\mathbf{k}) = \delta^{\alpha\beta}$ 。接下来的正文中将忽略极化指标 α 和 β 。

结合二阶扰动的爱因斯坦方程，动量空间中的张量扰动满足运动方程

$$h_{\mathbf{k}}'' + 2\mathcal{H}h_{\mathbf{k}}' + k^2 h_{\mathbf{k}} = S(\eta, \mathbf{k}), \quad (4.25)$$

其中 $S(\eta, \mathbf{k})$ 是源项 $S_{ij}(\eta, \mathbf{k})$ 的傅立叶变换,

$$S(\eta, \mathbf{k}) = -4 \mathbf{e}^{ij}(\mathbf{k}) \int \frac{d^3 \mathbf{x}}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} S_{ij}(\eta, \mathbf{k}). \quad (4.26)$$

源项的表达式为 [38, 39]

$$S_{ij}(\eta, \mathbf{k}) = 4\Psi \partial_i \partial_j \Psi + 2\partial_i \Psi \partial_j \Psi - \frac{4}{3(1+w)\mathcal{H}^2} \partial_i (\Psi' + \mathcal{H}\Psi) \partial_j (\Psi' + \mathcal{H}\Psi). \quad (4.27)$$

利用格林函数法可以给出运动方程 (4.25) 的解析解

$$h_{\mathbf{k}}(\eta) = \frac{1}{a(\eta)} \int^\eta d\tilde{\eta} G_{\mathbf{k}}(\eta; \tilde{\eta}) [a(\tilde{\eta}) S(\tilde{\eta}, \mathbf{k})]. \quad (4.28)$$

其中 $G_{\mathbf{k}}(\eta; \tilde{\eta})$ 满足如下常微分方程

$$\frac{d^2 G(\eta; \tilde{\eta})}{d\tilde{\eta}^2} + \left(k^2 - \frac{d^2 a}{a d\tilde{\eta}^2} \right) G_{\mathbf{k}}(\eta; \tilde{\eta}) = \delta(\eta - \tilde{\eta}). \quad (4.29)$$

为了计算源项 $S_{ij}(\eta, \mathbf{k})$ 随时间的演化, 需要求解标量扰动的运动方程 [40, 41]

$$\Psi''_{\mathbf{k}}(\eta) + \frac{6(1+w)}{(1+3w)\eta} \Psi'_{\mathbf{k}}(\eta) + w k^2 \Psi_{\mathbf{k}}(\eta) = 0, \quad (4.30)$$

其中 w 表示状态方程的参数。标量扰动 $\Psi_{\mathbf{k}}(\eta)$ 同时依赖动量 \mathbf{k} 和时间 η , 分离变量后表示成初值 $\psi_{\mathbf{k}}$ 和转移函数 $\Psi(k\eta)$ 的乘积

$$\Psi_{\mathbf{k}}(\eta) \equiv \Psi(k\eta) \psi_{\mathbf{k}}. \quad (4.31)$$

此时, 源项的傅立叶变换可以表示成

$$S(\eta, \mathbf{k}) = \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \mathbf{e}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) f(\eta, \mathbf{k}, \mathbf{p}) \psi_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}-\mathbf{p}}, \quad (4.32)$$

其中

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}, \mathbf{p}) = \mathbf{e}^{ij}(\mathbf{k}) p_i p_j, \quad (4.33)$$

以及

$$\begin{aligned} f(\eta, \mathbf{k}, \mathbf{p}) = & \frac{8(3w+5)}{3(w+1)} \Psi(|\mathbf{p}|\eta) \Psi(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|\eta) + \frac{4(3w+1)^2}{3(w+1)} \eta^2 \Psi'(|\mathbf{p}|\eta) \Psi'(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|\eta) \\ & + \frac{8(3w+1)}{3(w+1)} \eta [\Psi'(|\mathbf{p}|\eta) \Psi(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|\eta) + \Psi(|\mathbf{p}|\eta) \Psi'(|\mathbf{k}-\mathbf{p}|\eta)]. \end{aligned} \quad (4.34)$$

对处于视界内的模式而言，引力波的能量谱的表达式可以通过其功率谱来给出

$$\Omega_{GW}(\eta, k) \equiv \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{GW}}{d \ln k} = \frac{1}{24} \left(\frac{k}{\mathcal{H}} \right)^2 \overline{\mathcal{P}_h(\eta, k)}, \quad (4.35)$$

上划线表示取振荡平均，公式中已经包含了两种极化模式， ρ_c 为宇宙的临界能量密度。引力波的功率谱 \mathcal{P}_h 定义为

$$\langle h_{\mathbf{k}}(\eta) h_{\mathbf{p}}(\eta) \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \delta^3(\mathbf{k} + \mathbf{p}) \mathcal{P}_h(\eta, k). \quad (4.36)$$

利用公式 (4.28) 和 (4.32) 计算两点关联函数 $\langle h_{\mathbf{k}}(\eta) h_{\mathbf{p}}(\eta) \rangle$

$$\langle h_{\mathbf{k}}(\eta) h_{\mathbf{p}}(\eta) \rangle = \int \frac{d^3 q d^3 \tilde{q}}{(2\pi)^3} \mathbf{e}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \mathbf{e}(\mathbf{p}, \tilde{\mathbf{q}}) I(\eta, \mathbf{p}, \tilde{\mathbf{q}}) \langle \psi_{\mathbf{q}} \psi_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \psi_{\tilde{\mathbf{q}}} \psi_{\mathbf{p}-\tilde{\mathbf{q}}} \rangle, \quad (4.37)$$

其中

$$I(\eta, \mathbf{k}, \mathbf{p}) \equiv \int^\eta d\tilde{\eta} \frac{a(\tilde{\eta})}{a(\eta)} G_k(\eta; \tilde{\eta}) f(\tilde{\eta}, \mathbf{k}, \mathbf{p}). \quad (4.38)$$

我们假设 $\psi_{\mathbf{k}}$ 服从高斯分布，根据 Wick 定理 $\psi_{\mathbf{k}}$ 的四点关联函数可以转化为两点关联函数。引入无量纲参数 $u \equiv |\mathbf{k} - \mathbf{p}|/k$ ， $v \equiv |\mathbf{p}|/k$ 和 $x \equiv k\eta$ ，获得引力波功率谱的最终表达式为 [42]

$$\mathcal{P}_h(\eta, k) = 4 \int_0^\infty dv \int_{|1-v|}^{1+v} du \left(\frac{4v^2 - (1 + v^2 - u^2)^2}{4uv} \right) \mathcal{I}^2(x, u, v) \mathcal{P}_{\mathcal{R}}(ku) \mathcal{P}_{\mathcal{R}}(kv), \quad (4.39)$$

其中

$$\mathcal{I}(x, u, v) \equiv k^2 I(\eta, \mathbf{k}, \mathbf{p}). \quad (4.40)$$

对 (4.1) 节讨论的双拐点暴胀模型对应的标量扰动的功率谱而言，其尖峰对应的模式再次进入视界内时，宇宙处于辐射为主的时期，这意味着 $w = 1/3$ 。因此方程 (4.31) 的解和格林函数分别可以化简为

$$\Psi(x) = \frac{9}{x^2} \left(\frac{\sin(x/\sqrt{3})}{x/\sqrt{3}} - \cos(x/\sqrt{3}) \right), \quad (4.41)$$

和

$$G_k(\eta; \tilde{\eta}) = \frac{\sin(k\eta - k\tilde{\eta})}{k}. \quad (4.42)$$

峰值对应尺度 10^{13}Mpc^{-1} ，比基准尺度 $k_\star = 0.05 \text{Mpc}^{-1}$ 大好几个量级。方程 (4.41) 说明标量扰动在视界内被抑制，因此诱导引力波的产生期主要集中在对

应的模式穿过视界的时候。这个性质使得我们可以使用 [42] 中提出的方法，当 $x \rightarrow \infty$ 时，振荡平均的结果为

$$\overline{\mathcal{I}^2(x \rightarrow \infty, u, v)} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4u^3v^3x} \right)^3 (u^2 + v^2 - 3)^2 \left\{ \left[-4uv + (u^2 + v^2 - 3) \ln \left| \frac{3 - (u+v)^2}{3 - (u-v)^2} \right| \right]^2 + \left[\pi(u^2 + v^2 - 3) \Theta(u + v - \sqrt{3}) \right]^2 \right\}, \quad (4.43)$$

其中 Θ 为 Heaviside theta 函数。结合方程 (4.36) 和 (4.38) 以及辐射为主时期的 $\mathcal{H} = 1/\eta$ ，得到最终的表达式

$$\Omega_{GW}(\eta, k) = \frac{1}{12} \int_0^\infty dv \int_{|1-v|}^{1+v} du \left(\frac{4v^2 - (1 + v^2 - u^2)^2}{4uv} \right)^2 \mathcal{P}_{\mathcal{R}}(ku) \mathcal{P}_{\mathcal{R}}(kv) \left(\frac{3}{4u^3v^3} \right)^2 (u^2 + v^2 - 3)^2 \left\{ \left[-4uv + (u^2 + v^2 - 3) \ln \left| \frac{3 - (u+v)^2}{3 - (u-v)^2} \right| \right]^2 + \left[\pi(u^2 + v^2 - 3) \Theta(u + v - \sqrt{3}) \right]^2 \right\}. \quad (4.44)$$

4.4.2 数值结果

在获得 Ω_{GW} 的数值结果后，我们将其与 LISA[1] 和太极 [2] 的灵敏度曲线相比较。当前时刻与辐射为主时期产生的能量谱之间的关系为

$$\Omega_{GW,0} = \Omega_{r,0} \left(\frac{g_{\star,0}}{g_{\star,p}} \right)^{1/3} \Omega_{GW}, \quad (4.45)$$

其中 $\Omega_{r,0}$ 为当前辐射能量密度占比， $g_{\star,0}$ 和 $g_{\star,p}$ 分别为当前时刻和峰值对应的模式穿过视界时的相对论有效粒子数。当前时刻的频率 f 为

$$f \approx 0.03 \text{Hz} \frac{k}{2 \times 10^7 \text{pc}^{-1}}. \quad (4.46)$$

从图4.3可以看出数值结果位于 LISA[1] 和太极 [2] 的期望灵敏度曲线之上。峰值频率的预测值大约为 0.05Hz，落在空间引力波探测器的探测范围内。并且对于在峰值模式 k_p 两侧的模式，可以很好地用 k 的幂函数来描述。当 $k \ll k_p$ 时， $\Omega_{GW} \propto k^3$ ，这与由预加热和相变驱动的随机引力波背景的结果相同。在 $k \gg k_p$ 的区域内，幂指数为 1.9，这和其他引力波源的情况不同。

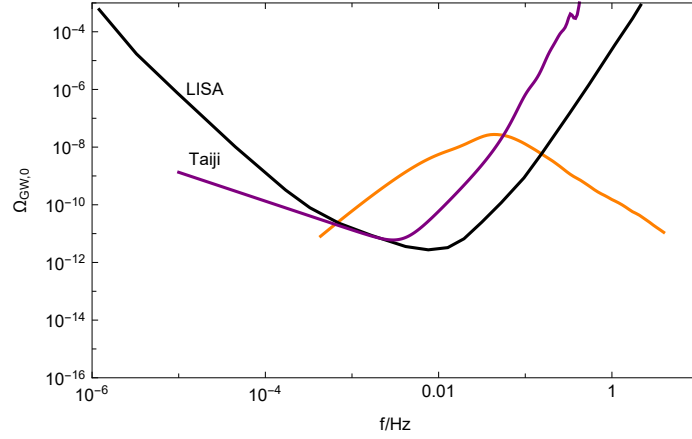


图 4.3 橙色曲线为双拐点模型预言的诱导引力波的能量谱。黑/红曲线分别为 LISA[1] 和太极 [2] 的期望灵敏度曲线。

4.4.3 功率谱为幂指数时的结果

从图4.2可以看到原初功率谱在峰值附近可以近似用 k 的幂函数来描述。当 $k \ll k_p$ 和 $k \gg k_p$ 时, $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) \propto k^{n_1}$ 和 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) \propto k^{n_2}$ 。此时, $\Omega_{GW}(k) \propto k^{m_1}$ 和 $\Omega_{GW}(k) \propto k^{m_2}$ 。 m_1 和 m_2 是 n_1 和 n_2 的函数。首先看 $k \ll k_p$, Ω_{GW} 的主要贡献来自于峰值。因为 v 和 u 反比于 k , 方程 (4.44) 中对积分的主要贡献来自于区间 $1 \ll v, u \leq k_p/k$ 。在这中情况下,, 方程 (4.44) 简化到

$$\Omega_{GW}(k) \propto k^{2n_1} \int_0^{k_p/k} dv v^{2n_1-4}. \quad (4.47)$$

若 $n_1 > 2$, 则结果为

$$\Omega_{GW}(k) \propto k^3. \quad (4.48)$$

再者, 考虑第二种情况 $k \gg k_p$ 。若 $v \ll 1$ 或 $u \ll 1$, 则被积函数能简化为 v^{3-n_2} 。当 $n_2 > -4$ 时, 方程 (4.44) 为

$$\Omega_{GW}(k) \propto k^{2n_2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv F(v). \quad (4.49)$$

因为 (4.49) 中积分部分与 k 无关, 因此 $\Omega_{GW}(k) \propto k^{2n_2}$ 。对 $n_2 \leq -4$, 对积分的主要贡献来自于区间 $k_p/k \leq v$

1 或 $k_p/k \leq u \ll 1$ 。此时方程 (4.44) 简化为

$$\Omega_{GW}(k) \propto k^{2n_2} \int_{k_p/k}^{\epsilon} dv v^{3-n_2}, \quad (4.50)$$

其中 ϵ 满足 $k_p/k \ll \epsilon \ll 1$ 。因此 $\Omega_{GW}(k) \propto k^{n_2-4}$ 对 $n_2 < -4$ 以及 $\Omega_{GW}(k) \propto k^{2n_2-4}$ 对 $n_2 = -4$ 。

第 5 章 总结与展望

附录 A 中国科学院大学学位论文撰写要求

学位论文是研究生科研工作成果的集中体现，是评判学位申请者学术水平、授予其学位的主要依据，是科研领域重要的文献资料。根据《科学技术报告、学位论文和学术论文的编写格式》（GB/T 7713-1987）、《学位论文编写规则》（GB/T 7713.1-2006）和《文后参考文献著录规则》（GB7714—87）等国家有关标准，结合中国科学院大学（以下简称“国科大”）的实际情况，特制订本规定。

A.1 论文无附录者无需附录部分

A.2 测试公式编号

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{V}) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V}) \end{cases} \quad \dots (A.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} u \, d\Omega + \int_S \mathbf{n} \cdot (u \mathbf{V}) \, dS = \dot{\phi} \quad \dots (A.2)$$

参考文献

- [1] AMARO-SEOANE P, AUDLEY H, BABAK S, et al. Laser interferometer space antenna[J]. arXiv preprint arXiv:1702.00786, 2017.
- [2] GUO Z K, CAI R G, ZHANG Y Z. Taiji program: Gravitational-wave sources[J]. arXiv preprint arXiv:1807.09495, 2018.
- [3] FREEDMAN D Z, NIEUWENHUIZEN P V, FERRARA S. Progress toward a theory of supergravity[M]//Supergravities in Diverse Dimensions: Commentary and Reprints (In 2 Volumes). World Scientific, 1989: 512-516.
- [4] DESER S D, ZUMINO B. Consistent supergravity[J]. Phys. Lett. B, 1976, 62(CERN-TH-2164):335-337.
- [5] WESS J, BAGGER J. Supersymmetry and supergravity[M]. Princeton university press, 1992.
- [6] YAMAGUCHI M. Supergravity-based inflation models: a review[J]. Classical and Quantum Gravity, 2011, 28(10):103001.
- [7] STEWART E D. Inflation, supergravity, and superstrings[J]. Physical Review D, 1995, 51(12):6847.
- [8] LINDE A. Hybrid inflation[J]. Physical Review D, 1994, 49(2):748.
- [9] LINDE A, RIOTTO A. Hybrid inflation in supergravity[J]. Physical Review D, 1997, 56(4): R1841.
- [10] PANAGIOTAKOPOULOS C. Hybrid inflation with quasi-canonical supergravity[J]. Physics Letters B, 1997, 402(3-4):257-262.
- [11] TAKAHASHI F. Linear inflation from running kinetic term in supergravity[J]. Physics Letters B, 2010, 693(2):140-143.
- [12] NAKAYAMA K, TAKAHASHI F. Running kinetic inflation[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2010, 2010(11):009.
- [13] KASUYA S, TAKAHASHI F. Flat direction inflation with running kinetic term and baryogenesis[J]. Physics Letters B, 2014, 736:526-532.
- [14] ALLAHVERDI R, ENQVIST K, GARCIA-BELLIDO J, et al. Gauge-invariant inflaton in the minimal supersymmetric standard model[J]. Physical review letters, 2006, 97(19):191304.
- [15] ALLAHVERDI R, KUSENKO A, MAZUMDAR A. A-term inflation and the smallness of the neutrino masses[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2007, 2007(07):018.
- [16] ENQVIST K, MAZUMDAR A, STEPHENS P. Inflection point inflation within supersymmetry[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2010, 2010(06):020.

- [17] HOTCHKISS S, MAZUMDAR A, NADATHUR S. Observable gravitational waves from inflation with small field excursions[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2012, 2012(02):008.
- [18] CHATTERJEE A, MAZUMDAR A. Bound on largest $r \lesssim 0.1$ from sub-planckian excursions of inflaton[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2015, 2015(01):031.
- [19] GAO T J, GUO Z K. Inflection point inflation and dark energy in supergravity[J]. Physical Review D, 2015, 91(12):123502.
- [20] NAKAYAMA K, TAKAHASHI F, YANAGIDA T T. Polynomial chaotic inflation in supergravity[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2013, 2013(08):038.
- [21] KAWASAKI M, YAMAGUCHI M, YANAGIDA T. Natural chaotic inflation in supergravity[J]. Physical review letters, 2000, 85(17):3572.
- [22] KAWASAKI M, YAMAGUCHI M, YANAGIDA T. Natural chaotic inflation in supergravity and leptogenesis[J]. Physical Review D, 2001, 63(10):103514.
- [23] KALLOSH R, LINDE A. New models of chaotic inflation in supergravity[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2010, 2010(11):011.
- [24] KALLOSH R, LINDE A, RUBE T. General inflaton potentials in supergravity[J]. Physical Review D, 2011, 83(4):043507.
- [25] KETOV S V, TERADA T. On susy restoration in single-superfield inflationary models of supergravity[J]. The European Physical Journal C, 2016, 76(8):438.
- [26] KRASNIKOV N. On supersymmetry breaking in superstring theories[J]. Physics Letters B, 1987, 193(1):37-40.
- [27] ESCODA C, GÓMEZ-REINO M, QUEVEDO F. Saltatory de sitter string vacua[J]. Journal of High Energy Physics, 2003, 2003(11):065.
- [28] BLANCO-PILLADO J J, BURGESS C P, CLINE J M, et al. Racetrack inflation[J]. Journal of High Energy Physics, 2005, 2004(11):063.
- [29] DIMOPOULOS K. Ultra slow-roll inflation demystified[J]. Physics Letters B, 2017, 775: 262-265.
- [30] GERMANI C, PROKOPEC T. On primordial black holes from an inflection point[J]. Physics of the dark universe, 2017, 18:6-10.
- [31] SCHWARZ D J, TERRERO-ESCALANTE C A, GARCÍA A A. Higher order corrections to primordial spectra from cosmological inflation[J]. Physics Letters B, 2001, 517(3-4):243-249.
- [32] LEACH S M, LIDDLE A R, MARTIN J, et al. Cosmological parameter estimation and the inflationary cosmology[J]. Physical Review D, 2002, 66(2):023515.
- [33] SCHWARZ D J, TERRERO-ESCALANTE C A. Primordial fluctuations and cosmological

- inflation after wmap 1.0[J]. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2004, 2004(08): 003.
- [34] AKRAMI Y, ARROJA F, ASHDOWN M, et al. Planck 2018 results. x. constraints on inflation [J]. arXiv preprint arXiv:1807.06211, 2018.
- [35] GAO T J, GUO Z K. Primordial black hole production in inflationary models of supergravity with a single chiral superfield[J]. Physical Review D, 2018, 98(6):063526.
- [36] BUNCH T S, DAVIES P C. Quantum field theory in de sitter space: renormalization by point-splitting[J]. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 1978, 360(1700):117-134.
- [37] BALLESTEROS G, TAOSO M. Primordial black hole dark matter from single field inflation [J]. Physical Review D, 2018, 97(2):023501.
- [38] ANANDA K N, CLARKSON C, WANDS D. Cosmological gravitational wave background from primordial density perturbations[J]. Physical Review D, 2007, 75(12):123518.
- [39] BAUMANN D, STEINHARDT P, TAKAHASHI K, et al. Gravitational wave spectrum induced by primordial scalar perturbations[J]. Physical Review D, 2007, 76(8):084019.
- [40] MUKHANOV V F, FELDMAN H A, BRANDENBERGER R H. Theory of cosmological perturbations[J]. Physics Reports, 1992, 215(5-6):203-333.
- [41] KODAMA H, SASAKI M. Cosmological perturbation theory[J]. Progress of Theoretical Physics Supplement, 1984, 78:1-166.
- [42] KOHRI K, TERADA T. Semianalytic calculation of gravitational wave spectrum nonlinearly induced from primordial curvature perturbations[J]. Physical Review D, 2018, 97(12):123532.

作者简历及攻读学位期间发表的学术论文与研究成果

本科生无需此部分。

作者简历

casthesis 作者

徐武涛，浙江省海盐县人，中国科学院理论物理研究所博士研究生。

ucasthesis 作者

莫晃锐，湖南省湘潭县人，中国科学院力学研究所硕士研究生。

已发表 (或正式接受) 的学术论文:

[1] ucasthesis: A LaTeX Thesis Template for the University of Chinese Academy of Sciences, 2014.

申请或已获得的专利:

(无专利时此项不必列出)

参加的研究项目及获奖情况:

可以随意添加新的条目或是结构。

致 谢

感激 `casthesis` 作者吴凌云学长, `gbt7714-bibtex-style` 开发者 `zepinglee`, 和 `ctex` 众多开发者们。若没有他们的辛勤付出和非凡工作, \LaTeX 菜鸟的我无法完成此国科大学位论文 \LaTeX 模板 `ucasthesis` 的。在 \LaTeX 中的一点一滴的成长源于开源社区的众多优秀资料和教程, 在此对所有 \LaTeX 社区的贡献者表示感谢!

`ucasthesis` 国科大学位论文 \LaTeX 模板的最终成型离不开以霍明虹老师和丁云云老师为代表的国科大学位办公室老师们制定的官方指导文件和众多 `ucasthesis` 用户的热心测试和耐心反馈, 在此对他们的认真付出表示感谢。特别对国科大的赵永明同学的众多有效反馈意见和建议表示感谢, 对国科大本科部的陆晴老师和本科部学位办的丁云云老师的细致审核和建议表示感谢。谢谢大家的共同努力和支持, 让 `ucasthesis` 为国科大学子使用 \LaTeX 撰写学位论文提供便利和高效这一目标成为可能。

