Kernphysik

Jonas Spinner
26. Oktober 2021

Dies ist eine privat erstellte Zusammenfassung und richtet sich an einen Studenten, der das Thema bereits aus einer Einführungsvorlesung kennt. Übersichtlichkeit und Struktur sind mir besonders wichtig, deshalb schreibe ich in Stichpunkten. Ich kommentiere die Themen, die ich wichtig finde und zeige die Rechnungen, die ich lehrreich finde. Insbesondere versuche ich, Aussagen zu verallgemeinern und direkt zu formulieren, was sicherlich manchmal schief geht. Ich freue mich über Rückmeldungen!

Im Folgenden eine kleine Liste von Quellen, auf die ich beim Anfertigen dieser Zusammenfassung zurückgegriffen habe. Die Punkte sind nach abnehmender Relevanz geordnet.

- Einführungsvorlesungen 2019 bei Drexlin, Valerius(Ex4) und 2020 bei Husemann, Valerius(Ex6)
- Povh, Rith, Scholz, Zetsche - Teilchen und Kerne: Ergänzung zur Vorlesung
- Bethge, Walter, Wiedemann - Kernphysik

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Grundlagen

1.0.1 Einordnung von Kernphysik

- Kerne bestehen aus Protonen und Neutronen
  - Komplexe Wechselwirkung von Protonen und Neutronen in Kernen $\Rightarrow$ Kein zufriedenstellendes Modell
  - Protonen und Neutronen bestehen aus Partonen $\Rightarrow$ Kann Kernphysik theoretisch mit QCD beschreiben
  - Kerne aus anderen Baryonen zerfallen sehr schnell und werden deshalb nicht behandelt
- Energieskala von Kernphysik: $1\,\text{MeV}$
  - Unterhalb von $m_p - m_n \approx 1\,\text{MeV}$ ist Nukleon-Isospin gebrochen und Kernphysik beginnt
- Nächster Schritt: Atomphysik(Bindungszustände aus Kernen und Elektronen)

1.1 Allgemeines

1.1.1 Grundbegriffe

- Schreibweise ${}^A_Z X_N$ für Kerne = Nuklide des Elements X mit Protonzahl Z und Nukleonzahl A
  - Angabe von Z und N ist unnötig, da Z durch X festgelegt ist und N durch Z und A festgelegt ist
  - Evtl hinten eine Hochzahl für Ionisationszustand oder Anregungszustand
- Kategorisierung von Kernen nach N, Z
  - Isotope(gleiches Z), Isotone(gleiches N), Isobare(gleiches A)
  - gg-Kern(N, Z gerade), ug-Kern(N/Z ungerade, Z/N gerade), uu-Kern(N, Z ungerade)
- Spiegelkerne: Paare von Isobaren (N_1, Z_1), (N_2, Z_2) mit $N_1 = Z_2$, $N_2 = Z_1$
  - Spiegelkerne haben ähnliche Eigenschaften wegen Nukleon-Isospin
- Isomere: Kerne, die sich nur in ihrem Anregungszustand unterscheiden(${}^{Am}X$ für metastabile Zustände)
- Notation $X(a, b)Y$ für Kernreaktion $X + a \to Y + b$

1.1.2 Eigenschaften von Kernen

- Kernradius: Empirische Formel $R = 1.2\,\text{fm} \times A^{\frac{1}{3}}$
- Kernmasse: Bestimmbar mit Massenspektrometer
- Kernstruktur: Messe Wirkungsquerschnitt eines Projektil-Teilchens am Kern
  - Elektron als Projektil, da es gut bekannte Eigenschaften hat

- Bindungsenergie von Nukleonen
  - Massendefekt: Masse des gebundenen Zustands kleiner als Summe der Konstituentenmassen
  - Beschrieben durch Bethe-Weizsäcker-Formel im Tröpfchenmodell
  - Kerne mit magischen Zahlen$(2, 8, 20, 28, 50, 82, 126)$ für Z, N sind besonders stabil(Schalenmodell)
- Elektrische und magnetische Momente
  - Magnetisches Dipolmoment $\vec{\mu} = \mu_K(g_L\vec{L} + g_S\vec{S})$ mit Kernmagneton $\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_K}$ und krummen Zahlen für g_S, g_L wegen komplizierter Kernstruktur
  - Elektrisches Quadrupolmoment Q beschreibt Deformationen
    * Annahme: Gleichmäßige Ladungsverteilung(Protonenverteilung) im Kern
    * Ellipsoidale Ladungsverteilungen: $Q = 0$(sphärisch), $Q > 0$(prolat), $Q < 0$(oblet)
- Kernspin I bestimmt Quantenstatistik des Kerns
  - Empirische Regeln für I im Grundzustand des Kerns: gg-Kerne haben $I = 0$, ug-Kerne haben halbzahliges I(Fermionen), uu-Kerne haben ganzzahliges I(Bosonen)
- Parität $P = \pm 1$
  - Nicht alle Kerne haben Paritätssymmetrie $\Rightarrow$ Zuordnung einer Paritätsquantenzahl nicht immer möglich
  - Kann Parität durch Eigenschaften von Multipolstrahlung aus γ-Übergängen bestimmen
- Anregungsenergien
  - Beschreibung mit dem Schalenmodell(Kern als System von Nukleonen im Potential)
  - Elektromagnetische Übergänge zwischen Niveaus durch Emission/Absorption von Photonen

1.1.3 Übersicht über Kernmodelle

- Anspruch an Kernmodell: Kerneigenschaften gut beschreiben
  - Noch kein in allen Bereichen gültiges Kernmodell gefunden, aber gute Modelle für bestimmte Aufgaben
  - Heute verwendete Modelle(nicht perfekt): Gitter-QCD, chirale Störungstheorie
- Independant particle model(IPM): Unabhängige Nukleonen im gemeinsamen Potential der starken WW
- Strong interaction model(SIM): Kurzreichweitige Nukleon-Kopplung durch starke WW(kein Potential)

1.1.4 Klassifizierung von Prozessen in Kernen

- Kernumwandlungen: Zusammensetzung (Z, A) ändert sich
  - Radioaktivität: α- und β-Zerfall
  - Kernspaltung, Kernfusion
  - Nukleosynthese
- Kernanregungen: Zusammensetzung (Z, A) gleich, kollektive Eigenschaften (I, P, E) können sich ändern
  - Ein-Nukleon-Anregungen(zB γ-Zerfall)
  - Kollektive Anregungen(zB Riesendipolresonanz: Protonen schwingen gegen Neutronen)

1.2 Kernstruktur untersuchen mit elastischer Elektron-Kern-Streuung

1.2.1 Rutherfordstreuung

- Nichtrelativistische Streuung durch EM-WW von punktförmiges Projektil und punktförmigen Kern mit jeweils $s = 0$
  - Historisch: ^{4}He-Kerne mit $E_{\text{kin}} = 4.78\,\text{MeV}$ auf fixierte ^{79}Au-Folie, Nachweis mit ZnS-Szintillator
- Rutherford-Streuformel $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{\alpha\hbar czZ}{4E_{\text{kin}}\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)^2$
  - Verwende $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2 b}$, $\frac{d\sigma}{d\Omega} = -\frac{b}{\sin\theta}\frac{db}{d\theta}$
  - Unphysikalisches Ergebnis: Divergent für $\theta \to 0$

1.2.2 Mott-Streuung

- Relativistische Elektron/Kern-Streuung mit punktförmigem und spinlosem Kern
  - Historisch: Streuung von $6\,\text{MeV}$-Elektronen an Kernen
- Mott-Streuformel $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rf}}\frac{E'}{E}\left(1-\beta^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$
  - Faktoren $\frac{E'}{E}$ für Kernrückstoß und $1-\beta^2\sin^2\frac{\theta}{2}$ für Elektronenspin
  - Helizitätserhaltung für spinloses Target $\Rightarrow$ Rückstreuung unterdrückt, da Spinflip unmöglich ist

1.2.3 Formfaktoren

- Relativistische Elektron/Kern-Streuung mit ausgedehntem und spinlosem Kern
  - Elektron-Wellenlänge und Kernausdehnung haben gleiche Größenordnung $\Rightarrow$ Interferenzeffekte
  - Historisch: Streuung von $420\,\text{MeV}$-Elektronen an ^{12}C(Hofstadter) $\Rightarrow$ Finde Interferenzmuster
- Streuformel mit Formfaktoren $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}|F(\vec{q}^2)|^2$
  - Formfaktor $F(\vec{q}) = \int d^3r\rho(\vec{r})e^{\frac{i\vec{q}\vec{r}}{\hbar}}$
    - Vereinfachung $F(\vec{q}^2) = 4\pi\int r^2 dr\rho(r)\text{sinc}\frac{qr}{\hbar}$ für radialsymmetrische Ladungsdichte
- Höhere Energien $\Rightarrow$ Streuung von Elektronen an quasi-freien Nukleonen(siehe Teilchenphysik)

1.2.4 Experimentell: Bestimmung von Formfaktoren

- Naives Vorgehen
  1. Bestimme $|F(q^2)|^2 = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}}$
  2. Ladungsverteilung ist Fouriertransformierte des Formfaktors

  - Problem: Impulsübertrag durch maximale Strahlungsenergie beschränkt $\Rightarrow$ Kann Formfaktor nicht für alle möglichen Impulsüberträge messen und Fouriertransformierte deshalb nicht berechnen
- Tatsächliches Vorgehen
  1. Ansatz für Ladungsverteilung mit freien Parametern
  2. Formfaktor aus Ansatz für Ladungsverteilung berechnen
  3. Theoretischen und experimentellen Formfaktor vergleichen und freie Parameter bestimmen
- Ergebnisse
  - Exponentialverteilung(Dipol) für sehr leichte Kerne(zB Proton) $\rho(r) = \frac{a^3}{8\pi}e^{-ar}$
  - Gauss-Verteilung für leichte Kerne(zB ^{6}Li) $\rho(r) = \sqrt{\frac{a^2}{2\pi}}^3 e^{-\frac{(ar)^2}{2}}$
  - Woods-Saxon-Verteilung für schwere Kerne $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}}$ mit mittlerem Radius a und Randdicke R

Kapitel 2

Kernmodelle

2.1 Tröpfchenmodell

2.1.1 Grundlagen

- Idee: Berücksichtige alle erwarteten Effekte auf die Grundzustands-Bindungsenergie durch empirische Terme mit Parametern(Bethe-Weizsäcker-Formel)
  - SIM-Modell: Beschreibung durch Berücksichtigung aller Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen
- Ergebnisse
  - Vorhersagen für Bindungsenergien von Kernen
  - Deutliche Abweichungen für leichte Kerne, erklärt magische Zahlen nicht

2.1.2 Bethe-Weizsäcker-Formel $E(Z,A) = a_V A - a_O A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_A \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta a_P A^{-\frac{1}{2}}$

- Bethe-Weizsäcker-Formel beschreibt Bindungsenergie pro Nukleon $E(Z,A)/A$
  - Konvention: Bindungsenergie ist positiv
- Volumenterm $E_V = a_V A$
  - Nukleonen wechselwirken nur mit nächsten Nachbarn(starke WW ist kurzreichweitig) $E_V \propto A$
    * Falls Nukleonen mit allen Nukleonen im Kern wechselwirken würden, wäre $E_V \propto A(A-1) \approx A^2$
  - Kernenergie proportional zum Volumen des Kerns $E_V \propto V \propto r^3 \propto (A^{\frac{1}{3}})^3 \propto A$
- Oberflächenterm $E_O = -a_O A^{\frac{2}{3}}$
  - Nukleonen an der Oberfläche haben weniger Nachbarn $E_O \propto O \propto r^2 \propto A^{\frac{2}{3}}$ mit Oberfläche O
- Coulombterm $E_C = -a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} \approx -a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}$
  - Potentielle Energie einer positiv geladenen Kugel(Ladung Ze, Radius R) $E = -\frac{3}{5}\frac{\hbar c \alpha Z(Z-1)}{R} \propto \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}}$
- Asymmetrieterm $E_A = -a_A \frac{(N-Z)^2}{A}$
  - Zustand $N = Z$ am günstigsten, da Anzahl identischer Teilchen im Kern minimal ist(Pauli-Prinzip)
  - Rechnung im Fermigas-Modell liefert $E_A \propto \frac{(N-Z)^2}{A}$
- Paarungsterm $E_P = \delta a_P A^{-\frac{1}{2}}$
  - Gepaarte Nukleonen stabiler wegen antiparallen Spins(LS-Kopplung): $\delta = 1$(gg), $\delta = 0$(ug), $\delta = -1$(uu)
  - A-Abhängigkeit hängt von Annahmen ab und ist nicht klar, δ-Abhängigkeit ist das Wichtige
- Bestimme Parameter a_V, a_O, a_C, a_A, a_P durch Anpassung an Daten

- Eigenschaften der Bindungsenergie
  - $E(Z,A)/A$ für $A > 20$ ungefähr konstant bei 8 MeV
  - Maximum von $E(Z,A)/A$ bei $A = 56$: ^{56}Fe und ^{56}Ni sind die stabilsten Nuklide
- Massenparabel für Isobare $E = c_a - c_2 Z(Z-1) - c_3(N-Z)^2 + \delta c_4$ mit Konstanten c_i
  - Normale Parabel für ug-Kerne, Gezackte Parabel für gg- und uu-Kernen wegen Paarungsterm
- Erweiterung: Berücksichtige Dicke der Oberflächenschicht des Kerns

2.2 Fermigas-Modell

2.2.1 Grundlagen

- Modell: Nukleonen bewegen sich in einem wechselwirkungsfreien Fermigas
  - Potential(unterschiedlich für Protonen und Neutronen) simuliert starke WW und EM-WW
  - IPM-Modell: Kern als nicht-wechselwirkende Nukleonen im effektiven Potential
- Ergebnisse
  - Kinematische Größen von Nukleonen berechnen
  - Gilt nur für schwere Kerne, erklärt magische Zahlen nicht

2.2.2 Nukleon-Potential

- Kastenpotential für Neutronen(nur starke WW)
- Kastenpotential und Coulombpotential für Protonen(starke WW und EM-WW)
  - Näherung: Für kleine Abstände überwiegt starke WW, EM-WW bewirkt nur konstante Verschiebung
- Näherung: Vernachlässige Unterschied zwischen $V = 0$ und $V = \infty$ außerhalb des Kerns
  - Anschaulich: Fermienergie deutlich unterhalb des Nullniveaus $\Rightarrow$ Kein Einfluss durch Tunneleffekte

2.2.3 Rechnung im Fermigas-Modell

- Verhalten eines Nukleontyps(Freies Fermigas)
  - Kastenpotential mit unendlich hohem Rand $\Rightarrow$ Energieniveaus $E_n = -\frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2ma^2}$ mit $n^2 = \vec{n}^2$
  - $N = \int_0^{p_F} \frac{dN}{dp} dp$ liefert $E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{3\pi^2\hbar^3 N}{V_K}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{\hbar^2}{2mr_0^2}\left(\frac{9\pi N}{4A}\right)^{\frac{2}{3}} = C\left(\frac{N}{A}\right)^{\frac{2}{3}}$ für maximale Energie
  - Gesamtenergie von N Nukleonen $E = \int_0^{E_F} E\frac{dN}{dE}dE = \frac{3}{5}NE_F$
- Berücksichtige Unterschied zwischen Protonen und Neutronen
  - Protonen und Neutronen haben unterschiedliche Potentialtiefe $\Rightarrow$ Unterschiedliche Besetzungszahlen Z, N, da Protonen und Neutronen bis zur selben Energie besetzt sind
  - Gesamtenergie von Z Protonen und N Neutronen $E = C\frac{N^{\frac{5}{3}} + Z^{\frac{5}{3}}}{A^{\frac{2}{3}}}$
- Begründung von empirischen Termen im Tröpfchenmodell
  - Volumenterm: Kerne mit $Z = N$ haben $E(Z=N) = 2^{-\frac{2}{3}} CA \propto A$
  - Asymmetrieterm: Abweichung der Energie für $Z \neq N$ $\Delta E = E(Z \neq N) - E(Z = N)$
    $= \frac{C}{A^{\frac{2}{3}}}\left(Z^{\frac{5}{3}} + N^{\frac{5}{3}} - 2\left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{5}{3}}\right) = \frac{C}{A^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{5}{3}}\left[\left(1 - \frac{N-Z}{A}\right)^{\frac{5}{3}} + \left(1 + \frac{N-Z}{A}\right)^{\frac{5}{3}} - 2\right] \approx \frac{5}{9}\frac{C}{2^{\frac{2}{3}}}\frac{(N-Z)^2}{A} \propto \frac{(N-Z)^2}{A}$
    - Verwende Entwicklung $(1 \pm x)^{\frac{5}{3}} \approx 1 \pm \frac{5x}{3} + \frac{10x^2}{18}$ für kleine Abweichungen $N - Z \ll A$

2.3 Schalenmodell

2.3.1 Grundlagen

- Idee: Energieniveaus für Nukleonpotential analog zum H-Atom(Coulombpotential)
  - IPM-Modell: Kern als nicht-wechselwirkende Nukleonen im effektiven Potential
- Schwierigkeit: Potential finden, das richtige Schalenabschlüsse(magische Zahlen) liefert
  - Woods-Saxon-Potential mit LS-Kopplung liefert richtige magische Zahlen $(2, 8, 20, 28, 50, 82, 126)$
  - Harmonischer Oszillator liefert falsche magische Zahlen $(2, 8, 20, 40, 70, 112, 168)$
  - Kastenpotential(Fermigas-Modell) liefert falsche magische Zahlen $(2, 8, 20, 34, 58, 92, 138)$
- Qualitative Unterschiede Kern/H-Atom
  - Kernpotential ist stärker: Energieniveaus im MeV-Bereich, im H-Atom nur eV-Bereich
  - Kein Kraftzentrum beim Kernpotential: Konstant im Zentrum des Kerns und auf 0 abfallend an den Rändern
  - LS-Kopplung hat großen Einfluss und anderes Vorzeichen

2.3.2 Hamiltonian für das Schalenmodell $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_r - \frac{1}{2(mc)^2}\vec{L}\vec{S}\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r}$ mit $V_r(r) = -\frac{V_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}}$

- Radialabhängigkeit $V_r(r) = -\frac{V_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}}$
  - Erwartung: Potential für starke WW entspricht der Dichteverteilung im Kern
  - Proton hat zusätzliches Coulombpotential(geringfügige Veränderung)
- Potential für LS-Kopplung $-\frac{1}{2(mc)^2}\vec{L}\vec{S}\frac{1}{r}\frac{\partial V_r}{\partial r}$
  - Potential folgt aus relativistischer Korrektur zur Pauligleichung(vgl LS-Kopplung im H-Atom)
    * Experimentell: Muss Vorzeichen invertieren für richtige Ergebnisse
  - Niveauaufspaltung $\Delta E_{ls} \propto \frac{2l+1}{2}$ aus $\vec{L}\vec{S}$ nimmt mit steigendem l zu
  - Vernachlässige LS-Kopplung des Coulombpotentials für Proton
- Problem nicht analytisch lösbar

2.3.3 Energieniveaus

- Bedeutung: Anregungszustände einzelner Nukleonen im effektiven Potential des Kerns
  - Habe Vielteilchenzustände bei Zusammensetzung von Kernen, daher sind reale Energieniveaus anders
- Quantenzahlen im Schalenmodell
  - Zentralpotentialproblem $\Rightarrow$ Quantenzahlen (n, l, m_l, s, m_s) oder (n, l, s, j, m)
  - $s = \frac{1}{2}$ und m-Entartung reduzieren auf (n, l, j)
  - (n, l) sind unabhängig wählbar
    * Unterschied zum H-Atom: Dort folgt die Einschränkung $l \leq n - 1$ aus dem Coulombpotential
- Aufspaltung der Energieniveaus
  - Energieniveaus ohne LS-Kopplung abhängig von (n, l)
  - LS-Kopplung führt zu Feinstruktur (n, l, j)
    * Unterschied zum H-Atom: Feinstruktur ist nicht klein und hat entgegengesetztes Vorzeichen
  - Niveaus (n, l, j) sind $2j + 1$-fach entartet durch mögliche Ausrichtungen von m

  - Proton hat zusätzliches Coulombpotential, daher sind alle Energieniveaus abgesenkt
- Erklärung der magischen Zahlen
  - Oberhalb magischer Zahlen große Lücke in Energieniveaus $\Rightarrow$ Hinzufügen eines weiteren Nukleons besonders aufwändig, daher ist dieser Kern besonders stabil
  - Magische Zahlen ≤ 20 werden durch Woods-Saxon-Potential beschrieben
  - Für Beschreibung magischer Zahlen > 20 braucht man zusätzlich LS-Kopplung

2.3.4 Ein-Teilchen- und Ein-Loch-Kerne

- Beschreibung von Kernen mit dem Schalenmodell erfolgreich für Ein-Teilchen- und Ein-Loch-Kerne
  - Ein-Teilchen-/Ein-Loch-Kern: Ein Nukleon(Leuchtnukleon) zu viel oder zu wenig für magischen Kern
  - Für magische Kerne sind Energieniveauabstände groß und der Einfluss anderer Nukleonen vernachlässigbar
- Anwendung: Eigenschaften von Ein-Teilchen- und Ein-Loch-Kernen bestimmen
  - Abgeschlossene Schale hat $J^P = 0^+$
  - Kernspin j bzw Parität des Kerns entsprechen Drehimpuls bzw Parität des Leuchtnukleons
- Anwendung: Anregungen von Leuchtnukleonen gut beschrieben
  - Alle anderen Nukleonen sind stark gebunden und beeinflussen das Leuchtnukleon nicht
  - Übergänge zwischen verschiedenen Anregungszuständen durch Multipolstrahlung

2.4 Kernkraft

2.4.1 Phänomenologische Eigenschaften der Kernkraft

- Kernkraft-Eigenschaften durch Erweiterung des Nukleon-Nukleon-Potentials auf viele Nukleonen
  - Kann Eigenschaften schon mit Nukleon-Nukleon-Potential verstehen: Abstoßung für kleine Abstände durch relativistische Terme, Anziehung für große Abstände durch Zentralpotential
- Abstoßend bei kleinen Abständen $r < 0.8\,\text{fm}$
  - Folgt aus starker SS-Kopplung: Überlappende Nukleonen sind energetisch ungünstig, da viele parallel ausgerichtete Spins beieinander sind
  - Folgt nicht aus Pauli-Prinzip: Quarks haben wegen Farbladung genug Freiheitsgrade, um Pauli-Prinzip nicht zu verletzen
- Anziehend bei mittleren Abständen $0.8\,\text{fm} < r < 1.2\,\text{fm}A^{\frac{1}{3}}$
  - Anziehung der Nukleonen durch Mesonaustausch(Yukawa-Wechselwirkung)
  - Je nach Abstand dominieren Effekte unterschiedlicher Mesonen
  - Anderer Zugang: Kovalente Bindung(vgl Molekülphysik) durch Überlagerung von Quarks zweier Nukleonen zu einem Verbindungs-Meson
- Schnell abfallende Wechselwirkung bei großen Abständen $1.2\,\text{fm}A^{\frac{1}{3}} < r$
  - Yukawa-Potential fällt wegen großen Pionmassen für große Abstände schnell ab

2.4.2 Meson-Austausch-Modell/Yukawa-Modell

- Vertex der Nukleon-SU(2): Umwandlung Proton/Neutron mit π-Austausch
  - Erlaubt in Nukleon-SU(2): Umwandlung zwischen up- und down-Quark mit Emission eines $\pi^{\pm}$(Mischung aus up- und down-Quark)
  - Pionen sind massiv und haben daher nur eine endliche Reichweite
  - Nicht exakt, da dieses Modell eine Näherung von QCD ist
  - Erweiterung auf Nukleon-SU(N): Superposition aller Mesonen als Austauschteilchen, Vertices zwischen allen Baryonen sind erlaubt
- Yukawa-Potential $V(r) = -\alpha_s^2 \frac{e^{-m_\pi r}}{r}$ beschreibt 2-Nukleon-Potential durch Austausch virtueller Pionen
  - Allgemeines Ergebnis aus Feldtheorie $V(r) = -\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{\vec{k}^2+m^2} = -\frac{e^{-mr}}{4\pi r}$
  - Pionen haben im Meson-Austausch-Modell den größten Beitrag, da sie die leichtesten Mesonen
- Nukleon-Nukleon-Potential
  $V_{NN}(r) = V(r) + V_{SS}(r)\frac{\vec{S}_1\vec{S}_2}{\hbar^2} + V_T(r)\left(\frac{3(\vec{S}_1\vec{r})(\vec{S}_2\vec{r})}{r^2\hbar^2} - \frac{\vec{S}_1\vec{S}_2}{\hbar^2}\right) + V_{LS}(r)\left(\frac{(\vec{S}_1+\vec{S}_2)\vec{L}}{\hbar^2} + \frac{(\vec{S}_1\vec{L})(\vec{S}_2\vec{L})}{\hbar^4}\right) + V_{Sp}(r)\frac{(\vec{S}_2\vec{p})(\vec{S}_1\vec{p})}{\hbar^2(mc)^2}$
  - Yukawa-Potential V mit relativistischen Korrekturen aus Pauli-Gleichung für 2 Teilchen
  - Wechselwirkungspotentiale V_i können aus dem Yukawa-Potential V bestimmt werden
  - Erste 3 relativistischen Korrekturen sind wichtig und haben anschauliche Interpretationen
- Experimenteller Zugang
  - Nukleon-Nukleon-Streuung: Streuphase δ_l messen und damit Nukleon-Nukleon-Potential rekonstruieren
  - Deuteron: Eigenschaften eines Nukleons im Potential des anderen(vgl Positronium, Quarkonia)

Kapitel 3

Prozesse in Kernen

3.1 Radioaktivität

3.1.1 Zerfallsgesetz

- Radioaktivität bezeichnet langsam ablaufende Prozesse(makroskopische Halbwertszeit)
- Finde experimentell $\frac{dN}{dt} = -\lambda N \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$
  - Anschaulich: Wahrscheinlichkeit für Zerfall unabhängig vom Bestand
  - Zerfallsketten haben selbes Prinzip mit mehreren, gekoppelten Zerfallsgesetzen
- Größen zur Beschreibung von Zerfall
  - Lebensdauer $\tau = \frac{1}{\lambda}$, Halbwertszeit $t_{1/2} = \tau \log 2$
  - Aktivität $A = \lambda N = A_0 e^{-\lambda t}$ ist Anzahl der Zerfälle $\frac{dN}{dt} = -A$
  - Halbwertsbreite $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$ ist Maß für Energieunschärfe(Energie-Zeit-Unschärferelation)

3.1.2 α-Zerfall

- α-Zerfall: Abstrahlung eines ^{4}He-Kerns(α-Teilchen) ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}_N \to {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}_{N-2} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}_2$ ist spezielle Kernspaltung
  - ^{4}He ist besonders stabil, daher kommt α-Zerfall oft vor und bekommt einen eigenen Namen
  - Wichtig für schwere Kerne $A > 150$(auch für leichtere Kerne möglich, aber lange Halbwertszeit)
  - Wechselwirkung von α-Strahlung mit Materie: Geringe Reichweite, starke Ionisation
- α-Zerfall als Tunneleffekt
  - Kernpotential $V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ 2(Z-2)\frac{\alpha\hbar c}{r} & r > R \end{cases}$
  - Zerfallskonstante aus WKB-Methode $\lambda = p_\alpha \frac{v_\alpha}{2R} e^{-2G}$ mit $G \approx \frac{\pi 2(Z-2)\alpha}{\beta}$
    * Bildungswahrscheinlichkeit p_α, Klopffrequenz $\frac{v_\alpha}{2R}$, Geschwindigkeit $\beta = \sqrt{\frac{2E_\alpha}{m_\alpha c^2}}$ des α-Teilchens
    * Empirische Geiger-Nuttall-Regel(1911) $\log t_{1/2} = \frac{a(Z)}{\sqrt{E_\alpha}} + b(Z)$ mit gleichem Ergebnis
- α-Zerfallsketten: Ketten aus α-, β- und γ-Zerfällen(12-19 Zerfälle pro Kette)
  - 4 α-Zerfallsketten: Uran-Radium-Reihe, Neptunium-Reihe, Thorium-Reihe, Uran-Actinium-Reihe
    * Neptunium-Reihe kommt in der Natur nicht vor, da es kein natürliches Neptunium gibt
    * Wegen $A \to A-4$ mündet jede zusätzliche Zerfallskette in einer dieser Zerfallsketten
  - Zerfallsketten im säkularen Gleichgewicht: Nuklide habe selbe Aktivität A und konstanten Bestand N

3.1.3 β-Zerfall

- β-Zerfall: Prozess der schwachen WW $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ in allen Variationen(Drehungen des Feynmangraphs)
  - Finde erlaubte Prozesse mit Isobaren-Massenparabel(β-Zerfall ist Übergang zwischen Isobaren)
- Typen von β-Zerfällen in Kernen
  - β^--Zerfall $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ bei Neutronenüberschuss
  - β^+-Zerfall $p \to n + e^+ + \nu_e$ bei Protonenüberschuss
  - Elektroneinfang $p + e^- \to n + \nu_e$
  - Inverser β-Zerfall $p + \bar{\nu}_e \to n + e^+$
  - $\beta\beta$-Zerfall $2n \to 2p + 2e^- + 2\bar{\nu}_e$
    * Nur sinnvoll für gg-Kerne(Knicks in der Massenparabel)
    * Prozess 2. Ordnung in ESW(2 simultane Zerfälle) $\Rightarrow$ Extrem lange Halbwertszeit(zB Xe)
- β-Zerfälle, bei denen $e\nu$-Paar Bahndrehimpuls $L \neq 0$ davonträgt, sind L-fach unterdrückt

3.1.4 γ-Zerfall

- γ-Zerfall: Abregung durch Photonemission(kein Zerfall im eigentlichen Sinne)
  - Emission von ≥ 1 monoenergetischen Photonen
  - γ-Strahlung als Überlagerung von Multipolübergängen $\Rightarrow$ Kann Kernspin, Kernparität messen
- Photon kann schon im Kern wechselwirken(schwerer Kern, geringe Übergangsenergie)
  - Innere Konversion: Photon schlägt Hüllenelektron aus(Photoeffekt), Leerstelle durch Röntgenübergang oder Auger-Elektron gefüllt
  - Innere e^+e^--Paarbildung für $E_\gamma > 2m_e$: Photon erzeugt e^+e^--Paar, bevor es den Kern verlässt
- Gamma-Spektroskopie: Untersuche Zusammensetzung eines Material mit Spektrallinien von γ-Übergängen

3.1.5 Experimentell: Radiometrische Alterbestimmung

- Idee: Messe verbleibenden Anteil eines radioaktiv zerfallenden Nuklids, ursprünglicher Anteil bekannt
- ^{14}C-Datierung mit $t_{1/2} = 5730\,\mathrm{a}$($\beta$-Zerfall)
  - ^{12}C wird in der Atmosphäre aus kosmischer Strahlung gebildet und durch den CO_2-Kreislauf mit einem Anteil von 1.5×10^{-12} in Zellen lebender Substanz eingebaut
  - ^{14}C zerfällt(im Gegensatz zu anderen C-Isotopen ^{12}C, ^{13}C) mit $t_{1/2} = 5730\,\mathrm{a}$
  - Objekt untersuchen: Elementzusammensetzung mit Massenspektrometer, Alter durch ^{14}C-Anteil
  - Anwendung: Organische Materialien mit einem Alter von $300\,\mathrm{a}$ bis $60\,000\,\mathrm{a}$
- ^{40}K-Datierung mit $t_{1/2} = 1.28 \times 10^9\,\mathrm{a}$($\beta$-Zerfall)
  - Anwendung: Gesteine mit beliebigem Alter

3.2 Kernspaltung und Kernfusion

3.2.1 Kernspaltung

- Kerne mit $A > 56$ können oft durch Kernspaltung energetisch günstigeren Zustand erreichen
  - Modell: Kernspaltung als zunehmende Deformation des Kerns bis zur Trennung in 2 Kerne
  - Coulombbarierre des anderen Kerns muss von innen nach außen überwunden werden(vgl α-Zerfall)
  - Beispiele: ^{235}U, ^{239}Pu, ^{233}Th, α-Zerfall, p-Emission, n-Emission

- Spaltprodukte zerfallen weiter durch β-Zerfall

- Spontane Kernspaltung: Kernspaltung durch äußere Einflüsse(kommt in der Natur quasi nicht vor)
  - Beschreibung mit Deformationsparameter ϵ im Tröpfchenmodell
    * Deformation im Oberflächen- und Coulombterm $E_O \to E_O(1+\frac{2}{5}\epsilon^2)$, $E_C \to E_C(1-\frac{2}{5}\epsilon^2)$
    * Kernspaltung für $E_O(1+\frac{2}{5}\epsilon^2)+E_C(1-\frac{2}{5}\epsilon^2) > 0$ bzw. $\frac{Z^2}{A} > \frac{2a_O}{a_C} \approx 50$
    * Wahrscheinlichkeit für Kernspaltung durch Tunneleffekt erhöht

- Induzierte Kernspaltung: Schwellenenergie für Kernspaltung durch Neutroneneinfang überwunden
  - Thermische Neutronen für ug-Kerne(zB ^{235}U): Kern wird durch Einfang thermischer Neutronen zu gg-Kern, freiwerdende Paarungsenergie steht für Kernspaltung zur Verfügung
  - Schnelle Neutronen für gg- und uu-Kerne(zB ^{238}U): Anregung des Kerns durch kinetische Energie des eingefangenen Neutrons
  - Nukleare Kettenreaktion: Mehr Spaltneutronen erzeugt als absorbiert

3.2.2 Kernfusion

- Kerne mit $A < 56$ können oft durch Kernfusion energetisch günstigeren Zustand erreichen
  - Günstige Reaktionen für Kernfusion auf der Erde $d+d \to^3$ He$+n+3.25$ MeV, $d+t \to^4$ He$+n+17.6$ MeV
  - Überwinde Coulomb-Barriere von außen nach innen durch Tunneleffekt
    * Abschätzung: Faltung von thermischer Energie(Boltzmann-Verteilung $\propto e^{-\frac{E}{k_BT}}$) und Tunnelwahrscheinlichkeit ($\propto e^{-\sqrt{\frac{2mc^2(\pi\alpha Z_1 Z_2)^2}{E}}}$) liefert Gamow-Peak bei $E = \sqrt[3]{\frac{E_G(k_BT)^2}{4}}$ als Fenster für Kernfusion
    * Herausforderung: Gamow-Peak $\mathcal{O}(100\,\text{MeV}/10^9\text{K})$ für Kernfusion auf der Erde erreichen

- Vorteile von Kernfusion gegenüber Kernspaltung
  - Energiegewinn pro Nukleon für Fusion 3-4mal größer als für Spaltung
  - Brennstoff in großer Menge vorhanden(Ausnahme t), keine radioaktiven Zerfallsprodukte

- Herausforderung: Plasma einschließen
  - Plasma(Elektron-Kern-Gas, thermische Energie über Atomphysik-Skala) hat Energie am Gamow-Peak
  - Magnetischer Einschluss
    * Helikal gegeneinander verdrehte Magnetfelder(Tokamak, Stellarator)
    * Transformatorprinzip: Äußeres Magnetfeld um Magnetjoch, Plasma als Sekundärstromkreis
  - Trägheitseinschluss/Inertialfusion
    * Beschieße d-, t-Pellets(Hohlkugel mit Gas im Inneren) mit Ionen- oder Laserstrahl $\Rightarrow$ Kugelschale schmilzt und Pellet implodiert $\Rightarrow$ Kurzzeitiges Plasma, durch Trägheit der Materie eingeschlossen
    * Einschlusszeiten nur $\mathcal{O}(1\,\text{ns})$, will ca 20 $\frac{\text{Einschüsse}}{\text{s}}$

- Lawson-Kriterium für magnetischen Einschluss
  - Anschaulich: Bedingung an Parameter des Fusionsreaktors, sodass mehr Energie erzeugt wird als zur Aufrechterhaltung des Plasmas nötig ist($Q > 1$), bisher von keinem Reaktor erfüllt
  - Mindestposition des Tripelpunkts $n_e\tau_E T$(Elektronendichte n_e, Einschlusszeit τ_E, Plasmatemperatur T)

3.2.3 Experimentell: Kernreaktor

- Bedingung für stabile Kettenreaktion
  - Neutronenbilanz mit Vier-Faktoren-Formel $k_\infty = \eta\epsilon p f$, $k_{\text{eff}} = k_\infty L_{\text{f}} L_{\text{th}}$
    * Beschreibt Neutronenvermehrungsfaktor k nach einem Spaltzyklus(Dauer $\mathcal{O}(1\,\text{ms})$)
    * Effektiver Faktor k_{eff}(endliches Reaktorvolumen) vs Idealer Faktor k_∞(kein rausdiffundieren)
    1. Multiplikationsfaktor $\epsilon > 1$ durch Spaltung mit schnellen n
    2. Anteil $L_{\text{f}} < 1$ übrig nach Rausdiffundieren von schnellen Neutronen
    3. Resonanzentkommwahrscheinlichkeit $p < 1$: Manche thermischen Neutronen werden durch Resonanzen im Wirkungsquerschnitt(Anregungszustände von Kernen) eingefangen
    4. Anteil $L_{\text{f}} < 1$ übrig nach Rausdiffundieren von thermischen Neutronen
    5. Thermischer Nutzfaktor $f < 1$ für Anteil thermischer n, die nicht durch andere Materialien(Moderator, Absorberstäbe) eingefangen werden
    6. Regenerationsfaktor $\eta > 1$ für zusätzliche n aus Kernspaltungen(auch Konkurrenzprozesse)
  - Kettenreaktion für $k_{\text{eff}} > 1$, stabile Kettenreaktion für $k_{\text{eff}} = 1$
  - Reaktivität $R = \frac{k_{\text{eff}}-1}{k_{\text{eff}}} \in [0,1]$ ist geschicktes Maß für Stärke der Kettenreaktion
  - Zeitskala für Reaktionsprozesse: Differentialgleichung $\frac{d\rho}{dt} = \frac{k\rho-\rho}{t_0} = \frac{k-1}{t_0}\rho \Rightarrow \tau = \frac{t_0}{k-1} \approx 0.14\,\text{ms}$ mit mittlerer Dauer t_0 eines Spaltzyklus und Neutronendichte ρ

- Steuerung von Kettenreaktionen
  - Kann nur Neutronen aus verzögerten n-Emissionen beeinflussen
    * Prompte n-Emissionen(99%, $\mathcal{O}(10^{-14}\text{s})$) aus primärer Kernspaltung
    * Verzögerte n-Emissionen(0.67%, $\mathcal{O}(1\,\text{ms})$ bis $\mathcal{O}(1\,\text{min})$) aus sekundären Beta-Zerfällen werden auf einer Zeitskala erzeugt, die Eingreifen möglich macht
  - Absorberstäbe(großer n-Einfang-Wirkungsquerschnitt, zB B, Cd): Neutronen rausnehmen
  - Moderator(kleiner n-Einfang-Wirkungsquerschnitt, zB H_2O): Schnelle Neutronen abbremsen, Kühlmittel

- Typen von Kernkraftwerken
  - Verwendete Zerfälle: Normale Reaktortypen ^{235}U-Zerfall, Brutreaktor ^{239}Pu-Zerfall
  - Leichtwasserreaktor: Moderator H_2O, Brennstoff angereichertes U(3-4% ^{235}U statt 0.7% in $^{\text{nat}}$U)
    * Benötige angereichertes Uran, da Protonen in H_2O hohen n-Einfang-Wirkungsquerschnitt haben
    * Siedewasserreaktor mit einem Kreislauf: Gasförmiges H_2O im Reaktor und zur Energiegewinnung
    * Druckwasserreaktor mit zwei Kreisläufen(häufigster Reaktortyp): Reaktorkreislauf mit flüssigem H_2O(möglich mit hohem Druck), Energieumwandlungskreislauf mit gasförmigem H_2O
    * Sicherheitsaspekt: Unkontrollierte Kettenreaktion bricht ab, da H_2O bei hoher Temperatur verdampft und deshalb keine thermischen Neutronen mehr zur Verfügung stehen
  - Schwerwasserreaktor: Moderator D_2O, Brennstoff $^{\text{nat}}$U(weniger n-Einfang durch Moderator)
  - Graphitmoderierter Reaktor: Moderator Graphit(^{12}C), Kühlmittel CO_2, Brennstoff $^{\text{nat}}$U
  - Brutreaktor: Kühlmittel flüssige Metalle(Na, K), kein Moderator, Brennstoff ^{239}Pu
    * Idee: $^{\text{nat}}$U effektiv nutzen durch Brutreaktion $^{238}\text{U}\to{}^{239}\text{Pu}$ mit zerfallendem ^{239}Pu(kein ^{235}U benötigt)
      · Brutreaktion läuft in jedem Reaktor ab, Brutreaktor erzeugt wegen schnellen Neutronen aber mehr Brennstoff als er verbraucht
      · Brennstäbe aus natürlichem oder abgereicherten Uran und ^{239}Pu
    * Benötige 2 statt 1 Neutron pro Zerfall(spaltbaren Kern erbrüten, nächste Spaltung induzieren) $\Rightarrow$ Schnelle Neutronen(2.1/2.8 Neutronen pro Spaltung bei thermischen/schnellen Neutronen)
    * Andere mögliche Brutreaktion: $^{232}\text{Th}\to{}^{233}\text{U}$, da ^{232}Th häufig in Natur vorkommt

- Kernschmelze: Kühlsysteme fallen aus und Brennstäbe schmelzen, Schmelzgut läuft am Boden des Reaktors zusammen und spaltet unkontrolliert
  - Größtes Risiko: Nachzerfallswärme(Energie durch β^--Zerfälle der Spaltprodukte) nimmt nur langsam ab, nachdem der Reaktor abgeschaltet wurde

3.2.4 Experimentell: Fusionsreaktor

- Tokamak-Prinzip(zB JET, ITER)
  - Helikal verdrehte Magnetfelder durch Anregung zusätzlicher Ströme(Aufrechterhaltung schwierig)
  - Erreichbare Fusionsleistung wächst mit Abmessung des Aufbaus
  - Rolle des Blankets: Äußere Strukturen schützen, n-Energie abführen, Fusionsbrennstoff(t) brüten
  - JET mit $Q = 0.67$ für halbe Stunde(1997) ist derzeit größter Tokamak
  - ITER ist Tokamak ab 2025 mit Ziel $Q = 10$ und langfristigem Plasmaeinschluss
- Stellarator-Prinzip(zB Wendelstein 7-X)
  - Helikal verdrehte Magnetfelder durch komplizierte Geometrie des äußeren Magnetfelds

3.3 Nukleosynthese

3.3.1 Primordiale Nukleosynthese/Big Bang Nucleosynthesis(BBN)

- Anschaulich: Entstehung leichter Elemente ^{2}H, ^{3}H, ^{4}He, ^{7}Li in Kernfusion im Elektron-Kern-Plasma
- Zeitpunkt: $1\,\mathrm{s}$ bis $15\,\mathrm{min}$ nach dem Urknall
  - Vorher: Hadronisierung(Nukleonen aus Quark-Gluon-Plasma)
  - Beginn bei 10^{10}K: Photodisintegration von ^{2}H(Aufspaltung von Kernen durch hochenergetische Photonen) nicht mehr möglich $\Rightarrow$ Kernphysik beginnt
  - Ende bei 5×10^8 K: Tunneln durch Coulombbarriere unwahrscheinlich und Kernfusion stoppt
- Konkurrenz von ca 100 Prozessen
  - Raten bestimmt durch Baryonenasymmetrie $\eta = \frac{n_N - n_{\bar{N}}}{n_\gamma} \approx 6 \times 10^{-10} \neq 0$ mit Nukleonendichte n_N und Photonendichte n_γ
  - Dominante Prozesse: $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$(1), $p + n \to d + \gamma$(2), $d + p \to {}^3\mathrm{He} + \gamma$(3), $d + d \to {}^3\mathrm{He} + n$(4), $d + d \to t + p$(5), ${}^3\mathrm{He} + d \to {}^4\mathrm{He} + p$(6), ${}^3\mathrm{He} + n \to T + p$(7), $t + d \to {}^4\mathrm{He} + n$(8), $t + {}^4\mathrm{He} \to {}^7\mathrm{Li} + \gamma$(9), ${}^7\mathrm{Li} + p \to {}^4\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He}$(10), ${}^3\mathrm{He} + {}^4\mathrm{He} \to {}^7\mathrm{Be} + \gamma$(11), ${}^7\mathrm{Be} + n \to {}^7\mathrm{Li} + p$(12)

3.3.2 Entstehung leichter Elemente

- Anschaulich: Kernfusion in Sternen abhängig von Energie $\propto$ Temperatur $\propto$ Ausdehnung und Dichte
  - Dauer der Prozesse nimmt mit zunehmender Schwellenenergie ab

1. Wassertoffbrennen dominant in Hauptreihensternen $\mathcal{O}(10^6\text{-}10^7\mathrm{K})$
   - pp-Zyklus $4{}^1\mathrm{H} \to {}^4\mathrm{He} + 2e^+ + 2\nu_e + 26.2\,\mathrm{MeV}$
     - Dominant in leichten Hauptreihensternen(zB Sonne) $\mathcal{O}(10^6\mathrm{K})$
   - CNO-Zyklus $4{}^1\mathrm{H} + 2e^- \to {}^4\mathrm{He} + 2\nu_e + 3\gamma + 26.7\,\mathrm{MeV}$
     - Dominant in massiven Hauptreihensternen $\mathcal{O}(10^7\mathrm{K})$
     - Katalysator ^{12}C wird während der Reaktion in C-, N-, O-Isotope umgewandelt
2. Heliumbrennen/3α-Prozess dominant bei roten Riesen $\mathcal{O}(10^8\mathrm{K})$
   - Prozesse $2{}^4\mathrm{He} + 92.78\,\mathrm{keV} \leftrightarrow {}^8\mathrm{Be} + \gamma$, ${}^8\mathrm{Be} + {}^4\mathrm{He} \to {}^{12}\mathrm{C} + \gamma + 7.367\,\mathrm{MeV}$
3. Kohlenstoffbrennen dominant bei $\mathcal{O}(10^8\mathrm{K})$
4. Neonbrennen, Sauerstoffbrennen, Siliziumbrennen dominant bei $\mathcal{O}(10^9\mathrm{K})$

- Schalenbrennen: Ablauf aller Kernfusionen H$\to$ He$\to$ C$\to$ Ne $\to$ O $\to$ Si $\to$ Ni/Fe in Schalen bei ihren jeweiligen Schwellenergien(Energie nimmt mit zunehmendem Radius ab)
  - In alterndem Stern laufen zunehmend viele der Prozesse ab
  - Gravitationskollaps durch wegfallenden Strahlungsdruck, wenn der Brennstoff verbraucht ist

3.3.3 Entstehung schwerer Elemente

- Anschaulich: Elemententstehung durch Neutroneneinfang bei hoher Temperatur, großem Neutronenfluss
  - Gleichgewicht zwischen Neutroneneinfang($Z \to Z$, $N \to N{+}1$) und β^--Zerfall($Z \to Z{+}1$, $N \to N{-}1$)
  - Zwei typische Wege ausgehend von ^{56}Fe: s-Prozess, r-Prozess
- s-Prozess(slow neutron capture)
  - Langsamer Neutroneneinfang im Gleichgewicht mit β- und α-Zerfällen
  - Findet statt in sehr schweren Sternen(asymptotischer Riesenast des Hertzsprung-Russell-Diagramms)
- r-Prozess(rapid neutron capture)
  - Überwiegt schneller Neutroneneinfang von ^{56}Fe bis ^{68}Fe, später Gleichgewicht mit β- und α-Zerfällen
  - Findet statt in Neutronensternen und Supernovae(extremere Bedingungen wie im s-Prozess)