

1. Obliczyć granice ciągów

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{1+2n^2} - \sqrt{1+4n^2});$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^2-1}+3n}{2n-5};$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2+\dots+n)^2}{n^4+1};$

(d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3n}\right)^{2n-1}.$

2. Zbadać monotoniczność ciągu o wyrazie ogólnym

(a)  $a_n = \frac{n+1}{n^2+1};$

(b)  $b_n = \frac{n-\sqrt{n}}{3n};$

(c)  $c_n = n^2 - 10n + 9.$

3. Zbadać zbieżność szeregów

Kryterium ilorazowe

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!};$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n};$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!3^n}{n^{2n}}.$

Kryterium pierwiastkowe

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n7^n}{3^{n+1}};$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+1}{5n+1}\right)^{n^2}.$

4. Wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji

(a)  $f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-4};$

(b)  $g(x) = e^{-\frac{x^2}{2}};$

(c)  $h(x) = \frac{\ln x}{x}.$

5. Wyznaczyć przedziały wklęsłości, wypukłości i punkty przegięcia funkcji

(a)  $f(x) = xe^{-x^2};$

(b)  $g(x) = \sqrt{4-x^2};$

(c)  $h(x) = \frac{1}{(x+1)^3}.$

6. Zbadać funkcje (dziedzina, znak pochodnej, ekstrema lokalne w tabeli). Wyznaczyć asymptoty i zrobić szkic wykresu.

(a)  $f(x) = \frac{2x^2}{x-1};$

(b)  $g(x) = \frac{x^4}{x^2+1};$

(c)  $h(x) = \frac{x^2}{x^2-1}.$

7. Obliczyć granice (korzystając z reguły d'Hospitala)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right);$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x;$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x \sin x};$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x};$

(e)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x - \sin x + 1}{\sin 2x - \cos x}.$

8. Wyznaczyć ekstremum lokalne funkcji

(a)  $f(x, y) = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2;$

(b)  $g(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy;$

(c)  $h(x, y) = xe^{xy}.$

9. Obliczyć pole

(a) ograniczone wykresem funkcji  $y = -x^2 + 4x + 1$  i prostą przechodzącą przez punkty  $A(0, 1)$  i  $B(1, -1)$ .

(b) ograniczone prostymi  $y = x + 1$ ,  $x = 1$  i krzywą  $y = e^{-x}$  oraz osią  $Ox$ .

**Wykonać rysunek!!!**

10. Zrobić ćwiczenia 6.1 b) i e) oraz 6.2 a) i c) z podręcznika.