

7.4 Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

Ćwiczenie 7.1. Obliczyć całki oznaczone

a) $\int_1^e \ln x \, dx$. Odp. $\frac{1}{e-1}$.

b) $\int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x \, dx$. Odp. $(e - 1)^5 / 5$.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x \, dx$. Odp. $\pi/4$.

d) $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} \, dx$. Odp. $3/2$.

Ćwiczenie 7.2. Obliczyć pole obszaru ograniczonego funkcjami

a) $y = x^2, y = x$. Odp. $1/6$.

b) $y = \sin x, y = \frac{2}{\pi}x$. Odp. $1 - \pi/4$.

c) $y = e^{-x}, y = e^x, x = 1$. Odp. $e + 1/e - 2$.

d) $y = \frac{1}{4}x^2, y = 3x - \frac{1}{2}x^2$. Odp. 8 .

e) $y = x^2, y = x^{-2}, y = 0, x = 0, x = 3$. Odp. 1 .

Ćwiczenie 7.3. Obliczyć objętość bryły powstałej poprzez obrót funkcji wokół osi Ox .

1. $y = x^2, y = \sqrt{x}$. Odp. $3\pi/10$.

2. $y = \frac{2x}{\pi}, y = \sin x$. Odp. $\pi^2/12$.

3. $0 \leq y \leq \frac{4}{x}, 1 \leq x \leq 2$. Odp. 8π .