

12.4 Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

Ćwiczenie 12.1. Obliczyć gradient funkcji $f(x, y) = ye^x$ w punkcie $(1, 2,)$.

Ćwiczenie 12.2. Obliczyć cosinus kąta między gradientem funkcji

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$$

w punktach $A(1, 2, 2)$ i $B(-3, 1, 0)$.

Ćwiczenie 12.3. Obliczyć $\operatorname{div} \vec{F}$ i $\operatorname{rot} \vec{F}$, jeżeli $\vec{F} = [1/x + yz, 1/y + xz, 1/x + xy]$.

Ćwiczenie 12.4. Obliczyć pochodną kierunkową funkcji $f(x, y, z) = xyz(x + y + z)$ w kierunku wektora $\vec{l} = [-1, 1, -1]$.

Ćwiczenie 12.5. Obliczyć dywergencję i rotację następujących pól wektorowych.

a) $\vec{W} = [z^2, y^2, x^2]$.

Odp. $\operatorname{div} \vec{W} = 2y$, $\operatorname{rot} \vec{W} = [0, 2z - 2x, 0]$.

b) $\vec{W} = [-x^2y, z^2y, -x^2z^2]$.

Odp. $\operatorname{div} \vec{W} = z^2 - 2xy - 2x^2z$, $\operatorname{rot} \vec{W} = [-2yz, 2xz^2, x^2]$.