

10.4 Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

Ćwiczenie 10.1. Obliczyć iloczyn skalarny podanych par wektorów.

a) $\vec{a} = [-1, 5, 2], \vec{b} = [3, 0, 7]$. Odp. 11.

b) $\vec{a} = [1, 2, 3], \vec{b} = [1, 4, 0]$. Odp. 9.

Ćwiczenie 10.2. Obliczyć iloczyn wektorowy podanych par wektorów.

a) $\vec{a} = [-1, 3, 2], \vec{b} = [-1, 2, -5]$. Odp. $\vec{a} \times \vec{b} = [-19, -7, 1]$.

b) $\vec{a} = 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Odp. $\vec{a} \times \vec{b} = [7, 1, -2]$.

Ćwiczenie 10.3. Obliczyć pole trójkąta rozpiętego przez wektory $\vec{a} = [1, -1, 1], \vec{b} = [0, 3, -2]$.

Odp. $S = \sqrt{14}/2$.

Ćwiczenie 10.4. Obliczyć pole równoległoboku o wierzchołkach $A(1, 0, 1), B(3, -1, 5), C(-1, 5, 0)$.

Odp. $S = \sqrt{461}$.

Ćwiczenie 10.5. Sprawdzić, czy wektory

$$\vec{u} = [1, -2, 3], \quad \vec{v} = [2, 4, 2]$$

są prostopadłe. Znaleźć wektor o długości 1 prostopadły do \vec{u} oraz \vec{v} .

Ćwiczenie 10.6. Dane są punkty

$$A(0, 0, 0), \quad B(1, 0, 0), \quad C(0, 1, 0), \quad D(0, 0, 1)$$

Obliczyć długość wysokości czworoboku $ABCD$ poprowadzonej z wierzchołka A . Wykonać rysunek.

Ćwiczenie 10.7. Dane są wektory

$$v_1 = [1, 2, -1], \quad v_2 = [3, 2, 1], \quad v_3 = [9, 2, 7]$$

Sprawdzić, czy wektory v_1, v_2, v_3 są współpłaszczyznowe.

Ćwiczenie 10.8. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach

$$A(-2, 1, -1), \quad B(1, 2, -2), \quad C(-1, 3, -3)$$

oraz długość wysokości poprowadzonej z wierzchołka B . Wykonać rysunek.

Ćwiczenie 10.9. Dla wektorów

$$\vec{u} = [-1, 1, \sqrt{2}], \quad \vec{v} = [1, -1, 0]$$

obliczyć:

- a) kąt między wektorami \vec{u} oraz \vec{v} ,
- b) wektor prostopadły do wektorów \vec{u} oraz \vec{v} ,
- c) długość rzutu wektora \vec{u} na \vec{v} .

Ćwiczenie 10.10. Wyznaczyć długość rzutu wektora $\vec{a} = [3, 1]$ na wektor $\vec{b} = [1, 2]$.

Odp. $\sqrt{5}$.

Ćwiczenie 10.11. Wyznaczyć rzut wektora $\vec{a} = [3, 0, 6]$ na wektor $\vec{b} = [2, 1, 2]$.

Odp. $[4, 2, 4]$.

Ćwiczenie 10.12. Dobrać wartość parametru $s \neq 0$ tak aby punkty

$$A(1, -1, 1), \quad B(2, 1, -1), \quad C(2 + 2s, 1 + s, -1 + s)$$

były wierzchołkami trójkąta prostokątnego. (Wskazówka: skorzystać z warunku prostotałości wektorów \overrightarrow{AC} oraz \overrightarrow{AB} lub \overrightarrow{AC} oraz \overrightarrow{CB}).

Odp. $s = -\frac{9}{2}$ lub $s = -\frac{1}{3}$.

Ćwiczenie 10.13. Obliczyć objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach

$$\vec{a} = [3, -2, 5], \quad \vec{b} = [1, -1, 3], \quad \vec{c} = [-2, 2, 1].$$

Odp. $V = 7$.