

2.5 Ćwiczenia do samodzielnego rozwiązania

Ćwiczenie 2.1. Znaleźć miejsca zerowe oraz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \frac{(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2}}{\ln(x^2 + 2x + 1)}.$$

(Wskazówka: Obliczyć pierwiastki trójmianu kwadratowego i skorzystać z równości $\ln 1 = 0$).

Odp. $f(x) = 0$ dla $x \in \{1, 2, 3\}$. Dziedzina $\langle 2, \infty \rangle$.

Ćwiczenie 2.2. Zbadać które z poniższych funkcji są parzyste lub nieparzyste

a) $f(x) = x^3 + x,$

b) $f(x) = \sin(2x),$

c) $f(x) = \cos(3x),$

d) $f(x) = \frac{x}{x-1}.$

Odp. a) i b) nieparzyste, c) parzysta, d) ani parzysta ani nieparzysta.

Ćwiczenie 2.3. Następujące funkcje przedstawić w postaci złożenia funkcji $h(x) = g[f(x)]$.

a) $h(x) = \cos^2 x,$

Odp. $f(x) = \cos x, g(z) = z^2,$

b) $h(x) = \ln(\sin x),$

Odp. $f(x) = \sin x, g(z) = \ln z,$

c) $h(x) = e^{x^2+1},$

Odp. $f(x) = x^2 + 1, g(z) = e^z,$

d) $h(x) = \sqrt[3]{(1+x^2)^2},$

Odp. $f(x) = 1 + x^2, g(z) = \sqrt[3]{z^2}.$

Ćwiczenie 2.4. Obliczyć granice

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x \operatorname{ctg} x}.$

Odp. a) 4, b) 2.

Ćwiczenie 2.5. Obliczyć asymptoty funkcji

a) $f(x) = \frac{2x^3 - x}{x^2 - 1},$

b) $f(x) = \frac{3x - 2}{(2 - x)^2}.$

Odp. a) $x = -1, x = 1, y = 2x,$ b) $x = 2, y = 0.$