

.

Ejercicio 1

Sea $X_1, \dots, X_n \sim F_\theta$ i.i.d., es decir una muestra aleatoria de variables independientes e idénticamente distribuidas con distribución F_θ , donde θ es un parámetro desconocido. Sea $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, \dots, X_n)$ un estimador de θ basado en la muestra. Probar que

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = \mathbb{B}^2(\hat{\theta}) + \mathbb{V}(\hat{\theta})$$

.

Ejercicio 2

En esta segunda parte supondremos que $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{U}(0, \theta)$ i.i.d. con $\theta = 3$ y usaremos las $m = 1000$ estimaciones de θ calculadas para $n = 5$, $n = 30$, $n = 50$ y $n = 100$ que obtuvimos en la guía de “Actividades de Clase - Unidad 3” utilizando $\hat{\theta}$ y utilizando $\tilde{\theta}$.

Sesgo:

1. Computar el Sesgo empírico de $\hat{\theta}$ para cada $n = 5$, $n = 30$, $n = 50$ y $n = 100$ mediante la expresión

$$\left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \hat{\theta}^i \right) - \theta$$

(Es decir, que se obtendrán 4 valores de sesgos diferentes)

2. Repetir el ítem anterior para $\tilde{\theta}$.
3. Graficar n vs. el Sesgo empírico de cada uno de los estimadores, todo en un mismo gráfico y utilizar el color rojo para los valores referidos a $\hat{\theta}$ y azul para los de $\tilde{\theta}$.

Varianza:

4. Computar la Varianza empírica de $\hat{\theta}$ para cada $n = 5$, $n = 30$, $n = 50$ y $n = 100$ mediante la expresión

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\hat{\theta}^i - \bar{\hat{\theta}} \right)^2$$

(Es decir, que se obtendrán 4 valores de varianzas diferentes)

5. Repetir el ítem anterior para $\tilde{\theta}$.
6. Graficar n vs. la Varianza empírica de cada uno de los estimadores, todo en un mismo gráfico y utilizar el color rojo para los valores referidos a $\hat{\theta}$ y azul para los de $\tilde{\theta}$.

Error Cuadrático Medio:

7. Computar el Error cuadrático medio empírico de $\hat{\theta}$ para cada $n = 5$, $n = 30$, $n = 50$ y $n = 100$ mediante la expresión

$$EMSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\hat{\theta}^i - \theta)^2$$

(Es decir, que se obtendrán 4 valores de errores diferentes)

8. Repetir el ítem anterior para $\tilde{\theta}$.
9. Graficar n vs. el EMSE de cada uno de los estimadores, todo en un mismo gráfico y utilizar el color rojo para los valores referidos a $\hat{\theta}$ y azul para los de $\tilde{\theta}$.

Conclusión:

10. Finalmente, ¿qué se puede deducir de todos los gráficos representados?