

# Entrega 1 - Parte 4

Ignacio Spiousas

29 de mayo de 2023

## Ejercicio 7 de la práctica 1

### Definición de los estimadores

A pesar de que no es parte del ejercicio 7, lo primero que tenemos que hacer es definir las funciones correspondientes a cada estimador. Primero definimos a  $\hat{\theta} = 2\bar{X}_n$  y lo llamamos `est_1_unif` (estimador 1 de la uniforme):

```
est1_unif <- function(x) {  
  2*mean(x)  
}
```

Y luego a  $\tilde{\theta} = \max\{X_1 \dots X_n\}$  y lo llamamos `est_2_unif` (estimador 2 de la uniforme):

```
est2_unif <- function(x) {  
  max(x)  
}
```

### Definición de las funciones

Ahora sí podemos definir las funciones que pide el problema.

(a)

```
histograma_est1_unif <- function(theta, n, Nrep, seed) {  
  set.seed(seed)  
  est_1 <- c()  
  for (i in 1:Nrep) {  
    est_1[i] <- est1_unif(runif(n = n, min = 0, max = theta))  
  }  
  hist(est_1)  
}
```

(b)

```
histograma_est2_unif <- function(theta, n, Nrep, seed) {  
  set.seed(seed)  
  est_2 <- c()  
  for (i in 1:Nrep) {  
    est_2[i] <- est2_unif(runif(n = n, min = 0, max = theta))  
  }  
  hist(est_2)  
}
```

## Calculo del ECME

El ECME se define como:  $\frac{1}{Nrep} \sum_{i=1}^{Nrep} (\hat{\theta}_{n,i} - \theta)^2$ . Primero vamos a implementar una función que lo calcule para cada uno de los estimadores.

```
ECME_est1_unif <- function(theta, n, Nrep, seed) {  
  set.seed(seed)  
  est_1 <- c()  
  for (i in 1:Nrep) {  
    est_1[i] <- est1_unif(runif(n = n, min = 0, max = theta))  
  }  
  1/Nrep * sum((est_1-theta)^2)  
}
```

```
ECME_est2_unif <- function(theta, n, Nrep, seed) {  
  set.seed(seed)  
  est_2 <- c()  
  for (i in 1:Nrep) {  
    est_2[i] <- est2_unif(runif(n = n, min = 0, max = theta))  
  }  
  1/Nrep * sum((est_2-theta)^2)  
}
```

(e)

Y ahora construimos una tabla con los resultados de las estimaciones que pide el ejercicio. Las mismas son para muestras de tamaño  $n = 5$ ,  $n = 30$ ,  $n = 50$ ,  $n = 100$  y  $n = 1000$ . Para cada valor de  $n$ , se debe utilizar como semilla los últimos 5 dígitos del DNI, y  $Nrep = 1000$  y  $\theta = 3$ .

ECME	$n = 5$	$n = 30$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 1000$
$\hat{\theta}$	0.5903897	0.0898181	0.0529553	0.0285268	0.003131
$\tilde{\theta}$	0.4475995	0.0184842	0.0067533	0.0017259	$1.769237 \times 10^{-5}$

Basado en el ECME elegiría el estimador  $\tilde{\theta} = \max\{X_1 \dots X_n\}$  ya que disminuye mucho más rápidamente al aumentar  $n$ .

## Calculo del ECM

El ECM teórico para el estimador  $\hat{\theta}$  se calcula como:

$$ECM_{\theta}(\hat{\theta}) = \frac{\theta^2}{3n}$$

Lo escribo como una función para que sea más fácil armar la tabla:

```
ECM_est1_unif <- function(theta, n) {  
  theta^2/(3*n)  
}
```

Ahora lo calculamos para el estimador  $\tilde{\theta}$ :

$$ECM_{\theta}(\tilde{\theta}) = \frac{2\theta^2}{(n+1)(n+2)}$$

Este también lo escribo como función:

```
ECM_est2_unif <- function(theta, n) {  
  2*theta^2/((n+1)*(n+2))  
}
```

(f)

Calculamos el ECM para los mismos valores de  $n$  que el inciso anterior:  $n = 5$ ,  $n = 30$ ,  $n = 50$ ,  $n = 100$  y  $n = 1000$

ECM	$n = 5$	$n = 30$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 1000$
$\hat{\theta}$	0.6	0.1	0.06	0.03	0.003
$\tilde{\theta}$	0.4285714	0.0181452	0.0067873	0.0017472	$1.7946126 \times 10^{-5}$