文章编号: 1006-544X (2007) 03-0363-03

有多余控制点的角锥体影像外方位元素解算

官云兰1,2、程效军2、吕继生3

(1. 东华理工大学 地球科学与测绘工程学院, 江西 抚州 344000; 2. 同济大学 测量与国土信息工程系, 上海 200092; 3. 奉化市城建测绘队, 浙江 奉化 315500)

摘 要:提出根据角锥体原理采用多余控制点解算影像外方位元素,并推导出计算公式.通过利用有关文献中的数据进行验算,得出的结果与文献中的结果非常接近,证明此方法可行.

关键词:外方位元素;角锥体;余弦公式;距离方程;最小二乘法中图分类号: P231.4 文献标志码: A

摄影测量与遥感中的一些重要任务,如自动提取数字高程模型、三角测量、自动生成数字正射影像等,都需要知道影像的外方位元素.利用共线条件方程法解算时,线元素与角元素之间存在着相关性,影响解答精度,特别是在航天遥感的情况下[1].利用传统的角锥体法虽然能克服线元素与角元素之间的相关性,但解算公式复杂,且由于解算时只针对3个控制点进行,忽略了实际工作中常常会有3个以上的控制点,因此精度也有欠缺.本文在分析以往解算方法的基础上,提出基于多余控制点的角锥体影像外方位元素解算方法,推导了有多余控制点情况下的计算公式,并采用算例进行了验证.

1 解算原理

1.1 线元素解算公式

如图 1 所示,A、B、C、D 为已知控制点,其在影像上的构像分别为 a、b、c、d, S 为摄影中心. 可得如下的距离方程

 $S_i^2 = (X_i - X_s)^2 + (Y_i - Y_s)^2 + (Z_i - Z_s)^2$. (1) 式中: S_i 为摄影中心S到各地面控制点的距离; (X_i, Y_i, Z_i) (i = A, B, C, D) 为控制点坐标. 假设控制点坐标无误差,将式(1) 用泰勒级数展开得

$$S_i^2 = (S_i^0)^2 - 2(X_i - X_S) dX_S - 2(Y_i - Y_S) dY_S - 2(Z_i - Z_S) dZ_S.$$
 (2)

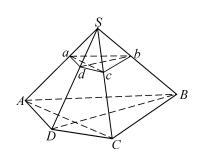


图1 角锥体示意图

Fig. 1 Sketch map of pyramid

其中

$$(S_i^0)^2 = (X_i - X_S^0)^2 + (Y_i - Y_S^0)^2 + (Z_i - Z_S^0)^2$$
. (3)
根据式(2) 列出误差方程式
 $V_{S_i^0} = -2(X_i - X_S)dX_S - 2(Y_i - Y_S)dY_S - 2(Z_i - Y_S)dY_S$

$$Z_{s}) dZ_{s} - (S_{i}^{2} - (S_{i}^{0})^{2}).$$
(4)

当有n个地面控制点时,就可列出n个形如式(4)的误差方程式,写成矩阵形式为

$$V_{n\times 1} = B_{n\times 3} X_{3\times 1} - L_{n\times 1}.$$

其中

$$X = (dX_S, dY_S, dZ_S)^T.$$

利用间接平差即可解算出外方位线元素的改正数.

$$\hat{\boldsymbol{X}} = (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}).$$

根据间接平差的理论,可以按下式计算获取的外方位线元素的精度^[2].

收稿日期: 2006-03-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40574008)

作者简介: 官云兰(1975-), 女, 博士研究生, 研究方向: 摄影测量与遥感.

单位权中误差为

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_0 = \pm \sqrt{\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{V}/(n-3)}.$$

外方位线元素的中误差为

$$\mathbf{Q}_{\hat{X}\hat{X}} = (\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B})^{-1},$$
$$\hat{\sigma}_{\hat{X}} = \pm \hat{\sigma}_{0} \sqrt{Q_{\hat{X}}}.$$

由于泰勒级数展开略去了二次以上的高次项, 因此解算过程应是迭代的,直至相邻两次解算结 果小于某一限差为止.

从以上公式可知,为了解算外方位线元素,必须知道线元素的初始值、摄影中心 S 至地面控制点的距离 S_i .

1.2 线元素初始值的获取

首先,要知道影像的近似比例尺,如果不知道,可根据所有 n 个影像点之间的距离 d_i 和相应地面控制点之间的距离 D_i ,计算影像的近似比例尺 m.

$$m = (\sum_{i=1}^{n} (D_i/d_i))/n.$$

外方位线元素的近似值可以利用地面控制点 的坐标来计算.

$$X_{S}^{0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_{i},$$

$$Y_{S}^{0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_{i},$$

$$Z_{S}^{0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Z_{i} + mf.$$
(5)

1.3 摄影中心 S 至各地面控制点的距离 S, 的求解

由图 1 可知,任意两地面控制点与摄影中心 S 构成一个三角形,以 A、B 两控制点为例,根据余弦公式可列出如下的方程

$$\begin{split} D_{AB}^2 &= S_A^2 + S_B^2 - 2S_A \cdot S_B \cdot \cos \angle ASB \,, \\ \cos \angle ASB &= \cos \angle aSb \,= \, \frac{D_{Sa}^2 + D_{Sb}^2 - D_{ab}^2}{2D_{Sa} \cdot D_{Sb}}. \end{split}$$

将其线性化得

$$D_{AB}^{2} = (D_{AB}^{0})^{2} + 2S_{A}dS_{A} + 2S_{B}dS_{B} - 2S_{A}\cos\angle ASBdS_{B} - 2S_{B}\cos\angle ASBdS_{A}.$$

误差方程式为

$$v_{AB} = (2S_A - 2S_B \cos \angle ASB) dS_A + (2S_B - 2S_A \cos \angle ASB) dS_B - (D_{AB}^2 - (D_{AB}^0)^2).$$
(6)

其中,

$$(D_{4R}^0)^2 = (S_4^0)^2 + (S_R^0)^2 - 2S_4^0 \cdot S_R^0 \cdot \cos \angle ASB.$$

摄影中心S距各控制点的初始距离可以由摄影中心至其相应的像点距离乘以摄影比例尺得出,如 $S_A^0 = m \cdot D_{So}$.

对于n个控制点可列出 C_n^2 个误差方程式,写成矩阵形式为

$$\frac{V}{\frac{n \times (n-1)}{2} \times 1} = \underbrace{A}_{\frac{n \times (n-1)}{2} \times n} Y - \underbrace{M}_{\frac{n \times (n-1)}{2} \times 1}.$$
 (7)

其中, $Y = (dS_A, dS_B, \cdots)^T$.

因此利用间接平差可以解得摄影中心至各控制点的距离 S_i .

$$Y = (A^{\mathrm{T}}A)^{-1}(A^{\mathrm{T}}M).$$

外方位线元素的计算流程如图 2.

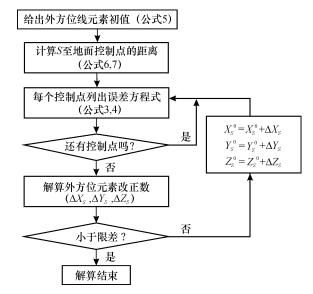


图 2 外方位线元素解算流程图

Fig. 2 Flowing chart of exterior linear elements

1.4 角元素解算公式

由文献[3] 可知,共线方程的另一种表达为

$$\lambda \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_S \\ Y - Y_S \\ Z - Z_S \end{bmatrix}.$$

对于每1个控制点,可列出3个方程,因此选取3个 不在同一直线上的控制点,共列出9个方程,解算出 9个方向余弦

$$\begin{bmatrix} a_{1} & a_{2} & a_{3} \\ b_{1} & b_{2} & b_{3} \\ c_{1} & c_{2} & c_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_{A} - X_{S}}{\lambda_{1}} & \frac{X_{B} - X_{S}}{\lambda_{2}} & \frac{X_{C} - X_{S}}{\lambda_{3}} \\ \frac{Y_{A} - Y_{S}}{\lambda_{1}} & \frac{Y_{B} - Y_{S}}{\lambda_{2}} & \frac{Y_{C} - Y_{S}}{\lambda_{3}} \\ \frac{Z_{A} - Z_{S}}{\lambda_{1}} & \frac{Z_{B} - Z_{S}}{\lambda_{2}} & \frac{Z_{C} - Z_{S}}{\lambda_{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{a} & x_{b} & x_{c} \\ y_{a} & y_{b} & y_{c} \\ -f & -f & -f \end{bmatrix}^{-1} . \tag{8}$$

 λ_i (i = 1, 2, 3)为比例因子,为物点至摄影中心的距离与相应像点至投影中心距离之比值.利用方向余弦与角元素的关系,就能解算出 3 个角元素.

 $\tan \varphi = -a_3/c_3$; $\sin \omega = -b_3$; $\tan k = b_1/b_2$.

2 算 例

为了说明本方法的正确性,现采用文献[1]中的数据进行外方位线元素的解算,起算数据如表1所示.

像片的内方位元素为

$$x_0 = y_0 = 0$$
, $f = 153.24$ mm

根据本文方法,采用 Matlab 计算出的摄影中心 S 至各控制点的距离见表 2. 外方位线元素的计算值见表 3. 表 4 列出了文献 [3] 中的外方位线元素的解算结果. 与共线条件方程计算出的结果 (表 3、4) 非常接近,相差分别为 0.4,0.91,0.34. 两套数据间还存在着少许差异,是由于两种方法在计算过程中存在误差,如线性化误差等因素造成的.

表 1 起算数据

Table 1 Initial data

点号	像平面坐标		物方空间坐标		
	x/mm	y/mm	X/m	Y/m	Z/m
1	-85.15	-68.99	36 589.41	25 273.32	2 195.17
2	-53.40	82.21	37 631.08	31 324.51	728.69
3	10.46	64.43	40 426.54	30 319.81	757.31
4	-14.78	-76.63	39 100.97	24 934.98	2 386.50

表 2 摄影中心 S 至各控制点的距离

Table 2 Computed distances between projective center
S and each control point

5 the cach control point				111
迭代次数	SA	SB	SC	SD
第1次改正数	-764.179	9 951.192	798.986	-780.581
第2次改正数	-231.484	-174.748	- 135.462	-325.92
第3次改正数	-13.704	1.332	3.1716	-38.078
第4次改正数	-0.414	0.132	0.198	-1.294
第5次改正数	1.56E -4	-1.22E-4	-1.88E-4	-2.19E-4
距离值	6 637.39	8 144.24	7 411.61	5 817.74

表 3 外方位线元素计算值

Table 3	Computed value	linear elements o	I EUPS m
迭代次数	X_{S}	Y_{S}	$Z_{\scriptscriptstyle S}$
第1次改正数	1 363.100	-441.188	43.870
第2次改正数	-4.977	-43.940	- 167.007
第3次改正数	-0.077	-0.657	2.498
第4次改正数	-0.162E -4	-1.476E -4	-5.597E-4
线元素值	39 795.05	27 477.37	7 573.03

表 4 文献「3]中的解算结果

Table 4	Computed val] m	
	$X_{\scriptscriptstyle S}$	$Y_{\scriptscriptstyle S}$	$Z_{\scriptscriptstyle S}$
计算值	39 795.45	27 476.46	7 572.69

有了线元素值,按 1.4 所述的常用方法即能求出外方位角元素值.

3 结束语

空间后方交会是摄影测量与遥感中求解影像 外方位元素的重要的方法,包括共线条件方程法、 角锥体法、直接线性变换法.针对以往方法的一 些缺点,对角锥体法进行改进,利用多余的控制 点进行最小二乘平差解算,取得外方位线元素的 值,并通过算例证明该方法的可行性与正确性.

如果解算时将像点坐标的系统误差考虑进去, 那么结果会更加准确.

参考文献:

- [1] 陈鹰. 遥感影像的数字摄影测量 [M]. 上海: 同济大学 出版社, 2003.
- [2] 武汉大学测绘学院. 误差理论与测量平差基础 [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.
- [3] 李德仁,郑肇保.解析摄影测量学 [M]. 北京:测绘出版社,1992.

New Approach for Calculating Exterior Elements of Image Based on Pyramid Using Redundant Control Points

GUAN Yun-lan^{1,2}, CHENG Xiao-jun², LV Ji-sheng³

- Geosciences & Surveying and Mapping School, East China Institute of Technology, Fuzhou 344000, China;
 Department of Surveying and Geoinformatics, Tongji University, Shanghai 200092, China;
 - 3. Surveying Team of City Construction of Fenghua, Fenghua 315500, China)

Abstract: A new approach is proposed for calculating the exterior elements of image based on pyramid with more than three control points. And computational formulas are developed. To verify the method, an example is calculated to show its feasibility.

Key words: exterior orientation parameters; pyramid; cosine equation; distance equation; least square method