

基于基础矩阵的倾斜航摄影像相对定向方法

袁修孝^{1,2} 陈时雨¹ 钟 灿¹

1 武汉大学遥感信息工程学院,湖北 武汉,430079
2 地球空间信息技术协同创新中心,湖北 武汉,430079

摘 要:提出一种利用基础矩阵进行倾斜航摄影像相对定向的方法。首先,构建立体影像间的基础矩阵并线性求解各元素;然后,由基础矩阵直接导出相对方位元素;最后,视导出的相对方位元素为初始值进行严密相对定向迭代求解,从而得到精确的相对方位元素值。实验表明,该方法对常规航空摄影影像和倾斜摄影影像均适用,能够满足立体模型重构的应用需求。

关键词:倾斜航摄影像;相对定向;上下视差;基础矩阵

中图法分类号:P236 **文献标志码:**A

立体影像对的相对定向既是检查影像量测质量的重要手段,又是目标三维重建的必要前提,是摄影测量和计算机视觉中最基本的问题之一^[1,2]。长期以来,由于传统航空摄影测量要求像片间的旋偏角为小角度(一般小于 6°),立体像对的相对定向总是建立在相对定向元素初始值为 0,改正数为微小值的模型之上^[1]。

随着数字摄影测量技术的发展,影像获取方式日益多样化,低空遥感平台如无人机^[3]、轻型飞机^[4]、飞艇^[5]等已被广泛使用。由于低空摄影平台质量小、航高低、受气流影响大,航线保持和姿态控制较为困难,所获取的影像姿态角大,立体影像间存在很大的旋偏角,无法获取较为准确的相对方位元素初值,导致传统相对定位方法常常失败^[6],主要原因即无法提供比较准确的相对定向元素初始值^[7]。计算机视觉中常常采用构建影像基础矩阵^[8]或本质矩阵^[9]的方法来恢复影像间的相对位置关系。Higgins 最先采用 8 点法直接求解基础矩阵^[10],在此基础上,Pan 完善了基础矩阵的表达式并成功用于立体影像对的相对定向^[11]。Golub 等提出用奇异值分解方法对直接求解的基础矩阵进行约束的方法,以获取更加准确的基础矩阵^[12]。张永军等在顾及基础矩阵元素非独立的条件下实现了无须初始值的相对方位元素求解^[13]。Stewenius 以基础矩阵中的元素为

基础导出 5 点法相对定向的约束函数,从而得到一种相对定向的直接解法,但实现十分复杂^[14]。Wang 等利用矩阵分解的方法从基础矩阵中直接导出立体像对两像片间的平移和旋转量,但它并不能得到精确的相对方位元素值^[15]。

鉴于此,本文从基础矩阵出发,推导基础矩阵元素与相对方位元素的关系式,以求得较为准确的相对定向元素,并作为基于上下视差严密相对定向求解的初始值,进而通过迭代求解来获得精确的相对方位元素值;最后选取常规航摄影像和倾斜摄影影像进行实验,以证实本文方法的有效性和适用性。

1 点法相对定向元素直接解

1.1 立体影像对之间的基础矩阵

对于从不同位置拍摄的同一场景的立体影像对,同名像点应满足共面条件^[1,2,8]:

$$Q = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0 \tag{1}$$

式中, $[B_X \ B_Y \ B_Z]^T$ 为摄影基线向量,用 \mathbf{B} 表示; $(X_1 \ Y_1 \ Z_1)$ 、 $(X_2 \ Y_2 \ Z_2)$ 分别为同名像点的像空间辅助坐标,分别用 \mathbf{m}_1 和 \mathbf{m}_2 表示,且有

$m_1 = K_1 p_1, m_2 = RK_2 p_2$ 。其中, $K_1 = \mu_1 \cdot$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -w_1/2 \\ 0 & -1 & h_1/2 \\ 0 & 0 & 1/\mu_1 \end{bmatrix}; K_2 = \mu_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -w_2/2 \\ 0 & -1 & h_2/2 \\ 0 & 0 & 1/\mu_2 \end{bmatrix};$$

这里的 μ_1, h_1, w_1 和 μ_2, h_2, w_2 分别代表立体像对左右像片的像元大小及像幅的宽度和高度; R 为右影像相对于左影像的正交变换矩阵; $p_1 = [x_1 \ y_1 \ 1]^T, p_2 = [x_2 \ y_2 \ 1]^T$ 分别为同名像点在立体像对左右影像上的齐次坐标; (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2) 分别为同名像点在左、右影像上的像素坐标; f_1, f_2 分别为两影像的主距。式(1)可以改写为:

$$m_1 \cdot (B \times m_2) = m_1^T B_{[\times]} m_2 = p_1^T K_1^T B_{[\times]} R K_2 p_2 = p_1^T F p_2 = 0 \quad (2)$$

式中, F 为两幅影像间的基础矩阵^[16]; $B_{[\times]}$ 为向量 B 的叉乘矩阵表示, 即:

$$B_{[\times]} = \begin{bmatrix} 0 & -B_z & B_y \\ B_z & 0 & -B_x \\ -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

于是有:

$$F = K_1^T B_{[\times]} R K_2 = K_1^T \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ e_4 & e_5 & e_6 \\ e_7 & e_8 & e_9 \end{bmatrix} K_2 = K_1^T \cdot \begin{bmatrix} B_Y c_1 - B_Z b_1 & B_Y c_2 - B_Z b_2 & B_Y c_3 - B_Z b_3 \\ B_Z a_1 - B_X c_1 & B_Z a_2 - B_X c_2 & B_Z a_3 - B_X c_3 \\ B_X b_1 - B_Y a_1 & B_X b_2 - B_Y a_2 & B_X b_3 - B_Y a_3 \end{bmatrix} K_2 \quad (4)$$

1.2 基础矩阵元素与相对定向元素的关系

首先采用传统的 8 点法^[8-10]对基础矩阵元素进行直接求解, 从而得到基础矩阵中的各个元素, 然后按照式(4)计算出 $e_1 \sim e_9$ 的值。

由式(4)可以得到 9 个方程, 但由于有 12 个未知数, 因此必须建立 3 个约束方程。由旋转矩阵 R 的正交特性, 有:

$$\begin{cases} e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = B_Y^2 + B_Z^2 \\ e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 = B_Z^2 + B_X^2 \\ e_7^2 + e_8^2 + e_9^2 = B_X^2 + B_Y^2 \end{cases} \quad (5)$$

$$2B_X^2 = e_4^2 + e_5^2 + e_6^2 + e_7^2 + e_8^2 + e_9^2 - e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 \quad (6)$$

由式(4)并顾及旋转矩阵 R 的正交特性^[17], 有:

$$\begin{cases} B_Y = -\frac{e_1 e_4 + e_2 e_5 + e_3 e_6}{B_X} \\ B_Z = -\frac{e_1 e_7 + e_2 e_8 + e_3 e_9}{B_X} \end{cases} \quad (7)$$

据此求出 B_Y 和 B_Z 后, 便可求解旋转矩阵 R 的 9 个元素:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{e_5 e_9 - e_6 e_8 + B_Z e_4 - B_Y e_7}{B_X^2 + B_Y^2 + B_Z^2} \\ b_1 = \frac{e_7 + B_Y a_1}{B_X} \\ c_1 = \frac{B_Z a_1 - e_4}{B_X} \\ a_2 = \frac{e_6 e_7 - e_4 e_9 + B_Z e_5 - B_Y e_8}{B_X^2 + B_Y^2 + B_Z^2} \\ b_2 = \frac{e_8 + B_Y a_1}{B_X} \\ c_2 = \frac{B_Z a_1 - e_5}{B_X} \\ a_3 = \frac{e_4 e_8 - e_5 e_7 + B_Z e_6 - B_Y e_9}{B_X^2 + B_Y^2 + B_Z^2} \\ b_3 = \frac{e_9 + B_Y a_1}{B_X} \\ c_3 = \frac{B_Z a_1 - e_6}{B_X} \end{cases} \quad (8)$$

就连续法相对定向元素 $b_y, b_z, \varphi, \omega, \kappa$ (其中 $b_y = B_Y/B_X, b_z = B_Z/B_X$) 而言, 采用 $\varphi\omega\kappa$ 转角系统, 可以得到相对定向角元素的初始值:

$$\begin{cases} \varphi = -\arctan(a_3/c_3) \\ \omega = -\arcsin b_3 \\ \kappa = \arctan(b_1/b_2) \end{cases} \quad (9)$$

根据式(7)~(9), 可由基础矩阵元素导出相对定向元素。

1.3 影响相对定向元素求解精度的主要因素

1) 8 点法基础矩阵解的不稳定性

8 点法基础矩阵^[8-10]求解时, 至少要使用 8 对同名像点来求解基础矩阵中的 9 个元素。当同名像点数量多于 8 对时, 可以进行最小二乘法平差。

由于基础矩阵描述了两张影像间的核线关系, 其自由度为 7^[8]。事实上, 由式(4)可以看出, 在已知影像内方位元素的情况下, 只需使用 5 个参数就能表达基础矩阵。此时基础矩阵的表达存在过度参数化问题, 容易导致解的不稳定性。当同名像点数量大于 8 对时, 一对同名像点可以按照式(2)列出一个方程, 因此多对点可以组成一个线性方程组:

$$A f = 0 \quad (10)$$

式中, A 为由同名像点坐标组成的系数矩阵; f 为由基础矩阵元素组成的列向量。

求解式(10)一般使用奇异值分解(singular value decomposition, SVD)方法。若只有 8 对同名像点, 此时 A 的最小奇异值为 0; 当多于 8 对同名像点时, 若其不存在量测误差, 此时 A 的最小奇异值也为 0; 然而, 像点的量测误差是不可避免的, 由于存在误差扰动, 此时 A 的最小奇异值只

能接近于 0。实验发现,由于存在过度参数化问题, \mathbf{A} 实际上有 3 个奇异值接近于 0,这 3 个最小奇异值很容易受误差扰动的影响,致使求解的最小奇异值有时并非真正最小奇异值,从而导致错误的解。针对这种情况,一种较为合理的解决办法是在给定最小奇异值上界值的同时,给定最小奇异值与次小奇异值之比的阈值,从而可在一定程度上克服过度参数化问题。

此外,当定向点对应的地面点位于一平面时,8 点法基础矩阵求解会出现多解的情况,导致解的不稳定。当定向点共面时, \mathbf{p}_1 和 \mathbf{p}_2 之间有严格的单应关系^[8]:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{H}\mathbf{p}_2 \tag{11}$$

式中, \mathbf{H} 为平面单应矩阵,是 3×3 阶的可逆矩阵。将式(11)代入式(2)可得:

$$\mathbf{p}_2^T \mathbf{H}^T \mathbf{F} \mathbf{p}_2 = 0 \tag{12}$$

当 $\mathbf{H}^T \mathbf{F}$ 为反对称矩阵时,式(12)总成立。即当 $\mathbf{F} = (\mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{S}$,且 \mathbf{S} 为任意反对称矩阵时,式(12)恒成立,此时基础矩阵的解有无穷多组。因此,当所有定向点位于一个近似平面上时,求解的基础矩阵变得不稳定,较小的量测误差会引起较大的数值计算误差。

2) 基础矩阵表达方式引起的误差
就一对同名像点而言,上下视差 q 表示为^[17]:

$$q = \frac{B_x Z_2 - B_z X_2}{X_1 Z_2 - Z_1 X_2} Y_1 - \frac{B_x Z_1 - B_z X_1}{X_1 Z_2 - Z_1 X_2} Y_2 - B_y \tag{13}$$

由式(7)和式(9)可知, $B_x \sim B_z$ 和 $X_2 \sim Z_2$ 均为 $e_1 \sim e_2$ 的函数,实际计算值与其选择表达的参数有关。譬如,对于 B_x ,其另一种表达方式可以选择为 $B_x^2 = (-e_4^2 - e_5^2 - e_6^2 + e_7^2 + e_8^2 + e_9^2 + e_{11}^2 + e_{12}^2 + e_{13}^2)/2$ 。因此,当存在误差扰动时,选择不同的表达方式势必得到不同的相对方位元素值,从而导致上下视差的值不相同。

2 相对定向元素的严密解法

式(1)为严密相对定向模型,通常以 5 个独立的相对方位元素作为未知数,对其求取非线性方程的最小二乘解时,所得到的结果是初始值邻域内的局部最优解。因此,只要初始值满足一定的精度要求,总能得到一组局部最优的相对方位元素解,且不受地形起伏的影响。而由 § 1.3 的分析可知,由基础矩阵元素导出的相对方位元素其实并不精确,且在某些情况下容易出现解的二义性。欲得到精

确的相对定向结果,可以利用基础矩阵导出的相对方位元素作为初始值,通过基于上下视差的严密相对定向模型的迭代解法^[17]获得精确的相对定向元素值,具体计算过程如图 1 所示。

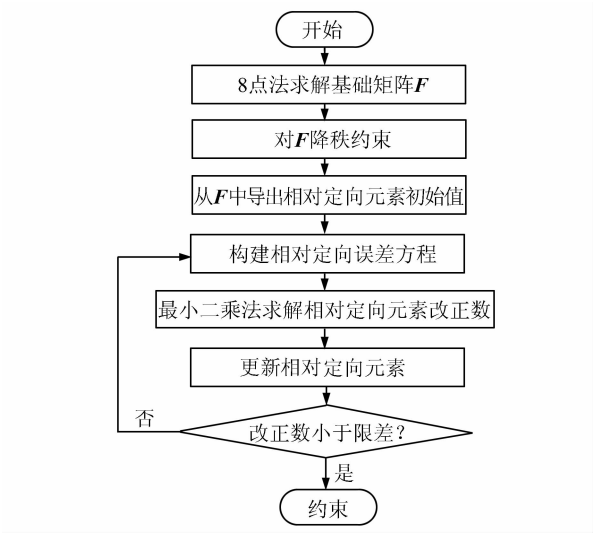


图 1 本文相对定向流程图
Fig. 1 Flowchart of Relative Orientation
Proposed in This Paper

3 实验及其结果分析

3.1 实验设计

为了验证方法的有效性和适应性,分别选用模拟影像和真实倾斜航摄影像对本文算法和传统相对定向方法进行了对比实验。

模拟影像是在某地区真实 DEM 和 DOM 基础上进行模拟航空摄影所获得的一组航摄影像。一共模拟了 4 个立体像对,主距均为 100 mm,像素大小为 10 μm ,影像量测均为全自动量测,其他基本参数列于表 1。对模拟影像采用自主开发的影像量测系统 WuCAPS^[18]进行自动影像量测,像点坐标量测精度约为 ± 0.5 像素。由于模拟影像的外方位元素是精确已知的,非常便于比较使用不同相对定向方法所求得的相对定向元素的准确性,并可验证本文方法的有效性。

| 表 1 模拟航摄影像基本参数 | | |
|---|------|------|
| Tab. 1 Basic Parameters of Simulative Aerial Images | | |
| 立体影像对 | 像对特点 | 覆盖地形 |
| 1 | 小倾角 | 平地 |
| 2 | 小倾角 | 山地 |
| 3 | 大倾角 | 平地 |
| 4 | 大倾角 | 山地 |

真实影像选用一组利用 SWDC-5 倾斜相机

在某摄站拍摄的 5 张影像,如图 2 所示,两两影像间构成立体像对,一共有10个立体像对,涵盖



图 2 低空倾斜航摄影像拍摄示意图
Fig. 2 Shooting Sketch of Low Altitude Oblique Images

了不同的旋转角度。SWDC-5 相机为 5 镜头倾斜摄影相机,5 个镜头的主距分别为 82. 008 mm、82. 147 mm、82. 386 mm、82. 324 mm、50. 698 mm,CCD 像元大小为 6. 0 μm ,像幅尺寸为 8 176 像素 \times 6 132 像素,地面采样间隔约 5 cm。采用影像匹配方法对该组影像进行了自动量测。

针对实验影像,分别采用如下 3 种方案进行相对定向。方案 *a* 为相对定向元素初始值为 0 的传统相对定向方法;方案 *b* 为 8 点法直接解求相对定向元素;方案 *c* 为 8 点法直接解作为初始值的严格相对定向方法(本文方法)。

利用各定向点上下视差残差的中误差来比较各种算法的有效性及其适用性。

3. 2 模拟影像的相对定向

采用上述三种方案对模拟航摄影像进行相对定向的结果列于表 2。

表 2 模拟航摄影像的相对定向结果
Tab. 2 Results of Relative Orientation with the Simulative Aerial Images

| 立体像对 | 像点数 | 实验方案 | 相对定向元素 | | | | | 精度/ μm |
|------|-----|-------------|-----------------|-----------------|----------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| | | | B_y/mm | B_z/mm | $\varphi/(^{\circ})$ | $\omega/(^{\circ})$ | $\kappa/(^{\circ})$ | |
| 1 | 146 | 真值 | 0. 050 | 0. 080 | 2. 000 | -3. 000 | 2. 000 | — |
| | | 方案 <i>a</i> | 0. 050 | 0. 079 | 1. 933 | -3. 021 | 1. 995 | 2. 4 |
| | | 方案 <i>b</i> | 0. 056 | 0. 088 | 1. 943 | -3. 217 | 1. 999 | 14. 5 |
| | | 方案 <i>c</i> | 0. 050 | 0. 079 | 1. 932 | -3. 020 | 1. 995 | 2. 4 |
| 2 | 138 | 真值 | -0. 030 | 0. 040 | -3. 000 | -1. 000 | 3. 000 | — |
| | | 方案 <i>a</i> | -0. 030 | 0. 039 | -3. 047 | -1. 008 | 2. 997 | 2. 0 |
| | | 方案 <i>b</i> | -0. 030 | 0. 041 | -3. 050 | -1. 008 | 2. 989 | 3. 3 |
| | | 方案 <i>c</i> | -0. 030 | 0. 039 | -3. 049 | -1. 009 | 2. 998 | 1. 9 |
| 3 | 87 | 真值 | -0. 600 | -0. 300 | -40. 000 | 50. 000 | 40. 000 | — |
| | | 方案 <i>a</i> | — | — | — | — | — | — |
| | | 方案 <i>b</i> | -0. 593 | -0. 306 | -40. 215 | 49. 883 | 40. 214 | 27. 5 |
| | | 方案 <i>c</i> | -0. 599 | -0. 300 | -40. 043 | -49. 994 | 40. 004 | 2. 2 |
| 4 | 95 | 真值 | -0. 500 | -0. 100 | 40. 000 | -50. 000 | 40. 000 | — |
| | | 方案 <i>a</i> | — | — | — | — | — | — |
| | | 方案 <i>b</i> | -0. 500 | -0. 100 | 40. 016 | -50. 015 | 40. 013 | 6. 4 |
| | | 方案 <i>c</i> | -0. 500 | -0. 100 | 39. 985 | -49. 995 | 40. 001 | 2. 4 |

注:“—”表示无结果或迭代不收敛。

分析表 2 的模拟实验结果可以看出:
1) 由于立体像对 1 和 2 都是常规航摄影像对,采用方案 *a* 和方案 *c* 所求得相对定向元素非常接近其真值,线元素相差不超过 2. 5%,角元素相差不超过 4',且相对定向精度均优于 1/4 像素;但采用方案 *b* 时,由于只使用秩约束,没有顾及到基础矩阵各元素之间的相关性,相对定向精度比较低,相对定向元素的计算值与其真值存在较大的差异,此时线元素相差为 12%,角元素相差达到了 13'。
2) 对于立体像对 3 和 4,由于影像倾角较大,当相对方位元素初值为 0 时,传统的相对定向方案 *a* 失败,但使用方案 *b* 和方案 *c* 都得到了接近

真值的相对定向元素解,且本文方法无论是在精度还是在与其真值的接近程度上,都优于方案 *b*。
3) 比较立体像对 1 与 2,3 与 4 的相对定向精度发现,无论是山区还是平地影像,以基础矩阵导出的相对方位元素作为初始值进行迭代求解后,都能达到几乎相同的精度,这说明方案 *c* 不受地形约束。此外,使用方案 *b* 解得的山区影像的相对定向精度明显高于平坦地区影像的相对定向精度。由式(12)知,当地面点大致位于一个平面上时,会出现基础矩阵解的不稳定现象,此时较小的误差扰动将造成较大的计算误差,致使山区影像的相对定向精度明显高于平地影像。因此,采

用 8 点法直接求解时,立体像对的同名像点尽量不要选在一个平面上。

通过这一模拟实验不难看出,在精度要求不高的情况下,使用方案 *b* 能够得到较为精确的相对定向元素值,但欲获得更高精度的相对方位元素,则需要使用方案 *c*,即先通过基础矩阵导出相

对方位元素的初始值,然后通过严密相对定向模型进行迭代求解。

3.3 低空倾斜摄影影像的相对定向

针对倾斜摄影的低空侧视影像(图 2),采用传统相对定向方案 *a* 迭代计算不收敛,采用方案 *c* 进行相对定向的结果列于表 3。

表 3 低空倾斜摄影影像的相对定向结果
Tab. 3 Results of Relative Orientation with Low Altitude Oblique Images

| 立体像对 | 像点数 | 相对定向元素 | | | | | 精度/ μm |
|-----------|-----|-----------------|-----------------|----------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| | | B_y/mm | B_z/mm | $\varphi/(^{\circ})$ | $\omega/(^{\circ})$ | $\kappa/(^{\circ})$ | |
| 影像 2/影像 1 | 85 | -0.929 2 | 0.946 1 | 46.323 | -27.689 | 38.683 | 2.0 |
| 影像 3/影像 1 | 103 | 0.498 9 | -0.757 5 | -10.255 | -3.879 | 6.158 | 2.0 |
| 影像 4/影像 1 | 204 | -0.280 3 | -2.141 0 | 48.371 | -16.951 | 211.311 | 1.7 |
| 影像 5/影像 1 | 76 | -1.178 6 | -0.647 8 | 22.378 | -11.736 | -51.771 | 1.6 |
| 影像 3/影像 2 | 39 | -1.391 1 | 0.041 5 | 59.903 | 28.198 | -165.909 | 2.2 |
| 影像 4/影像 2 | 50 | -0.079 6 | -0.881 3 | 270.715 | -1.236 | -1.373 | 2.4 |
| 影像 5/影像 2 | 44 | -0.084 5 | -0.891 5 | -43.315 | -0.425 | -0.065 | 2.4 |
| 影像 4/影像 3 | 34 | 0.603 9 | -0.552 2 | -54.382 | -28.721 | -37.921 | 1.8 |
| 影像 5/影像 3 | 59 | -1.166 3 | 1.109 6 | 3.274 | -12.772 | 43.085 | 2.3 |
| 影像 5/影像 4 | 64 | -0.095 5 | 1.108 2 | 46.171 | 0.939 | -0.106 | 2.1 |

从表 3 中 10 个立体像对的相对定向结果可以看出,本文方法完全能够适用于倾斜摄影的大倾角航摄影像对的相对定向。由于影像倾角大,影像间的旋偏角也大,传统相对定向方法并不适用,而采用本文方法进行相对定向达到了约 $\pm 1/3$ 像素的精度,满足了大倾角低空摄影测量恢复相邻影像间相对位置关系的应用需求,这对目标的三维重建是有益的。

4 结 语

针对严密相对定向模型解算需要较好初始值的问题,本文提出了通过构建影像间基础矩阵来求解相对定向元素初始值的方法,并利用 8 点法求解基础矩阵所获得的初始值迭代计算了相对定向元素的精确值。经对模拟和真实倾斜航摄影像的相对定向实验证实,该方法完全适用于低空遥感平台所拍摄的大倾角航摄影像以及倾斜摄影影像的相对定向。

由于求解基础矩阵元素过程中,待求解参数间存在相关性,参数的求解精度受像点量测误差的影响较大,虽然基础矩阵秩亏约束具有一定的抗误差干扰性,但效果改善并不显著,而采用本文方法求解需要较高的影像量测精度。由于实验影像所限,本文相对定向方法的稳健性和普适性还需要更大规模的实验研究。

参 考 文 献

[1] Mikhail E M, Bethel J S, Mcglone J C. Introduc-

tion to Modern Photogrammetry [M]. UK: John Wiley & Sons, 2001

[2] Horn B K P. Relative Orientation [J]. *International Journal of Computer Vision*, 1990, 4(1):59-78

[3] He Haiqing. The Study of Strips Reconstruction Oriented Data Processing Methodology in Low-altitude Photogrammetry [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(4):440-440 (何海清. 低空摄影测量航带重构及数据处理方法研究[J]. 测绘学报, 2014, 43(4): 440-440)

[4] Yuan Xiuxiao, Gao Yu, Zou Xiaorong. Application of GPS-supported Aerotriangulation in Large Scale Topographic Mapping Based on Low-altitude Photogrammetry [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(11):1 289-1 293 (袁修孝, 高宇, 邹小容. GPS 辅助空中三角测量在低空航测大比例尺地形测图中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2012, 37(11):1 289-1 293)

[5] Zhang Yongjun. Geometric Processing of Low Altitude Remote Sensing Images Captured by Unmanned Airship [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2009, 34(3):284-288 (张永军. 无人驾驶飞艇低空遥感影像的几何处理[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2009, 34(3):284-288)

[6] Zhang Yongjun, Hu Binghua, Zhang Jianqing. Relative Orientation Based on Multiple Conjugate Features [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40(2):194-199 (张永军, 胡丙华, 张剑清. 基于多种同名特征的相对定向方法研究[J]. 测绘学报, 2011, 40(2):194-199)

- [7] Chen Yi, Lu Jue, Zheng Bo. Research on Close-range Photogrammetry with Big Rotation Angle [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2008, 37(4):458-468 (陈义, 陆珏, 郑波. 近景摄影测量中大角度问题的探讨[J]. 测绘学报, 2008, 37(4):458-468)
- [8] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003
- [9] Armangue X, Salvi J. Overall View Regarding Fundamental Matrix Estimation [J]. *Image and Vision Computing*, 2003, 21(2):205-220
- [10] Higgins H. A Computer Algorithm for Reconstructing a Scene from Two Projections [J]. *Nature*, 1981, 293(10):133-135
- [11] Pan H P. A Direct Closed-form Solution to General Relative Orientation of Two Stereo Views [J]. *Digital Signal Processing*, 1999, 9(3):195-221
- [12] Golub G H, van Loan C F. Matrix Computations [M]. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1989
- [13] Zhang Y J, Huang X, Hu X Y, et al. Direct Relative Orientation with Four Independent Constraints [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2011, 66(6):809-817
- [14] Stewenius H, Engels C, Nister D. Recent Developments on Direct Relative Orientation [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2006, 60(4):284-294
- [15] Wang J, Lin Z, Ren C. Relative Orientation in Low Altitude Photogrammetry Survey [J]. *ISPRS International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2012, 1:463-467
- [16] Nister D. An Efficient Solution to the Five-point Relative Pose Problem [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(6):756-770
- [17] Zhang Jianqing, Pan Li, Wang Shugen. Photogrammetry [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2012 (张剑清, 潘励, 王树根. 摄影测量学[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2012)
- [18] Yuan Xiuxiao. A Novel Method of Systematic Error Compensation for a Position and Orientation System [J]. *Progress in Natural Science*, 2008, 18(8):953-963

Oblique Aerial Image Relative Orientation Based on Fundamental Matrix

YUAN Xiuxiao^{1,2} CHEN Shiyu¹ ZHONG Can¹

1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430049, China

2 Collaborative Innovation Center for Geospatial Technology, Wuhan 430049, China

Abstract: To resolve the oblique image relative orientation problem, in this paper a novel method for relative orientation is proposed based on a fundamental matrix. Firstly, the fundamental matrix is constructed by direct linear transformation, then the elements of relative orientation are deduced with an optimal matrix. Accuracy factors are analyzed for this model, and finally, to get a more accurate solution deploying a rigorous model for relative orientation to the γ -parallax, an iterative method is employed that takes elements derived from the essential matrix as the approximate values of the relative orientation elements. Experimental results show that our proposed method is feasible for both traditional aerial images and oblique images, and meets the requirements for stereo-model reconstruction in photogrammetric operations.

Key words: oblique image; relative orientation; γ -parallax; fundamental matrix

First author: YUAN Xiuxiao, PhD, professor. He is concentrated on the research and education in remote sensing, GPS and their integration. E-mail: yuanxx@whu.edu.cn

Foundation support: The National Key Developing Program for Basic Sciences of China, No. 2012CB719902; the National Natural Science Foundation of China, No. 41371432; National Science and Technology Major Project of China, No. 50-H31D01-0508-13/15.