ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ «КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ» (модуль 1). 2 КУРС, 3 СЕМЕСТР, ИУ6.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^{1} dx \int_{-1}^{2x} f(x,y) dy + \int_{-1}^{2} dx \int_{-1}^{2/x} f(x,y) dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 9x$, x = y, x + y = 2.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $z = x^2 + y^2 + 1$ (внутри параболоида).

Вариант 2.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{0}^{4} dx \int\limits_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 4y^2$, z = 0, x = 4.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2-z^2=9,\,z=0,\,z=4.$

Вариант 3.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^{1} dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x,y) dx.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4x$; $z^2 = 4 4x$; y = 0; x + y = 2.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $(x-1)^2 + y^2 = 1$; z = 0.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{0}^{2} dx \int_{-\infty}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y) dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 = 4y$; y + z = 4; y + 2z = 4. 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, z = 0; x + y + z = 4.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{2}^{4} dy \int\limits_{y/2}^{y} f(x,y) dx$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $y = x^2$; y = 1; z = 0.
- 3. Вычислить объёмы частей шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$, на которые он делится плоскостью z = 1.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^3 dx \int\limits_{x^2}^{3+2x} f(x,y) dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 y^2$; x = 0; z = x.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $(x-1)^2+y^2=1; z=0; x+y+z=4.$

Вариант 7.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{y^2-1}^{y^2/2} f(x,y) dx.$ 2. Вышистия:
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 1 x^2$; $z = 1 y^2$; z = 0.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2+z^2=16,\,z=\sqrt{7},\,z=2\sqrt{3}.$

Вариант 8

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\infty}^{2} dx \int_{-\infty}^{2x} f(x,y) dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: z = 4xy; z = 0; y = 2; x + y = 4, y > 2.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 y^2$; $z = 2x^2 + y^2$.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int dx \int dx \int dx \int dx \int dx \int dx$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = y$, $z^2 = 4 y$, x + y = 4, x = 0.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=9-x^2-y^2,\,z=0,\,x^2+y^2=4$ (вне цилиндра).

Вариант 10.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-1+\sqrt{2x-x^2}}^{1-\sqrt{2x-x^2}} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 z^2 = 4$; $x^2 + y^2 = 9$.
- 3. Вычислить объём тела ограниченного поверхностями: $z = 4 x^2$; y = 0; z = y.

Вариант 11.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-\infty}^{0} dy \int_{-\infty}^{\sqrt{4+y^2}} f(x,y) dx.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4y$; x = y; x + y = 2.
- 3. Вычислить объём тела ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 6$; $z = x^2 + y^2$ (внутри параболоида).

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{0}^{2} dx \int_{-\sqrt{4x-x^2}}^{0} f(x,y)dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2$; $z = 1 y^2$.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y=0;\,z=0;\,x+y+z=4;\,2x+z=4.$

Вариант 13.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{-y}}^{\sqrt{y+1}} dx.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=y;\,y=x^2;\,z=2-y.$
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=y;\,y=x^{z};\,z=2-y.$

Вариант 14.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{-y^2/2}^{1-y^2} f(x,y) dx.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; z = 0; y = 1; y = 2x; y = 6 x.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = x^2 + y^2$; $2z^2 = x^2 + y^2 + 1$.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-}^{\sqrt{3}} dy \int_{-}^{\sqrt{1+y^2}} f(x,y) dx$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=2-x^2; \ z=x; \ y=x; \ y=2x, \ (x\geqslant 0, y\geqslant 0).$ 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=\sqrt{x^2+y^2+1}$; $z=\sqrt{3-x^2-y^2}.$

Вариант 16.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{2-\sqrt{8-(x-2)^2}}^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = y^2$; z = 4; y = 3 x; x = 0.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$; $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (вне цилиндра).

2

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^{1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{x} f(x,y)dy + \int_{1}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dy.$$

- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = 2x^2 + 2y^2$; $(x 1)^2 + y^2 = 1$.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: z = 0; y = 2 + 2x; y = x/2 1; x + y = 2; $z = 1 + y^2$.

Вариант 18.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{0}^{2}dx\int\limits_{-\sqrt{\delta-x^{2}}}^{\sqrt{4x-x^{2}}-2}f(x,y)dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; $z = x^2 + 2y^2$; y = x; y = 2x; x = 1.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=10-x^2; z=0; x^2+y^2=4; x^2+y^2=9.$

Вариант 19.

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-x^2-4x}}^{\sqrt{-x^2-4x}} f(x,y)dy + \int_{-2}^{\sqrt{8}} dx \int_{-\sqrt{8-x^2}}^{\sqrt{8-x^2}} f(x,y)dy.$$

- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 + 2y^2 = 8$; y = x 2; y = -x 2.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: z = 0; $z = 4 x^2 y^2$; $z = 2(4 x^2 y^2)$; $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$; $y = \sqrt{3}x; (x \ge 0); (y \ge 0).$

Вариант 20.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{2x-1}^{(x+1)/2} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + 2y^2$; $z = 8 x^2$.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = \frac{2}{y}$; x + y + z = 3; z + y 2x = 3.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-\infty}^{0}dx\int\limits_{-\infty}^{\sqrt{-x}}f(x,y)dy+\int\limits_{-\infty}^{2}dx\int\limits_{-\infty}^{\sqrt{x}}f(x,y)dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=4-x^2-y^2;\,z=4-2y.$
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 y^2$; z = 0, $y = 2 x^2$

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{0}^{2} dx \int_{-\infty}^{2+\sqrt{4-x^2}} f(x,y) dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 4 x^2$; y + z = 4; z = 0; y = 0.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=6; z=10-x^2-y^2$

Вариант 23.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{(0)}^{(0/3)} dx \int_{2x-2}^{\sqrt{4+x^2}} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 8 x^2$; z = 3y; z = 8 y; y = 0.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = 5 x^2 y^2$; z = 1.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int dy \int f(x,y) dx$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $4z = x^2$; y = 0; y + z = 4.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; z = 1; z = 4.

Вариант 25.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int dx \int dx \int dx \int dx dy$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: y + z = 2; z = 0; 4z + 2y + x = 8; 2z + x + y = 4.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z = x^2 + y^2$; z = 2x.

Вариант 26.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{5} dx \int\limits_{-\sqrt{1+x^2}}^{\cdot} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y+z=2; y=0; z=2x^2; z=4x^2-2.$
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=5-x^2-y^2\;; z=5-4x.$

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-3}^{0}dx\int\limits_{0}^{3+x}f(x,y)dy+\int\limits_{0}^{3}dx\int\limits_{2x}^{3+x}f(x,y)dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: z = 0; y = x + 1; y = 5 x; $y = \sqrt{4 z}$; $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 z}$.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $y = \pm x$; $x^2 + y^2 = 1$; x = 4; z = 0; z = x; $(x \ge 0)$.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x/2}^{2x} f(x,y) dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_{x/2}^{2/x} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 9x$, x = y, x + y = 2x
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 + z^2 = 5$, $z = x^2 + y^2 + 1$ (внутри параболоида).

Вариант 29.

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{0}^{4} dx \int\limits_{\sqrt{4x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x,y) dy.$
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=x^2-4y^2,\,z=0,\,x=4.$
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2 + y^2 z^2 = 9$, z = 0, z = 4.

Вариант 30.

4

- 1. Изменить порядок интегрирования: $\int_{-1}^{1} dy \int_{x/2-1}^{1-y^2} f(x,y) dx$.
- 2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z^2 = 4x$; $z^2 = 4 4x$; y = 0; x + y = 2.
- 3. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: $z=x^2+y^2$; $(x-1)^2+y^2=1$; z=0