

Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

*Методические указания к лабораторной работе О-62
по курсу общей физики*

Под редакцией И.Н. Фетисова

Москва

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

2008

УДК 535.42
ББК 22.343.4
О-862

Рецензент *А.М. Хорохоров*

Отражательная дифракционная решетка: Метод, указания к лабораторной работе О-62 по курсу общей физики / Г.В. Балабина, О.С. Еркович, С.П. Еркович, Г.В. Подгузов; Под ред. И.Н. Фетисова. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. — 18 с.: ил.

Изложены основы теории дифракции света в параллельных лучах, рассмотрены основные характеристики отражательной дифракционной решетки как спектрального прибора.

Для студентов 2-го курса всех специальностей МГТУ им. Н.Э. Баумана.

УДК 535.42
ББК 22.343.4

Цель работы — определение параметров отражательной дифракционной решетки с помощью дифракционного спектра и ознакомление с дифракционными картинками различных типов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Дифракцией называют совокупность явлений, наблюдаемых при распространении волн в среде с резкими неоднородностями. В первоначальном узком смысле дифракцией волн называли явление огибания волнами препятствий, в современном, более широком, — любое отклонение от законов геометрической оптики при распространении волн. В таком более общем толковании дифракция тесно переплетается с явлениями распространения и рассеяния волн в неоднородных средах. Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени. Например, звук может быть услышан за углом дома (вне зоны прямой видимости источника), а радиоволна может проникнуть за горизонт даже без отражения от ионосферы.

Дифракционные явления практически не зависят от природы дифрагирующих полей, в большинстве случаев их можно описать линейными волновыми уравнениями или вытекающими из них интегральными соотношениями. Важнейшим из них является принцип Гюйгенса — Френеля, согласно которому волновое поле в произвольной точке пространства складывается из вторичных волн, испускаемых некоторыми фиктивными источниками на поверхности (строго говоря, замкнутой), отделяющей эту точку от источника первичной падающей волны. Бесконечно малые элементы волновой поверхности можно рассматривать как источники вторичных сферических когерентных волн, амплитуды которых пропорциональны площади элемента; амплитуда колебаний в лю-

бой точке пространства за волновой поверхностью определяется интерференцией вторичных волн.

В данной работе мы будем изучать дифракцию световых волн на отражательной дифракционной решетке.

Дифракционная решетка — спектральный прибор, представляющий собой совокупность большого числа регулярно расположенных штрихов (канавок, щелей или выступов), нанесенных на плоскую или вогнутую оптическую поверхность. Дифракционные решетки используются в спектральных приборах для пространственного разложения электромагнитного излучения в спектр.

Наилучшими спектральными качествами обладают отражательные дифракционные решетки. Они представляют собой зеркальные (металлические) поверхности, на которые нанесены параллельные штрихи. Фронт световой волны разбивается штрихами дифракционной решетки на отдельные когерентные пучки, которые, претерпев дифракцию на штрихах, интерферируют. Результирующая интерференционная картина образуется в отраженном от решетки свете. В прозрачных дифракционных решетках штрихи нанесены на прозрачную (стеклянную) поверхность, и интерференционная картина наблюдается в проходящем свете.

С момента появления дифракционных решеток основным и доведенным до высочайшего совершенства способом нанесения штрихов является их нарезка резцом соответствующего качества (например, алмазным) при помощи специальной механической делительной машины. В современной оптической технике применяется также множество других способов, основанных, в частности, на фотохимии (например, голография). Для изготовления вспомогательных решеток невысокого качества («реплик») применяют штамповку.

В современных дифракционных решетках число линий на 1 мм может достигать 2000–3000, т. е. оно оказывается одного порядка с длиной электромагнитных волн оптического диапазона спектра (под оптическим диапазоном понимают видимый и примыкающие к нему ультрафиолетовый и инфракрасный диапазоны спектра электромагнитных волн). Принципиальное значение для оптической спектроскопии имеет свойство дифракционной решетки отражать излучение не только по условию зеркального отражения, но и в направлениях, определяемых свойствами дифракционной

решетки. Это обусловлено явлением дифракции излучения, которое в применении к нашей задаче мы сейчас рассмотрим. Наше рассмотрение будет основано на принципе Гюйгенса — Френеля.

Изменение электромагнитной волны в процессе ее взаимодействия с некоторой поверхностью, являющейся границей раздела двух сред, можно представить как результат действия вторичных источников электромагнитных волн, распределенных по этой поверхности и возбуждаемых падающей волной (рис. 1).

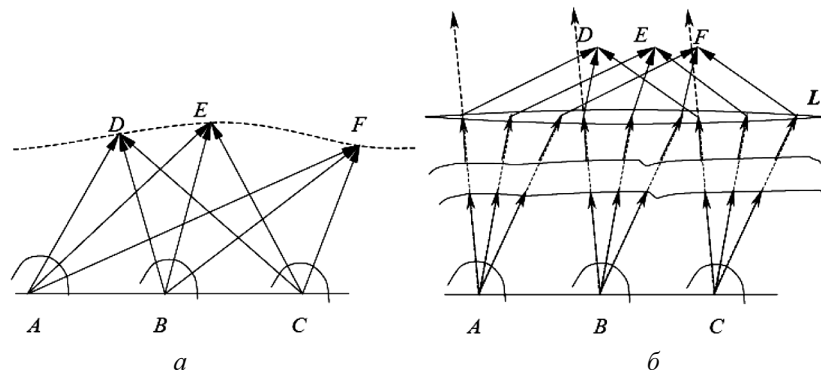


Рис. 1. Распространение вторичных волн при дифракции:

а — при наблюдении в ближней зоне (дифракция Френеля); *б* — при наблюдении в бесконечности («в параллельных пучках», или дифракция Фраунгофера); *L* — объектив; *A, B, C* — источники вторичных сферических когерентных волн; *D, E, F* — точки пространства, в которых наблюдается интерференция вторичных волн

Описав поведение совокупности этих источников, т. е. амплитуду, фазу и поляризацию колебаний вектора дипольного момента в каждом из этих источников, мы найдем и свойства возбуждаемых ими вторичных волн.

В зависимости от того, в какой области пространства строят дифракционную картину (в ближней зоне или в бесконечности), рассматривают различные случаи дифракции: соответственно Френеля и Фраунгофера. При описании дифракционных решеток с плоской подложкой рассматривают случай дифракции Фраунгофера, поскольку математические выражения для случая «дифракции в параллельных пучках» наиболее просты, а следовательно, проще и обработка спектроскопических данных, получаемых та-

ким путем. Разумеется, наблюдать дифракционную картину в прямом смысле слова в бесконечности затруднительно, поэтому на пути дифрагировавшего пучка помещают объектив, а поверхность регистратора (фотопластинки или фотоэлектрического датчика со щелью) устанавливают в фокальной плоскости этого объектива.

Рассмотрим дифракцию плоской монохроматической волны на плоской поверхности, содержащей параллельные равноотстоящие штрихи. Прежде всего надо договориться, что мы будем понимать под штрихом. В данной работе мы можем ограничиться простейшим рассмотрением, т. е. пренебречь деталями формы и коэффициента отражения поверхности в пределах штриха, а просто первоначально считать каждый штрих очень узкой (много более узкой по сравнению с расстоянием между самими штрихами) и идеально отражающей полоской. Поверхность подложки за пределами штриха, наоборот, будем считать не отражающей излучение (идеально черной). На рис. 2 показано сечение дифракционной решетки плоскостью, перпендикулярной к ее подложке и к волновому фронту падающей волны. Коллиматор L_1 , в фокальной плоскости которого находится источник света O , дает параллельный пучок от источника O , освещающий решетку. Дифрагировавший свет попадает в объектив L_2 , так что интерференционная картина наблюдается в фокальной плоскости объектива (в точке O_1).

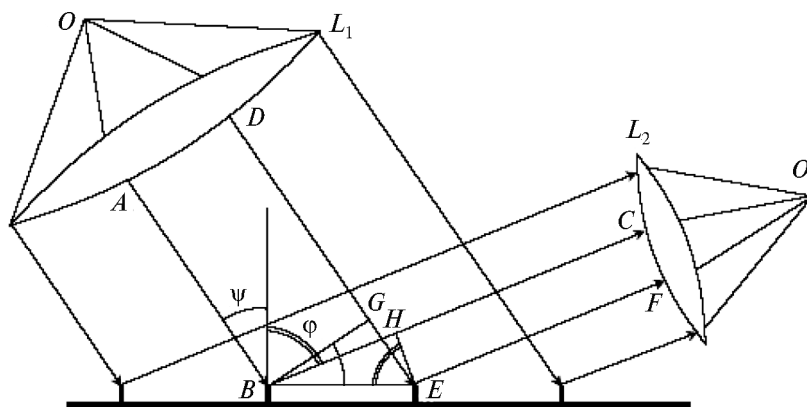


Рис. 2. Дифракция на отражательной решетке

Вторичные источники электромагнитных волн локализованы на поверхности штрихов решетки, т. е. в точках B, E, \dots . Для нахождения интерференционной картины в точке O_1 нужно рассмотреть интерференцию пучков, дифрагировавших в определенном направлении, а именно в том, которое после фокусировки объективом L_2 перейдет в указанную точку O_1 . В итоге наша задача сводится к нахождению оптической разности хода вдоль ломаных линий ABC и DEF , проходящих через два соседних штриха решетки. Тогда мы найдем и разность хода между любыми парами параллельных пучков, т. е. получим искомую интерференционную картину в точке O_1 .

Расстояние d между двумя соответствующими точками соседних штрихов решетки называется *периодом* (или *постоянной*) решетки. Угол ψ между нормалью к решетке и направлением падающих на нее лучей называют *углом падения*, угол φ между нормалью к решетке и направлением дифрагировавших лучей — *углом дифракции*. Из рис. 2 нетрудно заметить, что вдоль ломаных линий ABC и DEF излучение проходит неодинаковые пути. Расстояния AB и DG от источника до плоскости BG , перпендикулярной падающим на решетку пучкам, одинаковы, и точно так же одинаковы расстояния EF и HC от плоскости EH , перпендикулярной отраженным пучкам, до точки их пересечения. Но отрезки GE и BH различны:

$$GE = BE \sin \psi = d \sin \psi,$$

$$BH = BE \sin \varphi = d \sin \varphi.$$

Оптическая разность хода лучей

$$\Delta = BH - GE = d(\sin \psi + \sin \varphi). \quad (1)$$

Здесь учтено *правило знаков*: за положительное направление углов принят поворот по ходу часовой стрелки: поэтому угол ψ следует считать отрицательным (угол отсчитывается от вертикали к плоскости падения).

Если разность хода лучей Δ равна целому числу длин световых волн, то волны, отраженные от соседних штрихов решетки, придут в точку O_1 в одинаковой фазе. Амплитуда колебаний в этой точке

будет суммой амплитуд колебаний, созданных волнами, отраженными от соседних штрихов решетки. Очевидно, что волны, отраженные от всех других штрихов решетки, также придут в точку O_1 , будучи синфазными. Таким образом, в точке O_1 будет наблюдаться максимальная освещенность. Главные максимумы дифракционной картины удовлетворяют условию

$$\Delta = d(\sin \psi + \sin \varphi) = \pm m\lambda, \quad (2)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$ — порядок максимума.

Существует строгое математическое доказательство того, что во всех точках, для которых условие (2) не выполнено, света практически не будет (отношение интенсивностей линии и фона имеет порядок величины N , где N — полное число штрихов решетки, на которых дифрагирует плоская волна). Здесь мы опустим это доказательство, а лишь ограничимся констатацией того факта, что вклады от разных штрихов решетки в полную интерференционную картину в этом случае будут иметь всевозможные (разные) фазы, т. е. в сумме интерференционные члены большей частью взаимно скомпенсируются. В пределе при $N \rightarrow \infty$ как абсолютная, так и относительная интенсивность фона будут стремиться к нулю.

Таким образом, если щель коллиматора освещена монохроматическим светом, то в направлениях, заданных условием (2), будут наблюдаться резкие линии — изображения щели. Если источник не монохроматический, то дифракционные максимумы для разных длин волн будут наблюдаться под разными углами, т. е. свет будет разложен в спектр — сплошной или линейчатый — в зависимости от свойств источника.

Из формулы (2) видно, что интерференционный максимум нулевого порядка ($m = 0$) наблюдается в направлении зеркального отражения: $\psi = -\varphi$. Положение этого максимума не зависит от длины волны. По обе стороны от него располагаются спектры первого порядка ($m = 1$), затем второго ($m = 2$) и т. д., вплоть до углов дифракции, близких к 90° (скользящий луч). Начиная просмотр спектров от линии нулевого порядка, нетрудно определить, к спектру какого порядка относится та или иная линия, даже не смотря на то, что спектры второго и более высоких порядков почти всегда частично перекрываются. Кроме того, интенсив-

ность максимумов падает с ростом их порядка, т. е. с увеличением угла дифракции φ .

Для наблюдения спектра и измерения длин волн решетку устанавливают на столик гониометра. Наводя трубу последовательно на изображение щели в неотклоненных лучах на линию нулевого порядка и интересующую нас спектральную линию, можно определить углы φ и ψ .

Уравнение (2) позволяет рассчитать период дифракционной решетки d , если измерены угол падения ψ и угол дифракции φ .

Если источник испускает свет сложного спектрального состава, то дифракционная картина представляет собой ряд спектров, расположенных симметрично относительно общего для всех линий нулевого максимума. В спектре каждого порядка максимумы для более коротких волн располагаются ближе к нулевому максимуму. Максимумы для более длинных волн находятся дальше от него.

Зная период решетки d , легко рассчитать число штрихов, нанесенных на один миллиметр ширины решетки:

$$n = \frac{l}{d}, \quad (3)$$

где $l = 1$ мм.

Одной из основных характеристик дифракционной решетки является ее угловая дисперсия, которая характеризует угловое расстояние между близкими спектральными линиями. *Угловой дисперсией* решетки называют величину, определяемую приращением угла дифракции при изменении длины волны на единицу:

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}. \quad (4)$$

Дисперсия решетки является характеристикой растянутости спектра вблизи данной длины волны. Формулу для расчета угловой дисперсии решетки можно получить, дифференцируя уравнение (2):

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (5)$$

Таким образом, угловая дисперсия решетки тем больше, чем больше порядок спектра m и угол дифракции φ .

Для решеток с разными периодами дисперсия D больше у решетки с меньшим периодом.

Обычно в пределах одного порядка $\cos \varphi$ изменяется незначительно (особенно для решеток с небольшим значением n), поэтому дисперсия в пределах одного порядка практически не изменяется. Спектр, полученный при постоянной дисперсии, растянут равномерно во всей области длин волн, что выгодно отличает спектр решетки от спектра, даваемого призмой.

Второй важной характеристикой дифракционной решетки является ее *разрешающая способность* R . В спектроскопии принято считать, что оптический прибор разрешил две линии спектра, если изображения этих линий в спектре, полученном с помощью данного прибора, видны раздельно. Если изображения двух линий сливаются в одну, то говорят, что прибор их не разрешил. Одни и те же линии спектра могут быть разрешены одним спектральным прибором и не разрешены другим. Это явление связано с шириной максимумов интенсивности этих линий.

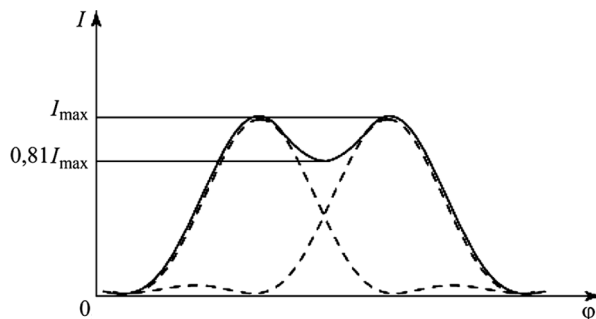


Рис. 3. Иллюстрация к критерию Рэлея

В соответствии с критерием Рэлея, подтвержденным и проверенным опытом, принято считать разрешение полным, когда максимум интенсивности одной из линий совпадает с минимумом другой (рис. 3). Согласно критерию, эти две спектральные линии одинаковой интенсивности (распределение интенсивности моно-

хроматического света $I(\varphi) = I_{\max} \left(\frac{\sin(\varphi/2)}{\varphi/2} \right)^2$ разрешаются. Отношение результирующей интенсивности в минимуме к интенсивности спектральной линии в максимуме равно $8/\pi^2 = 0,81$.

Разрешающая способность является величиной безразмерной. Чем она больше, тем более близкие по длине волны линии способны разрешить прибор. По определению

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где λ — длина волны, вблизи которой проводится измерение; $\delta\lambda$ — минимальная разность длин волн двух спектральных линий, воспринимаемых в спектре отдельно. Можно показать, что разрешающая способность решетки

$$R = mN, \quad (6)$$

где m — порядок спектра, в котором проводятся измерения; N — общее число штрихов рабочей части решетки, т. е. той ее части, через которую проходит исследуемое излучение и от которой зависит результирующая дифракционная картина.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Целью данной работы является изучение дифракционной решетки как спектрального прибора и определение ее характеристик: периода, числа штрихов на один миллиметр, угловой дисперсии, разрешающей способности.

Описание лабораторной установки

Схема лабораторной установки показана на рис. 4.

Установка смонтирована на двух составных основаниях, на которых закреплены источник излучения — ртутная лампа в кожухе 1, коллиматор 2 типа МГТ 2,5*17,5 на стойке 6 и гониометрический столик 5 со зрительной трубой 4, закрепленной на его алидаде. На

кожухе лампы имеется прорезь, на которую устанавливается щель. Исследуемый объект 3 (дифракционная решетка) закреплен в оправе с вклеенными магнитами и устанавливается на основание гониометрического столика.

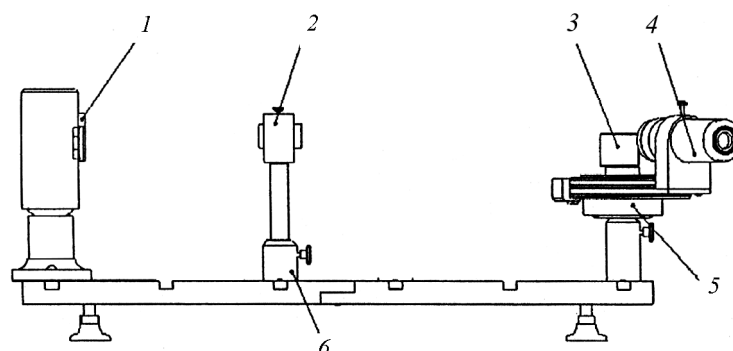


Рис. 4. Схема лабораторной установки

Углы поворота столика 5 отсчитывают по угловой шкале с нониусным отсчетом. Излучение от ртутной лампы, заполняющее щель, преобразуется коллиматором 2 в параллельный пучок, который направляется на дифракционную решетку, установленную на столике гониометра 5. Излучение наблюдают визуально с помощью зрительной трубы 4, сфокусированной на бесконечность, что позволяет восстановить изображение щели. Угол отклонения излучения измеряется по отсчетной шкале столика. Значения целых градусов отсчитывают по шкале лимба от нуля нониуса. К данным этого отсчета следует добавить количество десятых долей, снятых по шкале нониуса — первое деление нониуса, совпадающее с каким-либо делением шкалы лимба.

Дифракционная решетка представляет собой очень тонкий и дорогой прибор, и с ней нужно обращаться с величайшей осторожностью. Совершенно недопустимо прикасаться к поверхности решетки и тем более протирать ее. Получая решетку у дежурного лаборанта, студент должен проверить состояние ее поверхности (отсутствие царапин, следов пальцев и т. п.) и вернуть ее после работы в том же состоянии.

Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение параметров отражательной дифракционной решетки.

1. Включить лампу.
2. Вращая зрительную трубу 4, найти изображение щели. Совместить вертикальную нить окуляра с изображением щели и вращением столика 5 установить деления шкалы (лимба) и нониуса гониометра в нулевое положение.
3. Поставить на предметный столик 5 дифракционную решетку 3 так, чтобы пучок света скользил вдоль поверхности решетки и при этом было видно изображение щели (рис. 5).

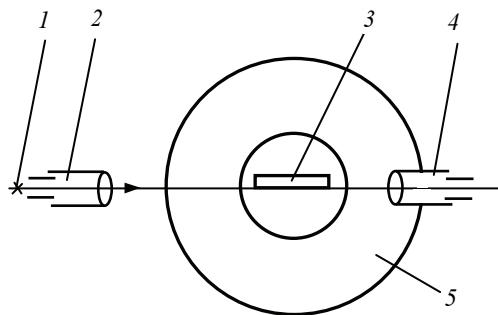


Рис. 5. Схема для определения начала отсчета светового луча

4. Повернуть столик с решеткой по ходу часовой стрелки приблизительно на $50 \dots 60^\circ$ и визуально получить спектральную картину в отраженном свете. С помощью зрительной трубы найти изображение щели, соответствующее нулевому максимуму ($m = 0$). Совместить вертикальную нить окуляра с изображением щели и по лимбу и нониусу определить угол β_0 . (рис. 6). В этом случае угол падения луча ψ на решетку по величине будет равен углу дифракции φ (или как следует из формулы (2) при $m = 0$ имеет место зеркальное отражение: $\psi = -\varphi$). Поворачивая трубу вправо и влево от изображения щели ($m = 0$), определить углы β_λ для всех видимых линий спектра первого порядка ($m = 1$).

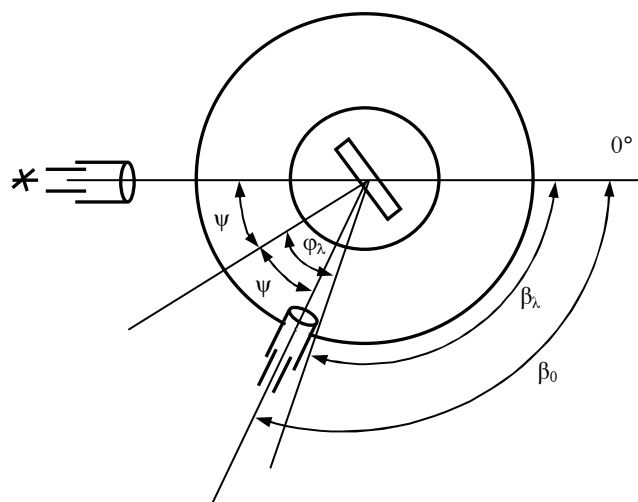


Рис. 6. Схема для определения углов дифракции

5. Определить угол падения лучей ψ по формуле

$$\psi = \frac{180^\circ - \beta_0}{2}.$$

6. Найти углы дифракции φ_λ для каждой измеренной линии по формуле

$$\varphi_\lambda = \psi + \beta_0 - \beta_\lambda.$$

Действия, описанные в пп. 4–6, повторить еще дважды для получения средних углов φ_λ . Данные занести в табл. 1.

7. Определить длины волн λ соответствующих линий спектра по формуле (2). При использовании данной формулы необходимо учитывать правило знаков для углов. Кроме того, нужно подставлять в формулу значения синусов средних углов. Период решетки d задается. Для проверки результатов можно использовать данные табл. 2.

8. Для двух наиболее близких линий одного цвета найти разрешающую способность решетки $R = \lambda / \delta\lambda$.

9. Для этих же линий найти угловые дисперсии $D_{\varphi 1}$ и $D_{\varphi 2}$ по формуле

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi}.$$

Таблица 1

Пара- метр		Линия									
		Красная		Желтая		Зеленая		Голубая		Фиолетовая	
		Пр.	Лев.	Пр.	Лев.	Пр.	Лев.	Пр.	Лев.	Пр.	Лев.
β_λ	1										
	2										
	3										
φ_λ	1										
	2										
	3										
$\langle \varphi_\lambda \rangle$											

Таблица 2

Длины волн видимого спектра ртути (Hg), нм						
404,7	407,8	433,9	434,8	435,8	491,6	546,1
577,0	Дублет 579,0 579,1	607,3	612,3	623,4	671,6	690,7
Длины волн видимого спектра гелия (He), нм						
447,1	471,3	492,2	501,6	587,6	667,8	

Задание 2. Определение периода отражательной дифракционной решетки (лазерного диска).

1. Поставить дифракционную решетку на предметный столик 5 (см. рис. 4, 5).

2. Повторяя действия, описанные в пп. 2–6 задания 1, определить углы дифракции φ_λ для всех видимых линий спектра первого порядка ($m = \pm 1$). Полученные данные занести в таблицу, аналогичную табл. 1 в задании 1.

3. По формуле отражательной решетки (2) найти ее период d .

4. Результат представить в виде $\langle d \rangle \pm \Delta d$, где

$$\Delta d = t_{P,f} \sqrt{\frac{\sum (\langle d \rangle - d_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Здесь P — доверительная вероятность; $f = n - 1$ (n — число измерений). Коэффициент $t_{P,f}$ — коэффициент Стьюдента для $P = 0,68$:

$t_{P,f}$	2,0	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1
n	2	3	4	5	6	7	8	9	10

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит явление дифракции волн?
2. Сформулируйте принцип Гюйгенса — Френеля.
3. В чем заключается метод зон Френеля расчета дифракционных картин?
4. Дайте определение угловой дисперсии дифракционной решетки. От каких характеристик решетки зависит эта величина?
5. Дайте определение разрешающей способности дифракционной решетки. От каких характеристик решетки зависит эта величина?
6. Как экспериментально определить угловую дисперсию дифракционной решетки?
7. Как формулируется критерий разрешения Рэлея?
8. Как изменяются спектры, наблюдаемые с помощью дифракционной решетки, при изменении ее периода d , при изменении числа штрихов N ?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Литвинов О.С., Горелик В.С.* Электромагнитные волны и оптика: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 448 с.
2. *Бутиков Е.И.* Оптика: Учеб. пособие для студентов физич. спец. вузов. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: Невский Диалект; БХВ–Петербург, 2003. 480 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Теоретическая часть.....	3
Экспериментальная часть	11
Описание лабораторной установки.....	11
Порядок выполнения работы	13
Контрольные вопросы	16
Список рекомендуемой литературы	16

Учебное издание

**Балабина Галина Васильевна
Еркович Ольга Станиславовна
Еркович Станислав Павлович
Подгузов Геннадий Васильевич**

ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Редактор *С.А. Серебрякова*
Корректор *Г.С. Беляева*
Компьютерная верстка *С.А. Серебряковой*

Подписано в печать 22.09.2008. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 1,16. Уч.-изд. л. 1,05.

Изд. № 47. Тираж 300 экз. Заказ .

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК