Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ **ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

КАФЕДРА **КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ (ИУ6)**

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ **09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

О Т Ч Е Т

по домашней работе № 2

Дисциплина: Теория вероятности и математической статистики.

Студент	ИУ6-32Б		А.Е.Медведев
	(Группа)	(Подпись, дата)	(И.О. Фамилия)
Преподаватель			
		(Подпись, дата)	(И.О. Фамилия)

Москва, 2020

Медведев
Александр
ИУ6-32Б

Домашняя работа №2
Вариант 21

№1 Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по футболу разбиваются на две группы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах?

$$P(A) = \frac{C_2^1 C_{18}^9}{C_{20}^{10}} = \frac{2! \cdot \frac{18!}{9!\,9!}}{\frac{20!}{10!\,10!}} = \frac{2 \cdot \frac{10!\,10!}{9!\,9!}}{\frac{20!}{18!}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10}{19 \cdot 20} = \frac{10}{19}$$

$\boxed{\text{Ответ: } \frac{10}{19}}$

№2 Предохранитель в электрической цепи выходит из строя в четырёх случаях:

1) При коротком замыкании в лампе (событие A) с вероятностью 0,6
2) При коротком замыкании в обмотке трансформатора (событие B) с вероятностью 0,7
3) При пробое конденсатора (событие C) с вероятностью 0,9
4) При выходе напряжения сети за допустимые нормы (событие D) с вероятностью 0,4

Все события несовместны и их вероятности соответственно равны: $P(A) = 0{,}2$; $P(B) = 0{,}1$; $P(C) = 0{,}4$, $P(D) = 0{,}3$. Определить наиболее вероятную причину отказа предохранителя после того, как произошло это событие.

По формуле Байеса: $P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(H_1)P(A|H_1) + \dots P(H_n)P(A|H_n)}$

$$P(A|E) = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}6}{0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}1 \cdot 0{,}7 + 0{,}4 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot 0{,}4} = \frac{0{,}12}{0{,}67} \approx 0{,}18$$

$$P(B|E) = \frac{0{,}07}{0{,}67} \approx 0{,}1$$

$$P(C|E) = \frac{0{,}36}{0{,}67} \approx 0{,}54$$

$$P(D|E) = \frac{0{,}12}{0{,}67} \approx 0{,}18$$

Ответ: событие „C" вызвало короткое замыкание с вероятностью 0,54.

Задача №3

Случайная величина X равномерно распределена в интервале (0, 20), а случайная величина Y имеет плотность распределения $f(x)=\begin{cases}0{,}5e^{-0{,}5x}, & x\geq 0\\ 0, & x<0\end{cases}$

Найти математическое ожидание и корреляционную матрицу случайных величин U и V, если $U=2X-3Y+5$, $V=Y-3X+1$, а коэффициент корреляции между X и Y $=-0{,}8$.

$M(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx=\int_0^{20} x\frac{1}{20}dx=\frac{1}{20}\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^{20}=10$

$M(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx=\int_0^{+\infty} x\,0{,}5e^{-0{,}5x}dx=-(x+2)e^{-\frac{x}{2}}\Big|_0^{+\infty}=+2$

$M(x^2)=\int_0^{20} x^2\frac{1}{20}dx\ \frac{1}{20}\frac{x^3}{3}\Big|_0^{20}=\frac{400}{3}$ $\qquad M(y^2)=\int_0^{\infty} x^2\,0{,}5e^{-0{,}5x}dx=-8$

$D(x)=M(x^2)-(M(x))^2=\frac{400}{3}-100=\frac{100}{3}$ $\qquad D(y)=-8-4=-12$ $\qquad cov(X,X)=DX$

$cov(U,V)=2\cdot(-3)\,cov(X,X)+1\cdot 2\,cov(X,Y)+(-3)(1)\,cov(Y,Y)+9\,cov(Y,X)=$

$=-6\cdot\frac{100}{3}+2(-0{,}8)+9(-0{,}8)+3\cdot 12=36-200-8{,}8=-172{,}8$

$M(U)=M(2X-3Y+5)=2MX-3MY+5=20-6+5=19$

$M(V)=M(Y-3X+1)=MY-3MX+1=2-30+1=-27$

$D(U)=M(U^2)-(MU)^2=M(4X^2+9Y^2+25-12XY+20X-30Y)-361=\frac{1600}{3}-72+25-12(-0{,}8)+$
$+200-60-361=\frac{1048}{30}$

$D(V)=M(V^2)-(MV)^2=M(Y^2+9X^2+1-6XY-6X+2Y)-729=-8+1200+1-120+4{,}8-60+4-729=$
$=292{,}8$

$\sqrt{DU\,DV}=\sqrt{\frac{1048\cdot 2928}{300}}=\frac{4}{5}\sqrt{131\cdot 122}$ $\qquad$ матрица $\begin{pmatrix}1 & \rho\\ \rho & 1\end{pmatrix}$

$\rho=\frac{cov(U,V)}{\sqrt{DU\,DV}}=\frac{-172{,}8}{\frac{4}{5}\sqrt{131\cdot 122}}=-\frac{108\sqrt{131\cdot 122}}{131\cdot 61}$

Ответ: $MU=19$; $MV=-27$; матрица $\begin{pmatrix}1 & -\frac{216}{\sqrt{131\cdot 122}}\\ -\frac{216}{\sqrt{131\cdot 122}} & 1\end{pmatrix}$

Задача №4. Случайные величины (ξ,η) распределены по нормальному закону с математическим ожиданием $(M\xi; M\eta)$ и ковариационной матрицей $\Sigma=\begin{pmatrix}D\xi & cov(\xi,\eta)\\ cov(\eta,\xi) & D\eta\end{pmatrix}$

Найти $P\{\eta>2\xi\}$ – ?

$M\xi=2$

$M\eta=1$

$\Sigma=\begin{pmatrix}\frac{3}{4} & -\frac{3}{4}\\ -\frac{3}{4} & 3\end{pmatrix}$

$P\{\eta>2\xi\}=P\{\eta-2\xi>0\}=P\{C>0\}=1-\Phi\left(\frac{0-MC}{\sqrt{DC}}\right)=$

$=1-\Phi\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)=1-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=$

$=1-0{,}89=0{,}11$

$MC=M\eta-2M\xi=1-4=-3$

$DC=D(\eta)+D(2\xi)-2cov(\eta,\xi)=$
$=3+2\frac{3}{4}-2\left(-\frac{3}{4}\right)=6$

Ответ: 0,11