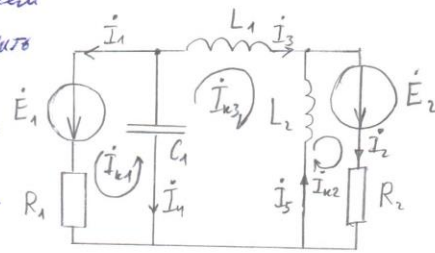


- 1) Найти токи всех ветвей с использованием метода контурных токов. Токи представить в виде комплексных амплитуд и в виде действительных функций от времени.
- 2) Найти токи всех ветвей с использованием метода узловых потенциалов. Токи представить в виде комплексных амплитуд и в виде действительных функций от времени.
- 3) Сравнить результаты, полученные в п.1 и 2, данные представить в виде таблицы.
- 4) Найти сопротивление и напряжение эквивалентного источника напряжения, подключенному к нагрузке из резисторов.
- 5) Найти методом эквивалентного источника напряжения ток через данный резистор, сравнить с результатами п.1 и 2. Найти среднюю рассеиваемую мощность на данном резисторе.
- 6) Определить, какое комплексное сопротивление нужно подключить вместо данного резистора, чтобы мощность, отдаваемая эквивалентным источником напряжения в этот резистор была максимальной.
- 7) Построить векторную диаграмму напряжений для любого контура, в который входит данный резистор, на миллиметровой бумаге.



Дано: $R_1 = R_2 = 100 \Omega$
 $E_1 = 100 + j100 \text{ В}$
 $E_2 = j200 \text{ В}$
 $C_1 = 10 \mu\text{Ф}$
 $L_1 = L_2 = 100 \text{ мГн}$
 $\omega = 10^3 \text{ рад/с}$

$$\dot{Z}_{C1} = -j \frac{1}{\omega C} = -j100$$

$$\dot{Z}_{L1} + \dot{Z}_{L2} = j100 = j\omega L$$

н) Выберем независимые контуры цепи.
 Составим уравнения по ВЗ-и Кирхгофа для каждого контура.

$$\begin{cases} \dot{I}_{k1}(R_1 + \dot{Z}_{C1}) + \dot{I}_{k3}(\dot{Z}_{C1}) = \dot{E}_1 \\ \dot{I}_{k2}(R_2 + \dot{Z}_{L2}) - \dot{I}_{k3}\dot{Z}_{L2} = \dot{E}_2 \\ \dot{I}_{k1}\dot{Z}_{C1} - \dot{I}_{k2}\dot{Z}_{L2} + \dot{I}_{k3}(\dot{Z}_{C1} + \dot{Z}_{L1} + \dot{Z}_{L2}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 200 - j100 & 0 & -j100 & 100 + j100 \\ 0 & 200 + j100 & -j100 & j200 \\ -j100 & -j100 & j100 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-j & 0 & -j & 1+j \\ 0 & 2+j & -j & j2 \\ -j & -j & j & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = j5 + 0 + 0 - (-2-j + 0 - 2+j) = 4+j5$$

метод Крамера

$$\Delta_1 = (2+j3-1) \cdot j - j2 - (0+0-1-j) = -3-j+1+j = -2$$

$$\Delta_2 = -4+j2-1-j - (-j2+0+0) = -5+j3$$

$$\Delta_3 = 0+0+0 - (-j(1+j3)+4-j2+0) = -2+j3$$

$$\dot{I}_{K1} = \frac{-8+j10}{41}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{K1} = \frac{-8+j10}{41}$$

$$\dot{I}_{K2} = \frac{-5+j32}{41}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{K2} = \frac{-5+j32}{41}$$

$$\dot{I}_{K3} = \frac{-13+j42}{41}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{K3} = \frac{-13+j42}{41}$$

$$\dot{I}_4 = -\dot{I}_{K1} - \dot{I}_{K2} = \frac{21-j52}{41}$$

$$\dot{I}_5 = \dot{I}_{K2} - \dot{I}_{K3} = \frac{8-j10}{41}$$

В виде комплексных амплитуд

$$\dot{I}_1 = \frac{\sqrt{64+100}}{41} \cdot e^{j(\pi - \arctan \frac{5}{4})} = 2 \frac{\sqrt{41}}{41} \cdot e^{j(\pi - \arctan \frac{5}{4})}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\sqrt{25+1024}}{41} e^{j(\pi - \arctan \frac{32}{5})} = \frac{\sqrt{1049}}{41} e^{j(\pi - \arctan \frac{32}{5})}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\sqrt{169+2049}}{41} e^{j(\pi - \arctan \frac{42}{13})} = \frac{\sqrt{2218}}{41} e^{j(\pi - \arctan \frac{42}{13})}$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\sqrt{3640}}{41} e^{-j \arctan \frac{19}{7}}$$

$$\dot{I}_5 = 2 \frac{\sqrt{41}}{41} e^{-j \arctan \frac{5}{4}}$$

В вид действительных функций от времени:

$$i_1(t) = 2 \frac{\sqrt{41}}{41} \cos(10^3 t + \pi - \arctan \frac{5}{4})$$

$$i_2(t) = \frac{\sqrt{1049}}{41} \cos(10^3 t + \pi - \arctan \frac{32}{5})$$

$$i_3(t) = \frac{\sqrt{2218}}{41} \cos(10^3 t + \pi - \arctan \frac{42}{13})$$

$$i_4(t) = \frac{\sqrt{3640}}{41} \cos(10^3 t - \arctan \frac{19}{7})$$

$$i_5(t) = 2 \frac{\sqrt{41}}{41} \cos(10^3 t - \arctan \frac{5}{4})$$

2) Метод узловых потенциалов

Зададим узел с, $\varphi_c = 0$

Запишем IЗ-н Кирхгофа для а и б

$$\begin{cases} \text{а)} -\dot{I}_1 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0 \\ \text{б)} -\dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5 = 0 \end{cases}$$

Запишем ток по I-н Ома

$$\dot{I}_1 = (\dot{E}_1 + (\varphi_a - \varphi_c)) \cdot G_1$$

$$\dot{I}_2 = (\dot{E}_2 + (\varphi_b - \varphi_c)) \cdot G_2$$

$$\dot{I}_3 = (\varphi_a - \varphi_b) G_3$$

$$\dot{I}_4 = (\varphi_a - \varphi_c) G_4$$

$$\dot{I}_5 = (\varphi_c - \varphi_b) G_5$$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{200} \Omega^{-1}$$

$$G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{200} \Omega^{-1}$$

$$G_3 = \frac{1}{Z_{L1}} = -j \frac{1}{100}$$

$$G_4 = \frac{1}{Z_{C1}} = j \frac{1}{100}$$

$$G_5 = \frac{1}{Z_{L2}} = -j \frac{1}{100}$$

$$\text{Подставим: } \begin{cases} \dot{E}_1 G_1 + \varphi_a G_1 + \varphi_a G_3 + \varphi_a G_4 - \varphi_b G_3 = 0 \\ -\dot{E}_2 G_2 - \varphi_b G_2 + \varphi_a G_3 - \varphi_b G_3 - \varphi_b G_5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_a = \frac{\varphi_b G_3 - \dot{E}_1 G_1}{G_1 + G_3 + G_4} = \frac{200(\varphi_b (-j \frac{1}{100})) - (100 + j100 \frac{1}{100})}{1 - j2 + j2} = -j2\varphi_b - 100 - j100 \\ \varphi_b (G_2 + G_3 + G_5) = -\dot{E}_2 G_2 + \varphi_a G_3 \Leftrightarrow \varphi_b (1 - j4) = -j200 + \varphi_a (-j2) \end{cases}$$

$$\varphi_b (1 - j4) = -j200 - 4j\varphi_b + j200 - 200$$

$$\varphi_b = \frac{-200}{5 - j4} = \frac{-1000 - j800}{41}; \varphi_a = \frac{j2000 - 1100 - 4100 - j4100}{41} = \frac{-5400 - j2100}{41}$$

$$\dot{I}_1 = (100 + j100 - \frac{54}{41} \cdot 100 - j \frac{21}{41} \cdot 100) \frac{1}{200} = \frac{40}{200} - \frac{8}{41} + j \frac{10}{41}$$

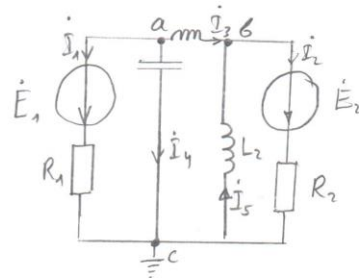
$$\dot{I}_2 = (j200 + \frac{-10}{41} \cdot 100 - j \frac{8}{41} \cdot 100) \cdot \frac{1}{200} = \frac{-5}{41} + j \frac{32}{41}$$

$$\dot{I}_3 = (-\frac{4400}{41} - j \frac{1300}{41}) \cdot \frac{-j1}{100} = +j \frac{44}{41} - \frac{13}{41} = \frac{-13 + j44}{41}$$

$$\dot{I}_4 = (-\frac{5400}{41} - j \frac{2100}{41}) \cdot j \frac{1}{100} = \frac{21 - j54}{41}$$

$$\dot{I}_5 = (-\frac{-1000 - j800}{41}) (-j \frac{1}{100}) = \frac{8 - j10}{41}$$

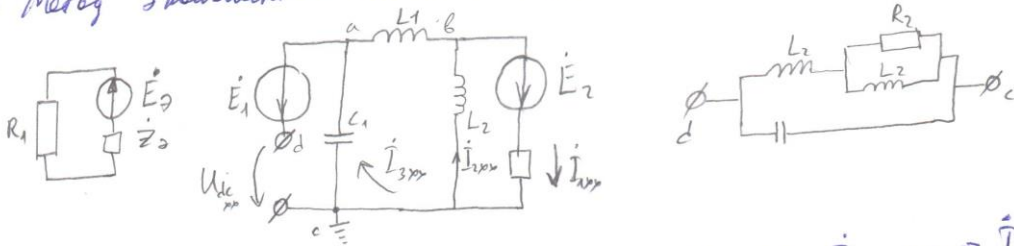
Поскольку токи п.2 совпадают с п.1, то и их представления будут верны.



н3)

n.	\dot{I}_1	\dot{I}_2	\dot{I}_3	\dot{I}_4	\dot{I}_5
I	$\frac{-8+j10}{41}$	$\frac{-5+j31}{41}$	$\frac{-13+j41}{41}$	$\frac{21-j57}{41}$	$\frac{8-j10}{41}$
II	$\frac{-8+j10}{41}$	$\frac{-5+j31}{41}$	$\frac{-13+j41}{41}$	$\frac{21-j57}{41}$	$\frac{8-j10}{41}$

н4) Метод эквивалентного источника тока



Т.к. $R_{cL1} = -j\omega L_1; \omega L_2 = -j\omega L_2 = 0$, то так $I_{2\text{нр}} = 0 \Rightarrow \dot{I}_{1\text{нр}} = \dot{I}_{3\text{нр}}$

$$\dot{I}_{1\text{нр}} = \frac{E_2}{R} = \frac{j200}{200} = j; \quad \dot{E}_2 = U_{\text{нр}} = \varphi_d - \varphi_c$$

Поскольку $\varphi_c = 0$

$$\varphi_d = \varphi_c - I_{1\text{нр}}(-j\omega L_1) + E_1 = -j(-j100) + 100 + j100 = j100$$

$$\dot{E}_2 = \varphi_d - \varphi_c = j100$$

$$\dot{I}_{R2L2} = \frac{200 \cdot j100}{200 + j100} = \frac{j200(1-j)}{2+j1} = \frac{200+j400}{5} = 40 + j80$$

$$\dot{I}_{R2L2L1} = 40 + j80 + j100 = 40 + j180$$

$$\dot{I}_2 = \frac{(-j100)(40 + j180)}{-j100 + 40 + j180} = \frac{100(-j)20(2+j9)(1-j2)}{40(1+j2)(1-j2)} = \frac{50(-j-2)(2+j9)}{5} = 50 - j200$$

н5) $\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_2}{R_1 + \dot{Z}_2} = \frac{j100}{200 + 50 - j200} = \frac{j2}{5-j4} = \frac{-8+j10}{41}$ совпадает с п.1 и 2.

$$P_R = \frac{U_R \dot{I}_R}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) \text{ @}$$

$$\text{@ } 62,41 \cdot 0,31 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 0 = 9,8 \text{ Вт}$$

$$\begin{cases} U_R \approx \dot{I}_1 \cdot R_1 = \frac{-1600 + j2000}{41} = 100 \sqrt{65} e^{j(\pi - \arctan \frac{4}{5})} \\ \text{@ } 62,41 \cdot e^{j57,39^\circ} \\ \dot{I}_R \approx \dot{I}_1 = 0,31 e^{j57,39^\circ} \end{cases}$$

н6) Максимальная мощность на R_1 будет тогда, когда сопряженно ему сопротивление $\neq Z_2^*$. $R_1' = Z_2^* = 50 + j200$

$$\dot{I} = \frac{j100}{50 - j100 + 50 + j200} = j$$

$$\varphi_I = \frac{\pi}{2}$$

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot R_1' = -200 + j50$$

$$\varphi_u = \pi - \arctan \frac{1}{4}$$

[ср4]

$$P = \frac{1 \cdot 50 \sqrt{2}}{2} \cos(\pi - \arctan \frac{1}{4} - \frac{\pi}{2}) = 25 \sqrt{2} \cos(36^\circ) \approx 15,45 \text{ Вт } 24,94 \text{ Вт}$$

$$N\& \quad \vec{E}_1 = \vec{U}_{R_1} - \vec{U}_{C_1}$$

$$\vec{U}_{R_1} = \vec{I}_1 R_1 = \left(\frac{-8 + j10}{41} \right) 200 = \frac{-1600 + j2000}{41} =$$

$$= -39 + j48,78 = 62,42 e^{j129^\circ}$$

$$\vec{U}_{C_1} = \vec{I}_1 (-jX_C) = \frac{21 - j52}{41} (-j100) = \frac{-5200 - j2100}{41} =$$

$$= -129 - j51,22 = 148,13 e^{j180^\circ + \arctan \frac{51,22}{129}} = 148,13 e^{j200^\circ}$$

$$R_{\text{повернул}}: 100 + j100 = -39 + j48,78 - (-129 - j51,22)$$

$$0 = 0 \text{ верно:}$$

