ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ «СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ, СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ» (модуль 2).
2 КУРС, 3 СЕМЕСТР, ИУ6.

ЗАДАЧА 1 .

Вариант 1. В здании главного корпуса МГТУ на 2-м этаже вошли в лифт 6 человек. От 3-го до 11-го этажа лифт может остановиться на любом этаже. Какова вероятность того, что все пассажиры вышли на разных этажах, если всевозможные варианты выхода пассажиров равновероятны?

Вариант 2. В урне 20 белых и 5 красных шаров. Одновременно из урны извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что хотя бы 1 шар из них белого цвета? Какова вероятность того, что оба они разного цвета?

Вариант 3. На 6-ти карточках написаны буквы Е,И,С,С,С,Я. Тщательно перемешав карточки, извлекают их одну за другой и кладут в порядке извлечения. Найти вероятность того, что составится слово «сессия».

Вариант 4. При подготовке к зачёту студент выучил 15 вопросов из 25, входящих в программу. зачёт считается сданным, если студент ответил на 3 наудачу выбранных вопроса. Какова вероятность сдачи зачёта?

Вариант 5. В группе 30 студентов, из них 5 живут в общежитии. По списку наудачу выбраны 3 студента. Найти вероятность того, что один из них живет в общежитии.

Вариант 6. В барабане продавца билетов книжной лотереи 200 билетов, из них с выигрышами—20. Покупатель берет «наудачу» 3 билета. Какова вероятность того, что один билет окажется выигрышным?

Вариант 7. В урне «А» белых и «В» чёрных шаров. Из урны вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара будут белыми. Рассмотреть два случая:

1. Первый шар возвращается в урну;
2. Первый шар не возвращается в урну.

Вариант 8. В турпоходе участвуют «А» студентов одной группы и «В» другой. Какова вероятность того, что двое случайно оказавшихся рядом студентов окажутся из разных групп? Предполагается, что студенты идут в один ряд.

Вариант 9. На десяти карточках записаны буквы, составляющие слово «астрономия». Какова вероятность того, что, выбрав наудачу пять из них, мы получим слово «мотор»? Рассмотреть два случая:

а) карточки расположены в порядке извлечения;
в) вынутые карточки можно переставлять.

Вариант 10. Слово «тройка» составлено из букв разрезной азбуки. Затем карточки с буквами перемешиваются и из них извлекаются по очереди четыре карточки. Какова вероятность, что эти четыре карточки в порядке выхода составят слово «крот»?

Вариант 11. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришёл их получать, вспомнил лишь, что в коде было число 23. Какова вероятность того, что он с первой попытки наберет нужный четырёхзначный номер?

Вариант 12. Из урны, содержащей 20 белых и 10 чёрных шаров, извлекаются 3 шара (вынутый шар в урну не возвращается). Определить вероятность того, что среди вынутых шаров будет: 1) 2 белых; 2) не меньше, чем 2 белых; 3) не больше, чем 2 белых шара.

Вариант 13. На 8 карточках записаны буквы слова «интеграл». Какова вероятность того, что выбрав наудачу четыре из них, мы получим слово «тигр»? Рассмотреть два случая:

а) карточки располагаются в порядке их извлечения;
б) вынутые карточки можно переставлять.

Вариант 14. В группе из 30 студентов 25 спортсменов-разрядников. Наугад выбирают 5 студентов для сдачи норм ГТО. Какова вероятность, что среди них не окажется ни одного спортсмена-разрядника?

Вариант 15. Для сдачи экзамена нужно правильно ответить не менее, чем на 2 вопроса билета (в билете 3 вопроса). Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен, если из 30 вопросов он не выучил 3?

Вариант 16. Из 33 карточек с буквами русского алфавита наудачу выбираются 4 карточки. Какова вероятность того, что эти карточки в порядке извлечения составят слово «небо»?

Вариант 17. Достаточным условием сдачи коллоквиума является ответ на 2 из 3 вопросов, предлагаемых преподавателем студенту. Студент не знает ответов на 8 вопросов из 45, которые могут быть предложены. Какова вероятность того, что студент сдаст коллоквиум?

Вариант 18. Партия из 100 деталей подвергается выборочному контролю. Условие непригодности всей партии— наличие хотя бы одной бракованной детали из 5 проверенных. Какова вероятность принять данную партию, если она содержит 5% неисправных деталей?

Вариант 19. По каналу связи передаются 10 сигналов (вероятность искажения каждого из них одинакова). Из-за помех 4 из переданных сигналов при приеме искажаются. Какова вероятность того, что из четырёх любых принятых сигналов хотя бы 1—искаженный?

Вариант 20. Большое количество партий, в 10 изделий каждая, проверяется следующим образом: партия принимается, если из 3 выбранных по случайному принципу изделий, каждое отвечает стандарту. Если же хотя бы одно изделие из контролируемых—нестандартное, то партия бракуется. Какова вероятность, что будет принята партия, в которой два нестандартных изделия?

Вариант 21. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две группы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в разных подгруппах?

Вариант 22. Имеются 12 приборов, из них 9 проверенных и 3 непроверенных. Выбирается случайным образом 3 прибора. Определить вероятность того, что все выбранные приборы проверены.

Вариант 23. На карточках буквы Т,Т,Т,И,И,Н,С,У. Какова вероятность того, что при последовательном извлечении карточек получится слово «институт»?

Вариант 24. Для уменьшения общего количества игр 20 команд спортсменов по жребию разбиваются на две равные подгруппы. Определить вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся в одной подгруппе.

Вариант 25. Компания из 10 человек садится за круглый стол. С какой вероятностью 3 определённых лица окажутся рядом, если всего мест за столом 10?

Вариант 26. Какова вероятность угадать в спортлото 5 чисел? (Из 49 чисел, среди которых 6 выигрышных, выбираются случайным образом 6 чисел).

Вариант 27. В урне один белый и пять чёрных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар и возвращают его обратно, после чего шары в урне перемешиваются. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность, что выиграет игрок, начинающий игру?

Вариант 28. В «секретном» замке на общей оси имеется 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов с написанными на них цифрами. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что их цифры образуют определённое четырёхзначное число. Определить вероятность того, что при произвольной установке дисков замок можно будет открыть с первого раза.

Вариант 29. В урне один белый и пять чёрных шаров. Два игрока по очереди вынимают из урны шар, не возвращая его обратно. Выигрывает тот, кто первый извлекает белый шар. Какова вероятность, что выигрывает игрок начинающий игру?

Вариант 30. Из колоды карт (52 карты) наудачу извлекаются 3 карты. Определить вероятность того, что это будут тройка, семерка, туз.

ЗАДАЧА 2 .

Вариант 1. Вероятность попадания стрелком в десятку равна 0,7, а в девятку — 0,3. Определить вероятность того, что данный стрелок, трижды выстрелив, наберет 29 очков.

Вариант 2. При параллельном включении реле надежность блока из реле повышается. Сколько реле нужно взять, чтобы надежность блока (т.е. вероятность его безотказной работы) была равной 0,999, если надежность отдельного реле $P_1 = 0,9$?

Вариант 3. Имеются две одинаковые урны: в первой два белых шара и три чёрных, во второй — три белых и один чёрный. Из первой урны наудачу перекладывают во вторую два шара, а затем из второй урны наугад вынимают один шар. Этот шар оказался белым. Какой состав переложенных шаров является наиболее вероятным?

Вариант 4. Студент для сдачи экзамена на машине-экзаменаторе должен на каждый из вопросов выбрать ответ: «Да» или «Нет». На 1-м экзаменаторе для сдачи экзамена нужно правильно ответить хотя бы на 3 из 4 вопросов, на 2-м экзаменаторе — на 5 из 8 вопросов. Какой экзаменатор предпочтительнее для студента, который не знает материал ?

Вариант 5. При исследовании больного имеется подозрение на одно из трёх заболеваний A_1, A_2, A_3. Для больного вероятность заболевания каждой болезнью в данных условиях составит соответственно 1/2, 1/6, 1/3. Для уточнения диагноза назначен некоторый анализ, дающий положительный результат с вероятностью 0,1 в случае заболевания A_1, с вероятностью 0,2 — в случае заболевания A_2 и с вероятностью 0,9 — в случае заболевания A_3. Анализ был проведен пять раз и дал четыре раза положительный результат и один раз отрицательный. Требуется определить вероятность каждого заболевания после анализа (5-ти кратного).

Вариант 6. По самолету производится 4 независимых выстрела, в каждом из которых вероятность попадания снаряда равна 0,3. Самолет поражается с вероятностью 1, если в него попало не менее 2 снарядов, и с вероятностью 0,6, если попал только 1 снаряд. Определить вероятность поражения самолета.

Вариант 7. При проверке качества зерен пшеницы было установлено, что все зерна могут быть разделены на четыре группы. К зернам первой группы принадлежат 96%, ко второй — 2%, к третьей— 1%, к четвертой— 1% всех зерен. Вероятность того, что из зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50 зерен, для семян первой группы составляет 0,5, второй — 0,2, третьей — 0,18, четвертой — 0,02. Определить вероятность того, что:

1) из наудачу взятого зерна вырастет колос, в котором будет не менее 50 зерен,
2) зерно было взято из первой группы зерен, при условии, что колос содержал 50 зерен.

Вариант 8. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,1. Сколько билетов нужно приобрести, чтобы выигрыш был гарантирован с вероятностью 0,9?

Вариант 9. Вероятности попадания при каждом выстреле для трёх стрелков равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. При одновременном выстреле всех трёх стрелков обнаружено одно попадание. Какому стрелку вероятнее всего принадлежит пробоина.

Вариант 10. Экзаменационные билеты содержат 50 различных вопросов. В каждом экзаменационном билете 2 вопроса. Чтобы сдать экзамен, студент должен ответить на оба вопроса билета. Сколько вопросов студент может позволить себе не знать, чтобы надеяться сдать экзамен с вероятностью 0,98 ?

Вариант 11. По воздушной цели ведут огонь две различные ракетные установки. Вероятность поражения цели первой установкой равна 0,85, а второй установкой — 0,9. Вероятность поражения цели обеими установками равна 0,99. Найти вероятность поражения цели, если известно, что первая установка срабатывает с вероятностью 0,8, а вторая— с вероятностью 0,98.

Вариант 12. Счётчик регистрирует частицы трёх типов: A, B и C. Вероятность появления этих частиц такова: $\mathsf{P}(A) = 0,2$; $\mathsf{P}(B) = 0,5$; $\mathsf{P}(C) = 0,3$. Частицы каждого из этих типов счётчик улавливает с вероятностью 0,8, 0,2 и 0,4 соответственно. Счётчик отметил частицу. Какого типа вероятнее всего была эта частица?

Вариант 13. Противник может применить ракеты трёх типов A, B и C с такой вероятностью: $\mathsf{P}(A) = 0,3$; $\mathsf{P}(B) = 0,6$; $\mathsf{P}(C) = 0,1$. Вероятность сбить ракеты этих типов равны соответственно 0,6; 0,8; 0,9. Известно, что противник применил ракету одного из трёх типов. Определить вероятность того, что ракета будет сбита. Если ракета сбита, то определить наиболее вероятный её тип.

Вариант 14. На ракетной установке ПВО имеется боезапас в 10 ракет. Вероятность поражения одной ракетой самолета противника равна 0,6. Чему равна вероятность уничтожения 3 самолетов противника, если каждый может быть сбит независимо от других и каждая ракета может попасть лишь в один из самолетов?

Вариант 15. В группе 20 студентов, пришедших на экзамен. Восемь подготовлены отлично, шесть — хорошо, четыре — посредственно и два — плохо. В экзаменационных билетах имеется 40 вопросов. Студент, подготовленный отлично, может ответить на все вопросы, подготовленный хорошо — на 35, посредственно — на 25, плохо — на 10 вопросов. Вызванный наугад студент ответил на три произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен: а) отлично, б) хорошо, в) посредственно, г) плохо.

Вариант 16. В продукции завода брак из-за дефекта A составляет 5%, причём среди забракованной по признаку А продукции в 6% случаев встречается дефект B, а в продукции, свободной от дефекта A, дефект B встречается в 2% случаев. Определить вероятность нахождения дефекта B во всей продукции. При контроле установлено наличие в изделии дефекта B. Какова вероятность наличия при этом дефекта A?

Вариант 17. На склад поступает продукция трёх заводов, причём, от первого завода поступает — 20%, от второго — 46%, от третьего — 34% всей продукции. Известно, что нестандартная продукция на каждом заводе составляет, в среднем, 3%, 2%, 1%. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие, оказавшееся нестандартным, изготовлено на первом заводе.

Вариант 18. Вероятность пробоя каждого из четырёх конденсаторов в приборе равна 0,1. Вероятность выхода прибора из строя при пробое одного конденсатора равна 0,2; при пробое двух — равна 0,4; при пробое трёх — равна 0,6; а при пробое всех четырёх — равна 0,9. Найти вероятность выхода прибора из строя.

Вариант 19. В группе из 20 человек имеются 5 отличных, 9 хороших и 6 посредственных стрелков. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9, хороший — с вероятностью 0,8; посредственный — с вероятностью 0,7. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды, в результате отмечено одно попадание и один промах. Какой вероятнее всего был стрелок: отличный, хороший или посредственный?

Вариант 20. Производятся испытания прибора. При каждом испытании прибор выходит из строя с вероятностью 0,1. После 1-го выхода из строя прибор ремонтируется, после второго он признается негодным. Найти вероятность того, что прибор будет признан негодным после 5 испытаний.

Вариант 21. Предохранитель в электрической цепи выходит из строя в четырёх случаях:

1. При коротком замыкании в лампе (событие A) с вероятностью 0,6.
2. При коротком замыкании в обмотке трансформатора (событие B) с вероятностью 0,7.
3. При пробое конденсатора (событие C) с вероятностью 0,9.
4. При выходе напряжения сети за допустимые нормы (событие D) с вероятностью 0,4.

Все события несовместны и их вероятности соответственно равны: $\mathsf{P}(A) = 0,2$; $\mathsf{P}(B) = 0,1$; $\mathsf{P}(C) = 0,4$; $\mathsf{P}(D) = 0,3$. Определить наиболее вероятную причину отказа предохранителя после того, как произошло это событие.

Вариант 22. Производится стрельба по цели тремя снарядами. Каждый снаряд попадает в цель с вероятностью 0,7 независимо от других. Цель поражается с вероятностью 0,5 при попадании одного снаряда, с вероятностью 0,7 — при попадании двух и с вероятностью 0,9 — при попадании трёх снарядов. Найти полную вероятность поражения цели.

Вариант 23. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,6. С какой вероятностью цель будет поражена при 5 выстрелах, если для поражения необходимо не менее 2 попаданий?

Вариант 24. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью 0,01 может иметь дефект. Каков должен быть объём случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно дефектное изделие была не менее 0,95?

Вариант 25. Вероятность поражения цели при одном выстреле 0,8. Сколько выстрелов нужно произвести, чтобы поразить цель с вероятностью 0,99?

Вариант 26. Передача информации о состоянии процесса управления осуществляется с помощью двоичного кода (0;1). Из-за помех искажается в среднем 2/3 сигналов 0 и 1/3 сигналов 1. Отношение сигналов 0 к сигналам 1 во всей информации составляет 5:3. Определить вероятность того, что принятые сигналы действительно являются таковыми.

Вариант 27. По линии связи с вероятностями $P_1 = 0,6$ и $P_0 = 0,4$ посылаются сигналы 0, 1. Если посылается сигнал 1, то из-за наличия помех с вероятностями $P_{11} = 0,9$ и $P_{10} = 0,1$ принимаются сигналы 0, 1; если посылается сигнал 0, то с вероятностями $P_{01} = 0,3$, $P_{00} = 0,7$ принимаются сигналы 1 и 0. Какова условная вероятность того, что посылается сигнал 1, если на выходе принимается сигнал 1?

Вариант 28. По каналу связи, подверженному воздействию помех, передаётся одна из команд управления в виде кодовых комбинаций 11111 или 00000, причём априорные вероятности передачи этих команд соответственно равны 0,8 и 0,2. Из-за наличия помех вероятность правильного приема каждого из символов (1 и 0) равна 0,6. Предполагается, что символы кодовых комбинаций искажаются независимо друг от друга. На выходе приемного устройства зарегистрирована комбинация 10110. Спрашивается, какая команда была передана?

Вариант 29. В трёх ящиках находятся соответственно:

1) 2 белых и 3 чёрных шара;
2) 4 белых и 3 чёрных;
3) 6 белых и 2 чёрных шара.

Предполагается, что вероятности извлечения шаров из каждого ящика соответственно равны 0,1, 0,7, 0,2. Извлечен белый шар. Спрашивается, из какого ящика вероятнее всего извлечен шар ?

Вариант 30. Для некоторого изделия, выпускаемого заводом, установлено, что в среднем на 100 изделий 4 не соответствуют техническим условиям. Таким образом, вероятность того, что изделие стандартное, равна 0,96. Для проверки изделия на соответствие техническим условиям на заводе проводится упрощённое испытание. Как показал опыт, «хорошие» изделия проходят это испытание с вероятностью 0,98, «плохие» — с вероятностью 0,05. Какова вероятность того, что изделие, дважды прошедшее испытание, является стандартным?

ЗАДАЧА 3 .

Вариант 1. Случайная величина X подчиняется распределению Релея:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sigma^2} \cdot \exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right) & \text{при} \quad x \geq 0, \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей случайной величины $Y = \ln X$.

Вариант 2. Случайная величина X распределена по закону Коши: $f(x) = \dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$. Найти плотность распределения $f(y)$, если $Y = \operatorname{arctg} X$.

Вариант 3. Значения острого угла ромба со стороной a распределены равномерно в интервале $(0, \pi/2)$. Найти плотность распределения вероятностей площади ромба.

Вариант 4. Случайная величина X имеет нормальное распределение

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

Найти плотность распределения вероятностей $f(y)$, если $Y = X^3$.

Вариант 5. Случайная величина X распределена по закону:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{4a} \cdot \left(1 - \dfrac{x^2}{a^2}\right) & \text{при} \quad | x | \leq a, \\ 0 & \text{при} \quad | x | > a. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(y)$ случайной величины $Y = b^2 - X^2$, где $b > a$.

Вариант 6. Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X, распределённую равномерно в интервале $[0, 1]$, чтобы получить случайную величину Y, распределённую по показательному закону: $f(y) = \lambda \exp(-\lambda y)$, $(y \geq 0)$?

Вариант 7. Закон распределения измеренного значения радиуса круга— нормальный, с математическим ожиданием $m = 50$ и дисперсией $\sigma^2 = 0,25$. Найти закон распределения площади круга и его среднюю площадь.

Вариант 8. Найти закон распределения объёма шара, если его радиус— случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математическим ожиданием $m = 10$ и дисперсией $\sigma^2 = 0,25$.

Вариант 9. Найти плотность распределения вероятностей объёма куба, ребро которого X - случайная величина, распределённая равномерно в интервале $[0, a]$.

Вариант 10. Пусть X и Y - независимые случайные величины, плотность распределения вероятностей которых

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-x/2}, \ (0 \leq x < \infty), \quad f(y) = \frac{1}{3} e^{-y/3}, \ (0 \leq y < \infty)$$

Найти $f(z)$ – плотность распределения Z, где: $Z = X + Y$.

Вариант 11. Диаметр цилиндрического вала имеет погрешность изготовления и потому его измеренное значение подчинено равномерному в интервале $[a, b]$ распределению. Найти плотность распределения вероятностей площади поперечного сечения вала.

Вариант 12. На окружность радиуса R брошено две точки. Считая, что длина хорды - случайная величина с равномерным распределением, найти плотность распределения вероятностей длины дуги между брошенными точками.

Вариант 13. Угол сноса самолета определяется формулой $\lambda = \arcsin\left(\dfrac{u}{v} \sin \varepsilon\right)$, где ε– угол действия ветра, u– скорость ветра, v– скорость самолета в воздухе. Значения угла действия ветра распределены равномерно в интервале $(-\pi/2, \pi/2)$. Найти плотность распределения вероятностей угла сноса при $u = 20$ м/с, $v = 720$ км/ч.

Вариант 14. У центробежного регулятора стороны равны и составляют так называемый «параллелограмм» регулятора, острый угол φ этого параллелограмма - случайная величина, равномерно распределённая в интервале $(\pi/6, \pi/4)$. Найти закон распределения диагоналей параллелограмма регулятора, если его сторона равна a.

Вариант 15. Случайная величина X имеет плотность распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & \text{при} \quad x \geq 0, \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(y)$ случайной величины $Y = kX,\ k > 0$.

Вариант 16. Какому функциональному преобразованию надо подвергнуть случайную величину X, распределённую равномерно в интервале $(0, \pi)$, чтобы получить случайную величину Y, распределённую по закону Коши: $f(y) = \dfrac{1}{\pi(1+y^2)}$?

Вариант 17. Случайная величина X — измеренное значение стороны квадрата, распределена по закону:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x & \text{при} \quad x \in (0, \pi), \\ 0 & \text{при} \quad x \notin (0, \pi). \end{cases}$$

Найти плотность распределения вероятностей $f(y)$ площади квадрата.

Вариант 18. Абсолютное значение случайной величины v — скорости молекул массы газа при абсолютной температуре T — подчиняется закону Максвелла-Больцмана:
$f(v) = \lambda v^2 \exp(-\beta v^2)$, $(0 \leq v < \infty)$, где $\beta = \dfrac{m}{2kT}$, k– константа Больцмана, λ– нормирующий множитель. Найти плотность распределения вероятностей $f(x)$ кинетической энергии
$E = \dfrac{1}{2}mv^2 = \gamma v^2$, где $\gamma = \dfrac{1}{2}m$. Показать, что $\lambda = \dfrac{4}{\pi}\beta^{3/2} = \dfrac{\sqrt{2}}{\pi}\left(\dfrac{m}{kT}\right)^{3/2}$.

Вариант 19. Случайная величина X равномерно распределена на промежутке $(0; 2\pi)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин: $Y = -4X,\ Z = X - Y$,
$V = X + 2Y - 3Z - 1$.

Вариант 20. Прочность детали X имеет нормальный закон распределения с параметрами $m_1 = 20$ и $\sigma_1 = 1$. На деталь действует нагрузка $Y \sim N(14, 2)$, т.е. Y имеет тоже нормальный закон распределения с параметрами $m_2 = 14$ и $\sigma_2 = 2$. Найти вероятность неразрушения детали, т.е. вероятность события $A = (X > Y)$.

Вариант 21. Случайная величина X равномерно распределена в интервале $(0, 20)$, а случайная величина Y имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}5e^{-0{,}5x} & \text{при} \quad x \geq 0, \\ 0 & \text{при} \quad x < 0. \end{cases}$$

Найти математические ожидания и корреляционную матрицу случайных величин U и V, если $U = 2X - 3Y + 5$, $V = Y - 3X + 1$, а коэффициент корреляции между X и Y равен $-0{,}8$.

Вариант 22. По сторонам прямого угла XOY скользит линейка AB длиной 1, занимая случайное положение, причём все значения A одинаково вероятны от 0 до 1. Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния R от начала координат до линейки.

Вариант 23. Затраты C на обслуживание приборов обратно пропорциональны сроку их службы t, т.е. $C = \dfrac{1}{t}$. Найти закон распределения случайной величины C, если закон распределения t нормальный: $f(t) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\dfrac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

Вариант 24. Имеются две случайные величины Y и X, связанные соотношением $Y = 4 - 3X$. Величина X распределена равномерно на интервале $(-1, 3)$. Найти математическое ожидание и дисперсию Y и коэффициент корреляции между X и Y.

Вариант 25. Случайные величины U и V связаны со случайными величинами X и Y соотношениями $U = X + 3Y - 2$, $V = 2X - Y + 1$. Известно, что $\mathsf{M}X = 1$, $\mathsf{D}X = 5$, $\mathsf{M}Y = -2$, $\mathsf{D}Y = 4$, $\mathsf{cov}(X, Y) = 3$. Найти математическое ожидание и корреляционную матрицу величин U и V.

Вариант 26. На смежных сторонах прямоугольника со сторонами a и b выбраны наудачу две точки. Найти математическое ожидание квадрата расстояния между этими точками, а также его дисперсию.

Вариант 27. Имеется случайная величина X, распределённая по экспоненциальному закону $f(x) = 2e^{-2x}$, $x \geq 0$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин: $Y = -2X$; $Z = X + Y - 1$; $V = X - 2Y - Z + 1$.

Вариант 28. Точка находится на окружности радиуса R. Радиус-вектор этой точки проектируется на полярную ось, и на этой проекции, как на стороне, строится квадрат. Определить математическое ожидание и дисперсию площади квадрата, если положение точки в месте окружности равновозможно.

Вариант 29. На плоскости с координатами (X, Y) дана случайная точка, причём $MX = 2$; $DX = 16$; $MY = 4$; $DY = 64$; $K_{xy} = 0$. Определить математическое ожидание и дисперсию расстояния от начала координат до проекции точки на ось OZ, лежащую в плоскости $X0Y$ и образующую с осью OX угол $\lambda = 30^0$.

Вариант 30. Через точку $B(0, b)$ проводится прямая BA под углом λ к оси координат, причём $A = (a, 0)$. Все значения угла λ равновероятны на интервале $(-\pi/2, \pi/2)$. Найти плотность распределения вероятностей абсциссы "a"точки A.

ЗАДАЧА 4 .

Вариант 1. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi, \eta) \\ \mathsf{cov}(\eta, \xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi-\eta>-1\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(0;2)$; $\sum=\begin{pmatrix} 3 & -1,5 \\ -1,5 & 3 \end{pmatrix}$.

Вариант 2. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi-\eta>1,1\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(3;1)$; $\sum=\begin{pmatrix} 1 & 0,45 \\ 0,45 & 0,71 \end{pmatrix}$.

Вариант 3. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi-\eta>0\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(-0,15;0)$; $\sum=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 4. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi-\eta>\sqrt{24}\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(0,5;0,5)$; $\sum=\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$.

Вариант 5. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi-\eta>-1\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(0;5)$; $\sum=\begin{pmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$.

Вариант 6. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta>2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(2;1)$; $\sum=\begin{pmatrix} 3/4 & -3/4 \\ -3/4 & 3 \end{pmatrix}$.

Вариант 7. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta>2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(6;10)$; $\sum=\begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 8. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta>2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(0,6;0,3)$; $\sum=\begin{pmatrix} 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,81 \end{pmatrix}$.

Вариант 9. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta>2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(2;1)$; $\sum=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 13 \end{pmatrix}$.

Вариант 10. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta>2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(2;7)$; $\sum=\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 16 \end{pmatrix}$.

Вариант 11. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta-\xi>0\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(3;3)$; $\sum=\begin{pmatrix} 3 & -1/2 \\ -1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$.

Вариант 12. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta-\xi>0\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(1;1)$; $\sum=\begin{pmatrix} 2 & -1/3 \\ -1/3 & 1/9 \end{pmatrix}$.

Вариант 13. Случайная величина (ξ,η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum=\begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta-\xi>0\}$, если $(\mathsf{M}\xi,\mathsf{M}\eta)=(0;-0,3)$; $\sum=\begin{pmatrix} 1 & 1/6 \\ 1/6 & 0,09 \end{pmatrix}$.

Вариант 14. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (4; 2)$; $\sum = \begin{pmatrix} 4 & 4/3 \\ 4/3 & 4 \end{pmatrix}$.

Вариант 15. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0; 1)$; $\sum = \begin{pmatrix} 16 & -2/3 \\ -2/3 & 16/9 \end{pmatrix}$.

Вариант 16. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi - \eta > -1\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0; 2)$; $\sum = \begin{pmatrix} 3 & -1,5 \\ -1,5 & 3 \end{pmatrix}$.

Вариант 17. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi - \eta > 1,1\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (3; 1)$; $\sum = \begin{pmatrix} 1 & 0,45 \\ 0,45 & 0,71 \end{pmatrix}$.

Вариант 18. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi - \eta > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (-0,15; 0)$; $\sum = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 19. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi - \eta > \sqrt{24}\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0,5; 0,5)$; $\sum = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$.

Вариант 20. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\xi - \eta > -1\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0; 5)$; $\sum = \begin{pmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$.

Вариант 21. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta > 2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (2; 1)$; $\sum = \begin{pmatrix} 3/4 & -3/4 \\ -3/4 & 3 \end{pmatrix}$.

Вариант 22. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta > 2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (6; 10)$; $\sum = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 23. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta > 2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0,6; 0,3)$; $\sum = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,81 \end{pmatrix}$.

Вариант 24. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta > 2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (2; 1)$; $\sum = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 13 \end{pmatrix}$.

Вариант 25. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{\eta > 2\xi\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (2; 7)$; $\sum = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 16 \end{pmatrix}$.

Вариант 26. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (3; 3)$; $\sum = \begin{pmatrix} 3 & -1/2 \\ -1/2 & 1/3 \end{pmatrix}$.

Вариант 27. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (1; 1)$; $\sum = \begin{pmatrix} 2 & -1/3 \\ -1/3 & 1/9 \end{pmatrix}$.

Вариант 28. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0; -0,3)$; $\sum = \begin{pmatrix} 1 & 1/6 \\ 1/6 & 0,09 \end{pmatrix}$.

Вариант 29. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (4; 2)$; $\sum = \begin{pmatrix} 4 & 4/3 \\ 4/3 & 4 \end{pmatrix}$.

Вариант 30. Случайная величина (ξ, η) распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta)$ и ковариационной матрицей $\sum = \begin{pmatrix} \mathsf{D}\xi & \mathsf{cov}(\xi,\eta) \\ \mathsf{cov}(\eta,\xi) & \mathsf{D}\eta \end{pmatrix}$.

Найти $\mathsf{P}\{3\eta - \xi > 0\}$, если $(\mathsf{M}\xi, \mathsf{M}\eta) = (0; 1)$; $\sum = \begin{pmatrix} 16 & -2/3 \\ -2/3 & 16/9 \end{pmatrix}$.