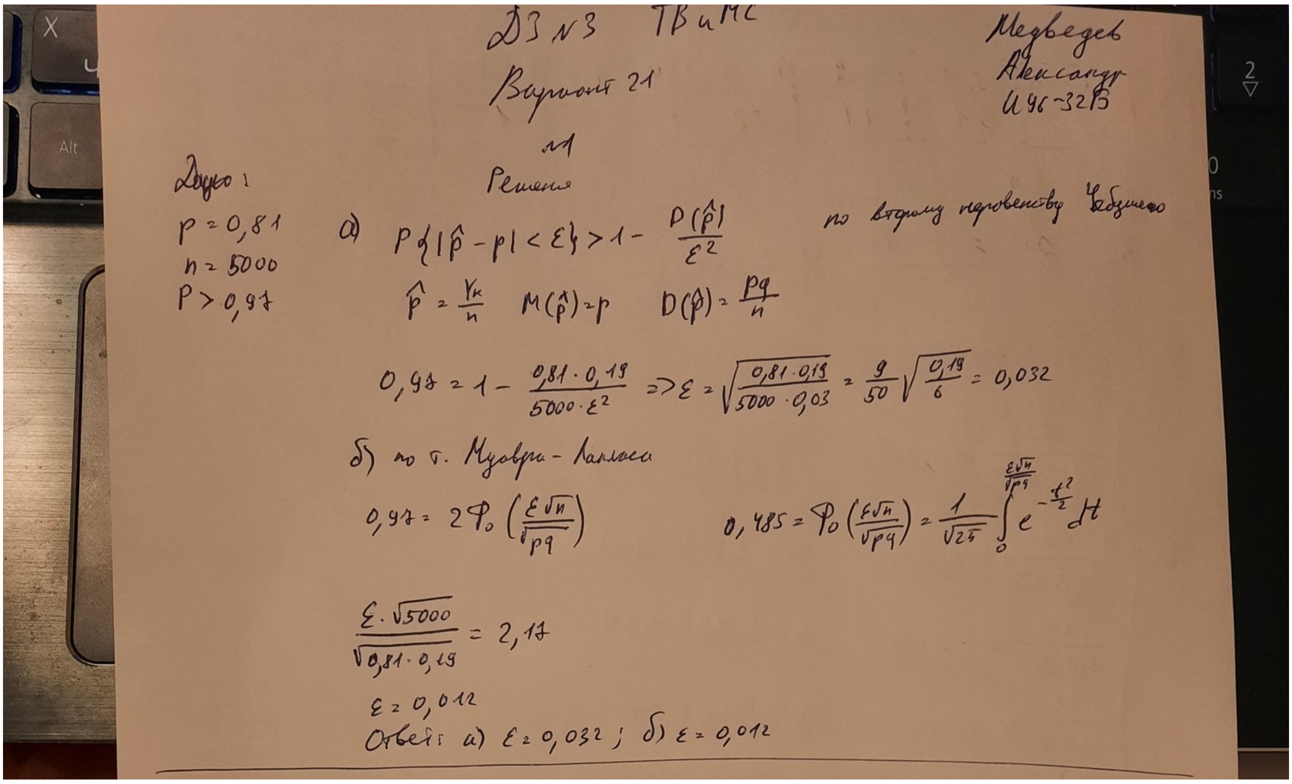
Вариант 21. Вероятность случайного события равна 0,81. Выполнено 5000 испытаний. В каком интервале с вероятностью $\geqslant 0{,}97$ лежит наблюдаемая частота случайного события? Решить задачу, используя неравенство Чебышёва и интегральную теорему Муавра — Лапласа.


ДЗ №3 ТВиМС

Медведев Александр ИУ6-32Б

Вариант 21

№1

Решение

Дано:

$p = 0{,}81$

$n = 5000$

$P > 0{,}97$

а) $P\{|\hat{p} - p| < \varepsilon\} > 1 - \frac{D(\hat{p})}{\varepsilon^2}$ по второму неравенству Чебышева

$\hat{p} = \frac{\nu_n}{n}$ $M(\hat{p}) = p$ $D(\hat{p}) = \frac{pq}{n}$

$0{,}97 = 1 - \frac{0{,}81 \cdot 0{,}19}{5000 \cdot \varepsilon^2} \Rightarrow \varepsilon = \sqrt{\frac{0{,}81 \cdot 0{,}19}{5000 \cdot 0{,}03}} = \frac{9}{50}\sqrt{\frac{0{,}19}{6}} = 0{,}032$

б) по т. Муавра-Лапласа

$0{,}97 = 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\right)$ $0{,}485 = \Phi_0\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sqrt{pq}}} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

$\frac{\varepsilon \cdot \sqrt{5000}}{\sqrt{0{,}81 \cdot 0{,}19}} = 2{,}17$

$\varepsilon = 0{,}012$

Ответ: а) $\varepsilon = 0{,}032$; б) $\varepsilon = 0{,}012$

Вариант 21. Для заданной выборки:

1) постройте: а) статистический ряд; б) интервальный статистический ряд, предварительно определив число интервалов;
2) найдите значения точечных оценок математического ожидания и дисперсии;
3) постройте гистограмму;
4) на основе анализа результатов наблюдений выдвинете гипотезу о виде закона распределения генеральной совокупности.

Результаты определения поверхностной плотности асбестового полотна, г/м^2.

431	470	431	432	434	450	449	437	448	445	351	393
370	361	360	362	368	361	369	411	412	413	412	430
429	425	424	427	402	429	411	419	414	417	429	415
421	420	419	429	427	424	430	420	421	421	429	417
415	414	413	411	391	392	398	400	410	409	406	400
399	397	396	409	408	410	400	405	407	406	400	403
404	405	410	410	405	401	402	407	406	391	392	399
405	407	407	402	371	372	390	385	380	381	382	383
380	375	375	374	380	379	379	372	374	377	376	371
373	374	376	378	376	376	378	379	380	381	382	383
383	383	371	372	372	390	378	400	399	390	387	401

№2

1) а) статистический ряд.

X	351	360	361	362	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383
n	1	1	2	1	1	1	1	3	4	1	3	2	4	1	3	3	4	2	2	4

385	387	390	391	392	393	396	397	398	399	400	401	402	403	404	405	406	407	408	409	410
1	1	3	2	2	1	1	1	1	3	5	2	3	1	1	4	3	4	1	2	4
411	412	413	414	415	417	419	420	421	424	425	427	429	430	431	432	434	437	445	448	449
3	2	2	2	2	2	2	2	3	2	1	2	5	2	2	1	1	1	1	1	1
450	470																			
1	1																			

$m = \log_2 193 - 1 \approx 6$

$\Delta = \frac{470-351}{6} = \frac{119}{6} \approx 19{,}8$

б)

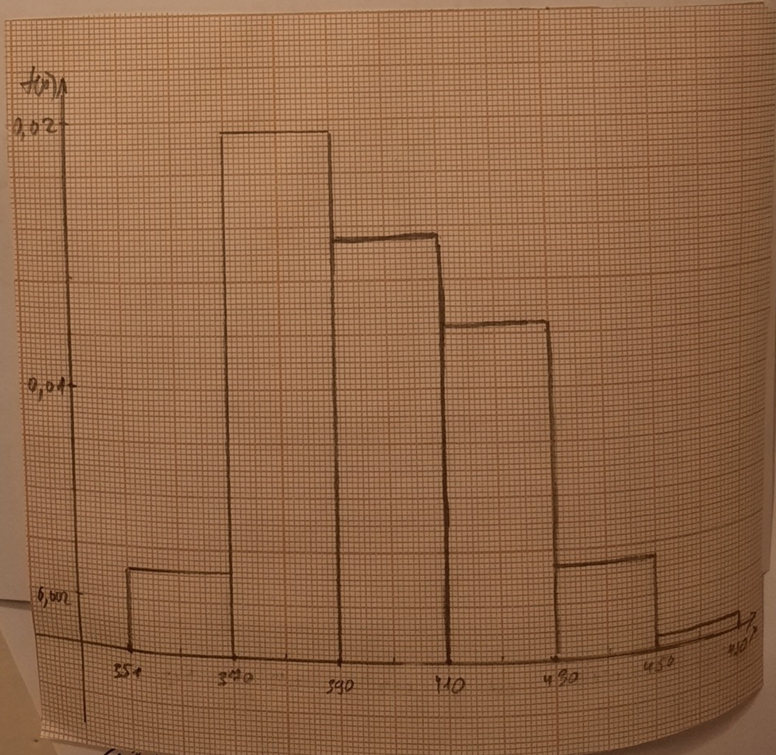
J	351; 370,8	370,8; 390,6	390,6; 410,4	410,4; 430,2	430,2; 450	450; 470
n	8	51	41	32	9	1

2) $MX = \frac{\sum X}{n} = \frac{52788}{133} \approx 397$

$DX = \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n-1} = \frac{68020}{132} \approx 515,3$

3) построить гистограмму

$$f_n(x) \begin{cases} \frac{8}{19,8 \cdot 133} \approx 0,0030 & , x \in [351; 370,8] \\ \frac{51}{19,8 \cdot 133} \approx 0,0194 & , x \in [370,8; 390,6) \\ \frac{41}{19,8 \cdot 133} \approx 0,0156 & , x \in [390,6; 410,4) \\ \frac{32}{19,8 \cdot 133} \approx 0,0123 & , x \in [410,4; 430,2) \\ \frac{9}{19,8 \cdot 133} \approx 0,0034 & , x \in [430,2; 450) \\ \frac{1}{19,8 \cdot 133} \approx 0,0004 & , x \in [450; 470] \\ 0 & , x \notin [351; 470] \end{cases}$$



4) Основываясь на виде закона распределения можно выдвинуть гипотезу, что рассматриваемая величина распределена по логнормальному закону.

$$f(\ln x) = \frac{1}{\sigma_{\ln x}\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{(\ln x - M(\ln x))^2}{2\sigma_{\ln x}^2}\right)}$$

Вариант 21. На основании 100 опытов определили, что в среднем для производства детали требуется 5,5 с, а оценка среднеквадратического отклонения составила 1,7 с. Сделав допущение, что время для производства детали есть нормальная случайная величина, определить границы, в которых лежит истинное значение среднеквадратического отклонения с доверительной вероятностью 90%.

№3

Дано:

$n = 100$

$\sigma = 1{,}7$ с

$\overline{X} = 5{,}5$ с

$\gamma = 0{,}9$

Найти границы.

Решение

границы: $\left(\overline{X} - U_{\frac{1+\gamma}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{X} + U_{\frac{1+\gamma}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$$U_{\frac{1+\gamma}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}645 \cdot \frac{1{,}7}{\sqrt{100}} \approx 0{,}28$$

$\boxed{\text{Ответ: } (5{,}22;\ 5{,}78)}$