Вибрации и удары

к.т.н. Никаноров А.В.

Содержание

- Свойства вибрации, влияющие на работоспособность
- Характеристики надежности элементов
- Математическая модель конструкции, как динамической системы.
- Исследование печатной платы как тонкой пластины
- Рекомендации по улучшению качества несущих деталей конструкций
- Амортизация нестационарной ВТ

Виды механических воздействий

Вибрация

Удары многократные и одиночные

Линейное ускорение Акустический удар

Невесомость

Основные задачи конструирования нестационарных ЭВМ

При разработке и оценке конструкций ЭВМ необходимо:

- определить виды механических воздействий и возникающих изза них отказов;
- выявить свойства и определить форму представления воздействий, влияющих на работоспособность ЭВМ;
- получить характеристики надежности компонентов, связанные с механическими воздействиями (виброустойчивость и вибропрочность);
- разработать расчетную модель конструкции и выбрать характеристику ее качества;
- разработать математическую модель, описывающую движение расчетной, и получить характеристику качества конструкции;
- теоретически оценить значение воздействий на компоненты и КМ при установленных в ТЗ параметрах воздействий, характерных для объекта установки;
- подтвердить оценки экспериментально;
- сравнить параметры воздействий с характеристиками соответствующих показателей компонентов и КМ. При неудовлетворительном исходе принять меры к повышению эффективности защиты комплектующих элементов и КМ.

Основные задачи конструирования нестационарных ЭВМ

При разр 1 Что воздействует? оших из-2 Что существенно влияет? воздейств получить харак теристики надежности компонентов, связанные с механически 3 Надежность компонентов вибропрочно разработать рафчетную модель конструкции и выбрать характеристи 4 Расчетная модель разработать м ижение расчетной, и получить характеристику качества конструкции; теоретическ енты и 5 Расчетная оценка влияния КМ при устан <u> 19 объекта установки:</u> характерных

• подтверди 6 Экспериментальное влияние

соответ точних показателей компонентов и КМ. При неудо 2 Сравнение расчет - эксперимент

ению

Определение вида вибрационного воздействия и отказов

Среди механических воздействий основными являются вибрации в связи с длительностью влияния, знакопеременностью нагрузки и широким диапазоном частот.

Основные требования к воздействиям:

- вид и параметры вибрации должны в максимальной степени соответствовать условиям работы;
- форма представления наиболее просто реализовываться и описываться математическим аппаратом, позволяющим теоретически оценивать конструктивные решения с точки зрения их надежности.

• количества и режимов работы источников возбуждения;

• упругих свойств конструкции и т.п.

Вибрационное воздействие – стационарный эргодический случайный процесс с постоянным энергетическим спектром в рабочем диапазоне частот и нормальным законом распределения амплитуд.

Вероятностные характеристики его определяются при статической обработке некоторого количества реализации записи колебаний в реальных условиях функционирования аппаратуры.

Виды отказов из-за механических воздействий

Основные виды отказов:

- замыкание электросоединений, например, при амплитуде колебаний печатной платы превышающей толщину зазора будет происходить соударение их компонентов и, как следствие, короткое замыкание проводящих элементов;
- отрывы паяных и сварных соединений выводов микросхем, проводов не закрепленных жгутов;
- отслаивание и затем обрывы проводников печатных плат;
- нарушение контактирования в разъемных соединителях;
- отвинчивание крепежных элементов;
- разрушение несущих деталей.

При снятии нагрузки могут устраняться замыкания проводящих элементов и восстанавливаться контакты в разъемных соединителях.

Свойства вибрации, влияющие на работоспособность ЭВМ

Отказы из-за вибраций зависят от:

• значения нагрузки;

Для случайного

процесса

- ее частотных свойств;
- длительности воздействия.

- первой функции распределения вероятностей;
- спектральной плотности мощностей;
 - времени.

Первая функция распределения вероятностей стационарного эргодического процесса W_g – это математическое ожидание относительной продолжительности интервалов времени, в течении которых значение воздействия g (величина виброускорения, м/с²) меньше или равно заданному g_0 .

 W_g характеризует интенсивность и продолжительность действия на конструкцию инерционных сил, вызванных вибрацией.

Спектральная плотность мощностей случайного процесса это плотность распределения дисперсии ускорения по частотам непрерывного спектра. Определяется как предел отношения квадрата ускорения к полосе частот, ширина которой стремится к нулю. Характеризует интенсивность и частотные свойства вибронагрузки.

Способы замены широкополосной случайной вибрации

Причины замены:

- теоретическая и экспериментальная оценки воздействия на конструкцию широкополосной случайной вибрации представляет определенные трудности;
- в ряде случаев непосредственно на КМ воздействует не широкополосная, а узкополосная вибрация.

Три способа замены:

- 1. Представление стационарной случайной вибрации полигармоническим процессом
- 2. Замена широкополосной случайной вибрации узкополосным случайным возмущением с переменной средней частотой спектра.
- 3. Представление стационарного случайного воздействия с постоянной спектральной плотностью в виде гармонической вибрации переменной частоты.

Способы замены широкополосной случайной вибрации

Добротность (Q - quality factor) конструкции обратно пропорциональна скорости затухания колебаний.

Чем выше добротность, тем меньше потери энергии между последовательными периодами колебаний.

Для сложной конструкции, имеющей несколько резонансных частот, трудно учесть одновременное воздействие всех форм колебаний, поэтому с целью упрощения расчетов вводят эмпирическое соотношение для добротности конструкции:

$$Q = 5 + 0.25\omega_0$$

где ω₀ - собственная частота

Такой вид испытаний на гармоническую вибрацию с переменной частотой широко распространен на практике и называется испытанием по методу качающейся частоты.

Характеристики надежности элементов

• Вибропрочность

 Свойство элемента противостоять вибрационному воздействию, с возможностью продолжения выполнения своих функций после снятия воздействия.

• Виброустойчивость

- Свойство элемента противостоять воздействию во время выполнения своих функций.
- Обе эти характеристики определяются значением испытательной нагрузки и временем её действия.

Рекомендации по использованию видов вибрации для испытания элементов и КМ

Испытание комплектующих элементов следует проводить либо на **гармоническую** вибрацию, либо на **узкополосную** случайную вибрацию.

• В первом случае задают уровень виброускорения (или амплитуду колебаний), частоту и время воздействия. Связь между уровнем виброускорений и амплитудой A_a (мм) :

 $A_g = 9810g/(4\pi^2\omega^2)$

где ω - частота колебаний, Гц.

Среднюю частоту спектра берут равной резонансной частоте элемента.

• Во втором случае задают среднеквадратичное значение воздействия, ширину полосы и среднюю частоту спектра.

Испытание конструкции в целом необходимо проводить на случайное широкополосное воздействие или на полигармоническую вибрацию.

Расчетная модель конструкции ЭВМ как механической системы

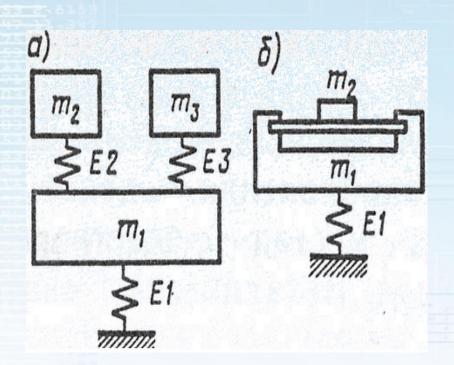
Для оценки качества разрабатываемых КМ и всей конструкции в целом с позиций передачи ими виброускорений, необходимо разрабатывать расчетные модели.

Конструкция любой вычислительной машины является сложной механической системой, так как состоит из механических узлов, обладающих разной степенью жесткости. С точки зрения динамики эта конструкция считается системой линейной и стационарной.

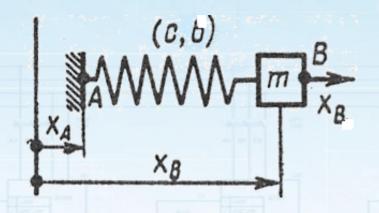
Расчетной моделью конструкции ЭВМ, как механической системы, находящейся в динамическом состоянии, является сложная колебательная система, состоящая из конечного числа простых колебательных систем. Последние, как правило, соответствуют конструктивным модулям, составляющим исследуемую ЭВМ.

Расчетная модель конструкции ЭВМ как механической системы

Модель представляет собой совокупность твердых тел *m*, соединенных упругими механическими связями *E* с *сосредоточенными* – модель *a* или с *сосредоточенными* и *распределенными* параметрами – б.



Система, состоящая из упругой связи и твердого тела называется элементарной вибрационной системой.



Здесь *с* – жесткость связи, *b* – коэффициент демпфирования

Характеристика качества конструкции

Характеристикой качества конструкции является *частотная характеристика Н*(*j*ω). Она позволяет оценить резонансные частоты конструкции и ее реакцию на воздействующие виброускорения.

Частотную характеристику конструкции находят экспериментально или теоретически при исследовании расчетной модели конструкции, поведение которой при вибрациях можно описать аналитически.

Определение реакции конструкции на виброускорение

Виброускорение Так как виброускорение на данной частоте пропорционально амплитуде смещения, то частотную характеристику можно рассматривать как отношение реакции к возбуждающему виброускорению в функции частоты. Если известна частотная характеристика, то реакция системы на виброускорение, приложенное к её входу, для гармонического вибрационного воздействия: $g_p = g_{\text{вх}} \eta \left(\omega \right) \cos \left(\omega t - \varphi + \epsilon \right);$

Для полигармонической вибрации:
$$g_p = \eta(\omega) \sum_{i=1}^n g_{nxi} \cos(\omega_i t - \varphi_i + \varepsilon_i);$$

Для случайной вибрации:
$$S_{gp} = \eta^2(\omega) S_{gBx};$$
 $\sigma_p^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\delta}^{\infty} S_{gBx} \eta^2(\omega) d\omega.$

Здесь:

 $\eta(\omega)$ – модуль частотной характеристики,

ф – начальная фаза;

 S_{gp} и $\sigma_p^{\ 2}$ – спектральная плотность мощности и дисперсия для стационарной случайной вибрации.

Методика получения модели конструкции ВТ как механической системы

- Расчетную модель конструкции получают выделением и идеализацией существенных и отбрасываем второстепенных факторов. При этом модель необходимо составлять для трех взаимно перпендикулярных направлений.
- Построение расчетной модели удобно связывать с разделением конструкции на сборочные узлы.
- Разбиение конструкции на элементарные вибрационные системы и установление соответствия КМ элементам этих систем: если внутри КМ существует нежесткая механическая часть, то жесткая часть этого КМ образует основание вибрационной системы, нежесткая механическая часть упругую связь модели, а объектом является следующий КМ, входящий в рассматриваемый.
- Рассматривая последовательно конструкцию ЭВМ от стойки к следующему модулю и т.д. до микросхемы или ЭРЭ, получаем цепочку вибрационных систем, составляющих модель для данного геометрического направления.

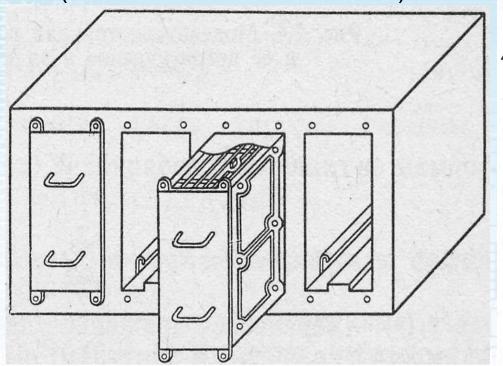
Элементы конструкции, порождающие нежесткие механические связи

Нежесткая механическая связь может существовать между:

- всей конструкцией ЭВМ и объектом установки (амортизаторы);
- корпусом ЭВМ и пакетом плат/блоком (шпильки, винты);
- основанием блока и опорным контуром платы (основание как тонкая пластина);

• опорным контуром платы и модулями, устанавливаемыми на ней

(плата как тонкая пластина).



1 –рамка; 2 – субблок; 3 – отверстия; 4 – шарниры; 5 – задняя панель

Анализ элементов конструкции

Если собственная частота элемента конструкции существенно превышает частоту вибрационного воздействия, то этот элемент считается *твердым телом*, в противном случае он – *нежесткая механическая связь*. Различают связи с сосредоточенными и распределенными параметрами.

Связи с сосредоточенными параметрами – амортизаторы.

Связи с распределенными параметрами:

- шпильки (болты, винты) **–** при *l>>d ;*
- платы как тонкие пластины –
 при min(l₁,l₂)/h>>10.

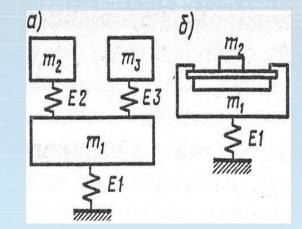


```
1 – корпус;
2, 3 – элементы
шарнирного устройства;
4 – субблоки;
5 – крышка;
6 – упоры;
7 – винты; 8 – втулки
```

Математическая модель конструкции ЭВМ как динамической системы. Модель с сосредоточенными параметрами

Движение модели описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений, количество которых определяется числом степеней свободы расчетной модели:

$$M\ddot{X} + CX + B\dot{X} = E(t),$$



Где М, С, В – соответственно матрицы коэффициентов инерции (масс), жесткостей, коэффициентов демпфирования;

Х – обобщенная координата;

E(t) – n-мерный вектор-столбец обобщенных возмущающих сил.

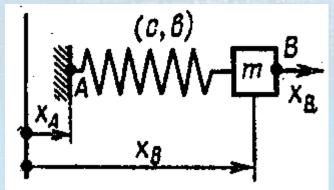
Полученную систему решают:

- при небольшом числе степеней свободы интегрированием;
- при значительном методом цепных дробей и матриц переноса.

Модель с сосредоточенными параметрами

Частотная характеристика: Для одномассовой (элементарной) системы

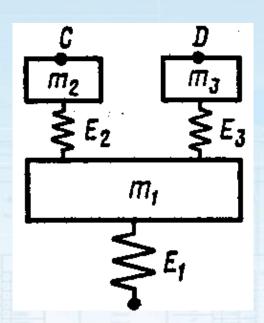
$$H(j\omega) = 1/(1 - Em\omega^2),$$



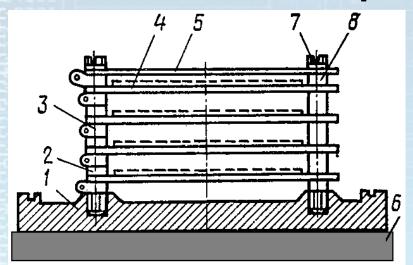
Для разветвленной трехмассовой системы

$$H_{C(D)}(j\omega) = H_1H_{2(3)} / [1 - (m_2/m_1) H_3(H_1 - 1) - (m_3/m_1) H_3(H_1 - 1)]$$

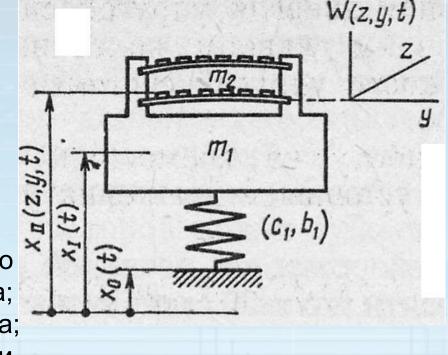
Где $E=1/(c+bj\omega)$; H_1 , H_2 , H_3 - частотные характеристики элементарных вибрационных систем.



Пример конструкции и ее расчетная модель с сосредоточенными и распределенными параметрами



1 — корпус; 2, 3 — элементы шарнирного устройства; 4 — субблоки; 5 — крышка; 6 — амортизирующая прокладка; 7 — винты; 8 — втулки



 c_1, b_1 — жесткость и коэффициент демпфирования амортизаторов в главном геометрическом направлении;

 m_1 — масса корпуса ЭВМ и всех жестко связанных с ним элементов; m_2 — суммарная масса плат.

Оценка качества конструкции как механической системы

- Конструкция совокупность твердых тел, соединенных упругими механическими связями с сосредоточенными и распределенными параметрами.
- 1. Известны характеристики этих связей, в том числе формы главных колебаний, составляющие полную систему.
- 2. Получена частотная характеристика $H(j\omega)$.
- 3. Входное воздействие широкополосная случайная вибрация, ее характеристики: S, [$\omega_{\text{н}}$, $\omega_{\text{в}}$], $t_{\text{возд}}$.
- 4. Необходимо проверить выполнение критерия виброустойчивости для микросхемы.

Характеристика виброустойчивости:

- σ_и среднеквадратичное значение узкополосной вибрации при испытаниях;
- $t_{\rm u}$ время испытаний.

Оценка качества конструкции как механической системы

- 5. Исследуя формы главных колебаний определяем координаты точек платы (центров установочных позиций микросхем) наиболее опасные с точки зрения передачи виброускорения.
- 6. Получаем модуль частотной характеристики $\eta(\omega)$ для одной из этих точек.
- 7. Определяем среднее квадратичное значение реакции конструкции на широкополосную вибрацию

$$\sigma_{\rm p} = \sqrt{\int_{\omega_{\rm H}}^{\omega_{\rm B}} (\int_{\omega_{\rm H}}^{S} S(\omega) \, \eta^2(\omega) \, d\omega)/\pi}$$
.

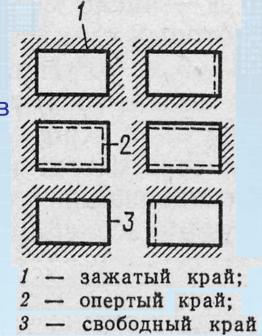
8. Проверяем выполнение условий:

$$\sigma_{\mathsf{p}} \leq \sigma_{\mathsf{N}} \, \mathsf{N} \, \, t_{\mathsf{возд}} \leq t_{\mathsf{N}} \, .$$

В теории пластин и оболочек исследованы платы, граничные условия для которых являются сочетанием зажатого, опертого и свободного краев

Эти способы крепления позволяют получить полную систему собственных функций и, следовательно, частотную характеристику.

Поскольку область платы прямоугольна, формы главных колебаний определяют из ортогональной в прямоугольнике тригонометрической системы:



$$\left\{\frac{\sin}{\cos}\right\}k\pi \frac{z}{a}\left\{\frac{\cos}{\sin}\right\}m\pi \frac{y}{b}$$
.

Тогда собственные функции:

$$f_{i} = f_{k,m} = \alpha_{k,m} \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} k\pi \frac{z}{a} \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} m\pi \frac{y}{b}$$

где *a*, *b* – длины сторон платы;

 $\alpha_{k,m}$ – коэффициент, зависящий от способа крепления платы.

Откуда в общем случае

$$W(z,y) = \sum_{k,m=0}^{n} \alpha_{k,m} \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} k\pi \frac{z}{a} \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} m\pi \frac{y}{b}.$$

Собственные частоты в общем виде:

$$\omega_i = \beta_i \pi \varphi_i(a/b) \sqrt{D/m_s}$$
,

где β_i – постоянные коэффициенты; β_i , ϕ_i зависят от способа крепления платы;

Собственные частоты в общем виде:

$$\omega_i = \beta_i \pi \varphi_i(a/b) \sqrt{D/m_{_{\mathfrak{I}}}},$$

где β_i – постоянные коэффициенты;

 β_{i}, ϕ_{i} зависят от способа крепления платы;

$$D = Eh^3 / [12(1-\nu)^2]$$
 – жесткость изгиба платы;

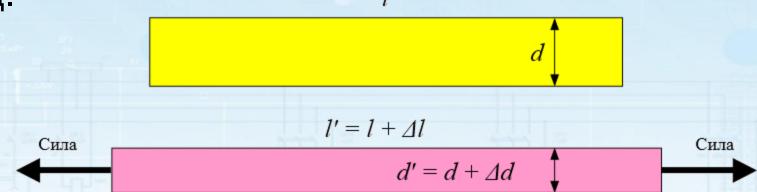
E и v – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала платы;

$$E=1/(c+bj\omega), \quad m_s=\rho h/g+G_MN/(abg),$$

h — толщина платы; ab = S — площадь платы; ρ — плотность материала платы; $G_{\rm M}$ — вес микросхемы; N — количество микросхем платы.

Коэффициент Пуассона

 Коэффициент Пуассона (v) — величина отношения относительного поперечного сжатия к относительному продольному растяжению.
 Коэффициент зависит не от размеров тела, а от природы материала, из которого изготовлен образец.



Модуль упругости

- Модуль упругости физическая величина, характеризующая способность твёрдого тела упруго деформироваться (то есть не постоянно) при приложении к нему силы. В области упругой деформации модуль упругости тела в общем случае зависит от напряжения и определяется производной (градиентом) зависимости напряжения от деформации.
- В наиболее распространенном случае зависимость напряжения и деформации линейная (закон Гука):

$$E = \sigma/\epsilon$$

 σ — напряжение, вызываемое в образце действующей силой (равно силе, делённой на площадь приложения силы); ε — упругая деформация образца, вызванная напряжением (равна отношению изменения размера образца после деформации к его первоначальному размеру).

Полная система собственных функций получена только для ограниченного количества сочетаний свободного, опертого и зажатого краев. Получение частотной характеристики – сложная задача для аналитических вычислений.

Для различных сочетаний указанных граничных условий получена формула для первой собственной частоты

$$\omega_1 = 0.159 (^{\text{K}_{\infty}}/_{\infty^2}) \sqrt{D/m_9}$$

где K_{α} – коэффициент, зависящий от a,b и способов крепления сторон платы.

Способ крепления	Kα	Способ крепления	Kα	
	$9,87 \sqrt{1+2,566a^{2}/b^{2}+} + 5,138a^{4}/b^{1}$	9	$22,37 \sqrt{1+0,61a^2/b^2+4a^4/b^4}$	
4	$ \begin{array}{r} 15,42\sqrt{1+1,19a^2/6^2+} \\ +2,1a^4/6^4 \end{array} $	15	22,37	

При неполной системе собственных функций теоретически можно:

- определить координаты наиболее опасных мест установки микросхем;
- использовать такой критерий оценки качества платы, как несовпадение резонансных частот упругих систем конструкции;
- сформулировать рекомендации по изменению способов крепления с целью увеличения значений первых резонансных частот и, следовательно, уменьшения коэффициента усиления вибраций.

Анализ способов крепления плат

Если не получены полные/неполные системы собственных функций (главных колебаний), то важную роль для оценки конструкции платы как нежесткой механической системы с распределенными параметрами приобретает такой критерий как значение первой собственной частоты (если возможно, то и более высоких).

Анализ способов крепления плат

Для плат с точечным креплением:

• 4-ре точки крепления:

$$\omega_{m,n} = \frac{\pi}{2} \frac{(1+\gamma^2)}{b^2} (n^2 \gamma^2 + m^2) \sqrt{\frac{D}{m_e}}, \text{ fig } \gamma = b/a;$$

• 5 и 6 точек крепления:

$$\omega_1 = (\pi/2) (A + 1/b^2) \sqrt{D/m_e},$$
 где $A = 4/(a^2 + b^2)$ при $n = 5$ и $A = 1/(4a^2)$ при $n = 6$.

Оценим эффективность двух видов граничных условий – зажатый край и точечное крепление.

Характеристики платы: a=b=10см, D=60Нсм, $m_3=0,6\,10^{-6}\,$ кг/см². Тогда для указанных и некоторых других вариантов крепления

получим:

	14	9	x x x x	x x	x x x	x x x x x x x x x x x x x x x x x x x
ω ₁ , Гц	360	582	314	470	627	1508

Рекомендации по улучшению качества несущих деталей конструкций

Для улучшения качества несущих конструкций с точки зрения передачи механических воздействий можно рекомендовать:

- использование вибропрочных шасси и каркасов (штампованных, литых и фрезерованных).
- предупреждение саморазвинчивания резьбовых соединений
 - пружинные шайбы,
 - контровка гаек механическим крепежом,
 - контровка гаек установкой на нитроэмаль.

- Мероприятия по электронным платам
 - увеличение жесткости платы субблока;
 - введение опорных поверхностей по контуру платы и в ее внутренней области в виде накладок или рамок (прилегание плат по этим поверхностям при сборке в пакет дает условие зажатого края);
 - создание условий зажатого края по краевым полям платы;
 - увеличение точек крепления по контуру платы;
 - установку дополнительных точечных упоров во внутреннюю область (контактирование упоров с корпусом при сборке в пакет дает точечное зажатие).

 дополнительное крепление навесных элементов свыше 10 гр. для снижения собственных частот будут выше расчетных. (механические или установка на клей, компаунд, мастику).

Эти же меры приводят к уменьшению коэффициентов усиления виброускорения.

- Проводные и кабельные соединения
 - Сокращение расстояния между креплениями.
 - Предотвращение изломов в клеммных соединителях и местах пайки путем дополнительного крепления к корпусу.
 - Жгутование нескольких проводов и кабелей для снижения их взаимных механических воздействий.

Амортизация нестационарных ЭВМ

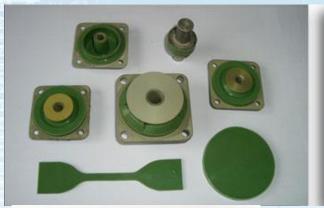
- Эффективный способ повышения надежности ВТ, функционирующей в условиях интенсивных механических воздействий – виброизоляция.
- Энергия механических колебаний поглощается или отражается специальными приспособлениями – амортизаторами.
- Энергия в амортизаторах поглощается за счет трения, отражение части механической энергии происходит в случае, если частота собственных колебаний амортизированной системы меньше нижней границы диапазона воздействующих колебаний (амортизатор работает как механический фильтр нижних частот).

Основные параметры амортизаторов

- Жесткость
- Номинальная нагрузка
- Диапазон собственных частот
- Коэффициент виброизоляции в диапазоне собственных частот и вне его
- Относительный коэффициент демпфирования,
- Допустимые условия эксплуатации
- Гарантированная наработка
- Габариты и масса

Типы амортизаторов

- Амортизаторы резинометаллические
- Амортизаторы пружинные и торсионные
- Пневмогидравлические амортизаторы













Типы амортизаторов

• Амортизаторы резинометаллические

 просты в изготовлении, защищают от вибрации в любом направлении. Они имеют довольно низкий относительный коэффициент демпфирования и требуют защиты от разрушающих резину воздействий (солнечной радиации, масла, бензина). При понижении температуры упругость амортизаторов ухудшается, жесткость и собственная частота возрастают.

• Амортизаторы пружинные

 защищают от вибрации только в основном направлении. Они хорошо противостоят внешним воздействиям. Диапазон частот воздействующих виброускорений в общем случае равен 5–5000 Гц, при использовании пружинных амортизаторов может возникать явление резонанса.

• Пневмогидравлические амортизаторы

исключают резонанс. Собственные частоты - не более 3 Гц.

Задача расчета амортизации

- Наиболее распространенная задача расчета амортизации – определение типа и числа амортизаторов, выбор схемы их расположения при заданных кинематических и геометрических параметрах ВТ и при действующем виброускорении.
- Основная цель при проектировании системы амортизации – обеспечение уровня виброускорений меньше допустимого.
- Рассмотрим линейную систему амортизации однонаправленного нагружения, в которой действие возмущающих сил и перемещение возможно вдоль оси амортизатора.

- Качество амортизации характеризуется коэффициентом передачи (виброизоляции) μ.
- При малом демпфировании (раскачивании), что характерно для большинства систем амортизации, ω/ω₀>2

$$\mu = 1/[(\omega/\omega_0)^2-1]$$

где:

- ω виброускорение, воздействующее на объект, ω₀ - собственная частота амортизированной системы
- Эффективная амортизация обеспечивается, если 2ω₀ ≤ ω, т.е. если собственная частота системы в 2–3 раза меньше нижней граничной частоты воздействующего виброускорения.

• Суммарная жесткость амортизаторов H/м $K_{\Sigma} = 39.2 \cdot m \cdot \omega_0^2$

где

m — масса амортизированной системы, кг. ω_0 — собственная частота амортизированной системы.

 Расчетная жесткость каждого амортизатора

$$k_i = \frac{K_{\Sigma}}{N}$$

где

N – количество амортизаторов

• Амплитуда колебаний амортизированной системы на данной частоте:

$$h_{max} = 0.0025g/\omega^2$$

при условии ${
m K}_{\scriptscriptstyle \Sigma} \ll m 40 \pi^2 \omega^2$