**1.证明下列函数为凸函数：**

（1）

Hesse矩阵为

该矩阵为正定矩阵，为凸函数

（2）

Hesse矩阵为

该矩阵为半正定矩阵，为凸函数

（3）

Hesse矩阵为

该矩阵为半正定矩阵，为凸函数

**2.二次函数 是上严格凸函数当且仅当是正定矩阵**

**证明** 设是严格凸的，由定义有

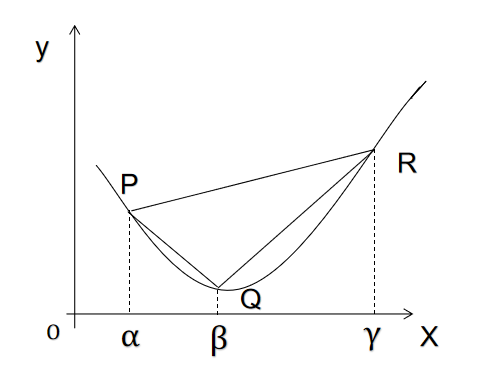
对任何，，成立，即

化简得到

因为，故令，则.又，故得到

因为是任意的，故是任意的，从而是正定的.

以上各步均可逆，从而得到结论。

**3. 如图所示，在曲线上自左向右任取点，不等式表示两两连接这三点的三条弦的斜率满足，证明不等式是函数为凸函数的充要条件。**

**证明** 首先证明必要性，由为凸函数，取

由定义可知

这是式的左部不等式，将式改写成

这是式的右部不等式，因此必要性得证。接下来证明充分性，因为选择的任意性，从不等式又可推导出不等式，故充分性得证。 综上，不等式为曲线为凸函数的充要条件。

**4.设为非空开凸集，在上可微，证明为上的凸函数的充要条件为，**

**证明** 首先证明必要性，设为上的凸函数，则及，有

于是

因为开集，在上可微，故令，得

即，

再证明充分性，若有，，则

从而

将上述两式分别乘以和后相加得

所以为凸函数，充分性得证。

**5. 判定下列非线性规划是否为凸规划：**

（1）

解：

1）目标函数

，，

对应的Hesse矩阵为，明显为正定矩阵，即是凸函数。

2）约束条件

为线性函数必然是凸函数，对应的Hesse矩阵为，为非正定矩阵，即不是凸函数，可行域不是凸集。

∴该非线性规划不是凸规划。

（2）

解：

1）目标函数

,,

对应的Hesse矩阵为，明显为正定矩阵，即是凸函数。

2）约束条件

为线性函数必然是凸函数，的Hesse矩阵为，是正定矩阵，即为凸函数，可行域是凸集。

∴该非线性规划为凸规划。

**6.若规划问题其中为凸函数，证明：**

**（1）问题的可行解集合为凸集；因而为凸规划；**

**（2）问题的最优解集合为凸集；**

**（3）问题的任何局部最优解都是整体最优解.**

答案详见ppt