第三讲 习题

**1.将下列线性规划问题转化为标准形式**

**（1）**



解：（1）

（2）引入松弛变量 ，使得



（3）引入剩余变量  ，使得



（4）消除自由变量，令



则原规划变为：



**（2）**



解：（1）先左右乘-1使右端项大于等于0，引入松弛变量 ，使得



（2）引入剩余变量  ，使得



（3）消除自由变量

令 

则原规划变为：

**2.图解法求解下列线性规划**

解：

1. 绘出可行集

*-f*

1. 绘出过原点的等值线（如图红色虚线）：

-=

1. 确定目标函数下降方向：
2. 分析有效约束条件，求出可行解：

画出最终等值线的位置，求出交点坐标：

解得：交点坐标即最优解为：， ；

将、代入目标函数得目标函数值为：.

**3.设都是某线性规划的最优解，证明在这两条线段上的所有点也是该线性规划的最优解。（最优解是凸集）**

证明：

标准形式的线性规划：

（ 连线上的所有点用的凸组合表示)

所以，

所以，连线段上的所有点也是该线性规划的最优解。

**4.某规划问题的约束条件是**

**问向量所对应的列向量是否构成基矩阵及其所对应的基本解是否是可行解**

解：

由题可知：

A= b=

由所对应的列向量组成的矩阵B=，且对应的N=，因为==12,所以B为非奇异矩阵，

因此B是一个基矩阵

= = =

=,其中存在小于零的元素，所以对应x=不是一个基本可行解。

**5.考虑下列不等式定义的多面集**

**引进松弛变量，，把式子化成**

**试求上式基本可行解。**

解：

方程的系数矩阵

,

（1）由于每确定一个基矩阵B，就能得到一个基本解，因此下面分别选择不同的基B。

（2）根据 ,解出相应的基本解。

（3）判断是否小于0的元素，判断是否为基本可行解。

令:

解得基本解：

，

令

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

以上对所有的基都进行了计算，得到五个基本解，其中，，，是基本可行解，则不是，因为的第四个分量是负数。

6.求给定问题的最优解（利用基本可行解的方法）

解：系数矩阵

，

令

，

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

令

，

解得基本解：

，

以上对所有的基都进行了计算，得到五个基本解，其中，，是基本可行解，，则不是，因为的第二个分量是负数；的第二，三个分量是负数；的第三个分量是负数。

将，代入目标函数中，求得它们的值分别为。所以本规划的最优解为.

7.给定约束条件

求出基变量是，，的基本解，判断其是不是基本可行解？

解：

的元素均为非负

是基本可行解

**8. 某饲养场饲养动物出售，设每头动物每天至少需700g蛋白质、30g矿物质、100mg维生素。现有五种饲料可供选用，各种饲料每kg营养成分含量及单价如下表，要求确定既满足动物生长的营养需要，又使费用最省的选用饲料的方案。**

解：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **饲料** | **蛋白质（g）** | **矿物质（g）** | **维生素（mg）** | **价格（元/kg）** |
| 1 | 3 | 1 | 0.5 | 0.2 |
| 2 | 2 | 0.5 | 1.0 | 0.7 |
| 3 | 1 | 0.2 | 0.2 | 0.4 |
| 4 | 6 | 2 | 2 | 0.3 |
| 5 | 18 | 0.5 | 0.8 | 0.8 |

s.t.