ZHAW Standort Zürich FS 2012

BA I Numerik 2 Dr. R. Massjung, Dr. D. Zuleger

Übung 5 **Abgabe:** bis 28.3., 18:30h

Besprechung: Übung am 28.3.

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Gegeben ist folgendes Gleichungssystem mit den Unbekannten x_1, x_2 und x_3.

$$
\begin{aligned}
x_3 \sin(x_1 + x_2) + (x_3)^2 x_2 &= 2 \\
(x_1)^2 x_2 + x_3 x_1 + (x_3)^2 (x_2)^2 &= 9 \\
x_1 x_2 x_3 + \sin(x_1 x_2 x_3) &= 0
\end{aligned}
$$

Teil 1:

a) Lösen Sie das Gleichungssystem mit dem Newton-Verfahren in Matlab. Sie können dazu Ihren Matlab-Code von der letzten Übung erweitern. Verwenden Sie den Startwert $x^0 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und führen Sie eine sinnvolle Anzahl an Iterationen durch. 2 Punkte

b) Plotten Sie die Werte für x^k über den Iterationen. 1 Punkt

c) Plotten Sie den Konvergenzverlauf der Iterationen. 2 Punkte

Teil 2:

d) Lösen Sie das Gleichungssystem nun mit dem vereinfachten Newton-Verfahren. Verwenden Sie nur die Jacobi-Matrix, die mit dem Startvektor berechnet wird. 2 Punkte

e) Plotten Sie die Werte für x^k über den Iterationen. 1 Punkt

f) Plotten Sie den Konvergenzverlauf der Iterationen. 1 Punkt

g) Was fällt Ihnen im Vergleich zu Teil 1 auf? 1 Punkt

h) Verändern Sie das vereinfachte Newton-Verfahren nun so, dass die Berechnung konvergiert. 2 Punkte

Aufgabe 2 (22 Punkte)

Gegeben ist folgendes Gleichungssystem mit den Unbekannten x_1 und x_2.

$$\begin{aligned} x_1 - (x_2)^2 + 3\ln|x_1| &= 0 \\ 2(x_1)^2 - x_1 x_2 - 5x_1 + 1 &= 0 \end{aligned}$$

a) Zeichnen Sie die Kurven in ein Koordinatensystem. Plotten Sie nur den Bereich, in dem ausschliesslich reelle Zahlenwerte vorkommen. 2 Punkte

Teil 1:

b) Lösen Sie das Gleichungssystem mit Hilfe des Newton-Verfahrens in Matlab. Verwenden Sie den Startwert $x^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Iterieren Sie so lange, bis $||F(x^k)||_2 < tol = 10^{-10}$.

2 Punkte

c) Plotten Sie den Konvergenzverlauf und die berechneten Werte. 2 Punkte

d) Wie viele Iterationen werden benötigt, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist? 1 Punkt

e) Wie lautet das Ergebnis für x? 1 Punkt

Teil 2:

f) Lösen Sie das Gleichungssystem nun mit dem gedämpften Newton-Verfahren nach dem Ablaufdiagramm aus der Vorlesung. Verwenden Sie den Startwert und das Abbruchkriterium aus a) und einen Wert von $\lambda_{min} = 0.1$. 4 Punkte

g) Plotten Sie den Konvergenzverlauf und die berechneten Werte. 2 Punkte

h) Wie viele Iterationen werden nun benötigt, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist?

1 Punkt

i) Wie lautet das Ergebnis für x? 1 Punkt

j) Bei welchen Iterationen wird wie oft, also mit welchen Werten für λ, gedämpft?

4 Punkte

Teil 3:

l) Berechnen Sie die zweite Nullstelle des Gleichungssystems. 2 Punkte