ZHAW Standort Zürich FS 2012

BA I Numerik 2 Dr. R. Massjung, Dr. D. Zuleger

Übung 10 **Abgabe:** bis 23.5., 18:30h

Besprechung: Übung am 23.5.

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Gegeben ist das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{aligned} y(0) &= 1 \\ y'(t) &= t(y^2+1) \end{aligned}$$

a) Lösen Sie das Problem mit Hilfe des Runge-Verfahrens. Verwenden Sie eine Schrittweite von $h = 0.3$ und berechnen Sie alle y^k für $k = 1 \ldots 4$. 4 Punkte

b) Zeichnen Sie die berechneten Werte in ein Koordinatensystem. 2 Punkte

c) Weisen Sie nach, dass $y(t) = \tan\left(\frac{t^2}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ die Lösung des Anfangswertproblems ist, und zeichnen Sie sie in das Koordinatensystem aus b) ein. 3 Punkte

Aufgabe 2 (17 Punkte)

Gegeben ist das folgende Anfangswertproblem:

$$\begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y'(t) &= \frac{1}{1+t^2} - 2y^2 \end{aligned}$$

a) Lösen Sie das Problem mit Hilfe des Euler-Verfahrens, indem Sie das Verfahren in Matlab programmieren. Verwenden Sie $t = 0 \ldots 10$ und eine Schrittweite $h_e = 0.25$ und plotten Sie die berechneten Werte in ein Koordinatensystem. 5 Punkte

b) Lösen Sie das Problem mit Hilfe des Runge-Verfahrens, indem Sie Ihr Programm aus Aufgabe a) erweitern. Verwenden Sie wiederum $t = 0 \ldots 10$, aber eine Schrittweite $h_r = 2h_e = 0.5$. Plotten Sie die berechneten Werte in das Koordinatensystem aus a). 5 Punkte

c) Die Lösung des Anfangswertproblems ist:

$$y(t) = \frac{t}{1+t^2}$$

Plotten Sie die Lösung in das Koordinatensystem aus a) und b). 2 Punkte

d) Variieren Sie nun die Schrittweiten h_e und h_r. Verwenden Sie $h_e = 1$, $h_e = 0.5$ und $h_e = 0.125$. Für h_r setzen Sie immer $h_r = 2h_e$. Plotten Sie die berechneten Werte und die bekannte Lösung aus c) jeweils in ein Koordinatensystem. 3 Punkte

e) Was fällt Ihnen bei den verschiedenen Schrittweiten und den beiden Verfahren auf? 2 Punkte