

Лабораторная работа 2 «Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка методами Рунге-Кутты», **Задача 1 и 2.**

(1) В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутты. Часть 1.

срок исполнения – 24.04.2022г.

Задача 1. Найти численное решение задачи Коши для ОДУ 1-ого порядка вида (*)

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), \\ y(a) = y_0 \end{cases} \quad (*)$$

методом типа Рунге-Кутты указанного порядка p с требуемой точностью ε .

Структура входных данных:

- $f(x, y(x))$ - функция правой части ОДУ задачи (*);
- $[a, b]$ - интервал интегрирования, в левой границе которого поставлено начальное условие задачи (*);
// т.е. точка a задана в начальном условии, точку b необходимо задать самостоятельно //
- y_0 - значение, определяющее начальное условие задачи (*);
- n_0 - начальное количество подотрезков разбиения интервала $[a, b]$;
- ε_0 - заданная точность метода.

Метод

1. Построить равномерную сетку на отрезке $[a, b]$ с учетом значения стартового значения n_0 ;
2. При зафиксированном значении n найти численное решение задачи Коши (*) методом Рунге-Кутты порядка p (**уточните формулу по номеру вашего варианта !**). Затем удвоить количество подотрезков разбиения до $2n$, и повторно реализовать численный метод Рунге-Кутты.
3. Найти погрешность численного решения по формуле $\varepsilon_{(n, 2n)} = \frac{|y_n - y_{2n}|}{2^p - 1}$, где
 y_n – численное решение в крайнем правом узле, найденное на сетке из n узлов;
 y_{2n} – численное решение в крайнем правом узле, найденное на сетке из $2n$ узлов;
4. Процесс продолжать, пока не будет выполнено условие $\varepsilon_{(n, 2n)} \leq \varepsilon_0$.

Структура выходных данных:

- значение индикатора ошибки Error:
Error=0 – завершение в соответствии с назначенным условием о достижении заданной точности;
Error=1 – процесс решения прекращен, т.к. с уменьшением шага погрешность не уменьшается;
Error=2 – процесс решения прекращен, т.к. значение шага стало недопустимо малым;
Error=3 – процесс решения прекращен, т.к. дальнейшее применение метода невозможно (в случае, когда реализуется расчетная схема 2 или 3);
Error=4 – решение не получено, двухсторонний метод Рунге-Кутты с данным начальным шагом не применим.
- x - координата конца отрезка интегрирования; полученное в конце отрезка интегрирования значение решения.

Графическая интерпретация : построить

- график аналитического (точного) решения задачи Коши (*), если таковое удастся отыскать;
- график численного решения задачи Коши (*), соответствующего сетке с количеством подотрезков разбиения n_0 ;
- график численного решения задачи Коши (*), полученное в последних двух итерациях алгоритма решения.

Задача 2. Найти численное решение задачи Коши для системы ОДУ 1-ого порядка вида (**)

$$\begin{cases} y_1'(x) = f_1(x, y_1(x), y_2(x)), \\ y_2'(x) = f_2(x, y_1(x), y_2(x)), \\ y_1(a) = y_1^0, \quad y_2(a) = y_2^0 \end{cases} \quad (**)$$

методом типа Рунге-Кутты указанного порядка p с требуемой точностью ε .

Структура входных данных:

- $f_1(x, y_1(x), y_2(x))$ и $f_2(x, y_1(x), y_2(x))$ - функция правой части ОДУ задачи (**)
- $[a, b]$ - интервал интегрирования, в левой границе которого поставлено начальное условие задачи (**);
// т.е. точка a задана в начальном условии, точку b необходимо задать самостоятельно //
- y_1^0 и y_2^0 - значение, определяющее начальное условие задачи (**);
- n_0 - начальное количество подотрезков разбиения интервала $[a, b]$;
- ε_0 - заданная точность метода.

Замечание: Метод решения, структура выходных данных и графическая интерпретация аналогичны постановке задачи 1.

! Выбор формулы, реализуемой в численном методе типа Рунге-Кутта, а также вид функций $f(x, y(x))$, $f_1(x, y_1(x), y_2(x))$ и $f_2(x, y_1(x), y_2(x))$ правой части ОДУ определяется согласно вашему индивидуальному варианту:

тип формулы - пособие (1) «В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта. Часть 1»

функции f, f_1, f_2 - приложение к лр 2.