3.1.1

$$\left(m \cdot \frac{d^2x}{dt} + b \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot x = 0\right)$$

Auslenkung	x	$\Rightarrow$	ϑ
Masse	m	$\Rightarrow$	J (Trägheitsmoment)
Geschwindigkeit	$v = \frac{dx}{dt}$	$\Rightarrow$	$\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$ (Winkelgeschwindigkeit)
Beschleunigung	$a = \frac{d^2x}{dt^2}$	$\Rightarrow$	$\alpha = \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$ (Winkelbeschleunigung)

Newton	$m \cdot a$	$\Rightarrow$	$J \cdot \alpha = J \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$
Dämpfungskraft	$b \cdot v$	$\Rightarrow$	$b \cdot \omega = b \cdot \frac{d\vartheta}{dt}$
Federkraft	$k \cdot x$	$\Rightarrow$	$k \cdot \vartheta$

DGL. Torsionsschwinger: $J \cdot \frac{d^2\vartheta}{dt} + b \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + k \cdot \vartheta = 0$

3.1.2

Definition Drehfederkonstante

$$M = k \cdot \vartheta$$

Definition Drehmoment

$$M = r \cdot F$$

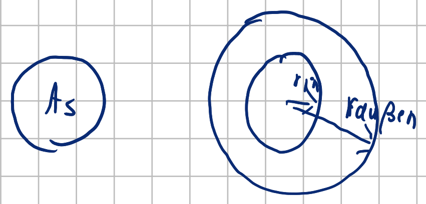
Federkonstante aus Auslenkung und Kraft am Radius r

$$k = \frac{r \cdot F}{\vartheta}$$

ϑ/rad	F/N	k/ $\frac{N \cdot mm}{rad}$
0,6	0,1	15,83
0,8	0,15	17,81
1,1	0,2	17,27
1,3	0,25	18,26
1,6	0,3	17,81
1,8	0,35	18,47
2,0	0,4	19
2,3	0,46	19
2,4	0,48	19

Torsionsfederkonstante: $\bar{k} \approx 18{,}1 \, \frac{N \cdot mm}{rad} = 18{,}1 \cdot 10^{-3} \, \frac{N\,m}{rad}$

3.1.3



a)

$$A_{ges} = \pi \cdot r^2 = 28352{,}87 \text{ mm}^2$$

$$A_r = A_{ges} - A_s = 24872{,}87 \text{ mm}^2$$

$$m_r = \frac{m_{ges}}{A_{ges}} \cdot A_r = 222{,}47 \text{ g}$$

b)

Massenträgheitsmoment Hohlzylinder

$$J_r = \frac{1}{2} m_r \cdot (r_{innen}^2 + r_{außen}^2) = 1629{,}59 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$$

c)

$$J_{ges} = J_s + J_r = 1829{,}6 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2 \triangleq 1829{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

3.1.4)

Eigenfrequenz

$$\omega_{0,theor} = \sqrt{\frac{k}{J}} = 3{,}145 \, \frac{rad}{s}$$

$$T_{0,theor} = \frac{2\pi}{\omega_{0,theor}} = 1{,}99 \text{ s}$$

3.2.1

Eine Spule besteht aus einem gewickelten Draht, welcher selbst einen Leitungswiderstand aufweist. Dieser kann ersatzweise als Wiederstand in Reihe zu der Spule dargestellt werden.

3.2.2

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{3\,min} = 0\,\Omega \quad \Rightarrow \quad R_{ges\,min} = R_1 + R_2 = 6{,}45\,k\Omega$$

$$R_{3\,max} = 10\,k\Omega \quad \Rightarrow \quad R_{ges\,max} = R_1 + R_2 + R_{3\,max} = 16{,}45\,k\Omega$$

Messgenauigkeit beachten?

3.2.3

Berechnung Fehlerfortpflanzung angeben?

$$\omega_{0_{theor}}(L,C) = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \qquad \frac{\partial \omega}{\partial L} = \frac{-\sqrt{L \cdot C}}{2 \cdot L^2 \cdot C} \qquad \frac{\partial \omega}{\partial C} = \frac{-\sqrt{L \cdot C}}{2 \cdot L \cdot C^2}$$

$$\omega_{0_{theor}} = 1497{,}8318\ \frac{rad}{s}$$

$$u_{\omega_{0_{theor}}}(4{,}46\,H\,;\,100 \cdot 10^{-9}F)$$
$$= \left|\frac{\partial \omega}{\partial L}(4{,}46\,H\,;\,100 \cdot 10^{-9}F)\right| \cdot 0{,}17H + \left|\frac{\partial \omega}{\partial L}(4{,}46\,H\,;\,100 \cdot 10^{-9}F)\right| \cdot 15 \cdot 10^{-9}F$$
$$= 167{,}868 \cdot 0{,}17H + 7486909353 \cdot 15 \cdot 10^{-9}F$$
$$= 140{,}841 \approx 141\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega_{0_{theor}} = (1490 \pm 141)\ \frac{rad}{s}$$

3.2.4

$$\delta_{theor} = \frac{R}{2 \cdot L} \qquad \frac{\partial \delta}{\partial R} = \frac{1}{2 \cdot L} \qquad \frac{\partial \delta}{\partial L} = -\frac{R}{2 \cdot L^2}$$

$$\delta_{theor} = 151{,}3453$$

$$u_{\delta_{theor}} = \frac{\partial \delta}{\partial R} \cdot u_R + \frac{\partial \delta}{\partial L} \cdot u_L = 5{,}7175 + 5{,}7688 = 11{,}4863 \approx 11$$

$\delta_{theor} = (151 \pm 11)$

3.2.5

$$\omega_{D\,theor} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\frac{\partial \omega_D}{\partial \omega_0} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

$$\frac{\partial \omega_D}{\partial \delta} = - \frac{\delta}{\sqrt{\omega^2 - \delta^2}}$$

$$\omega_{D\,theor} = 1482{,}329 \ \frac{rad}{s}$$

$$u_{\omega_{D\,theor}} = \frac{\partial \omega_D}{\partial \omega_0} \cdot u_{\omega_0} + \frac{\partial \omega_D}{\partial \delta} \cdot u_\delta$$

$$= 1{,}005 \cdot 141 + 0{,}1018 \cdot 11 = 141{,}819 \approx 141$$

$$\omega_{D\,theor} = (1480 \pm 141) \ \frac{rad}{s}$$

3.2.6

Apeiiodicher Grenzfall: $\omega_0^2 = \delta^2$

ω_0 ist unabhängig von R

$$\delta = \frac{R}{2 \cdot L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{R^2}{2^2 \cdot L^2}$$

$$\omega_0 = \frac{R}{2 \cdot L}$$

$$R_{grenz,theor} = \omega_0 \cdot 2 \cdot L$$

$$\frac{\partial R_{grenz}}{\partial \omega_0} = 2 \cdot L$$

$$\frac{\partial R_{grenz}}{\partial L} = \omega_0 \cdot 2$$

$$R_{grenz,theor} = 13290{,}8 \ \Omega$$

$$u_{R_{grenz,theor}} = \frac{\partial R_{grenz}}{\partial \omega_0} \cdot u_{\omega_0} + \frac{\partial R_{grenz}}{\partial L} \cdot u_L$$

$$= 8{,}92 \cdot 141 \, rad + 2980 \cdot 0{,}17 H$$

$$= 1764{,}32 \approx 1800$$

$$R_{grenz,theor} = (13{,}3 \pm 1{,}8) \ k\Omega$$