Praktikum Physik

Versuch 2.2: Stehende Wellen und Beugung am Doppelspalt

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
1.1 Stehende Wellen 2
1.2 Beugung am Doppelspalt 2

2 Theorie **3**
2.1 Stehende Welle 3
2.2 Beugung am Doppelspalt 3

3 Häusliche Vorarbeit **5**
3.1 Stehende Wellen 5
3.1.1 Berechnen von Gleichung 7 aus 6 5
3.1.2 Stehende Welle zu verschiedenen Zeitpunkten innerhalb einer Periode skizzieren 5
3.1.3 Vergleich $A_{\mathrm{res}}(x,t)$ und $A^2_{\mathrm{res}}(x,t)$ im Bezug auf die Wellenlänge 6
3.2 Beugung am Doppelspalt 7
3.2.1 Gleichung für die konstruktive Interferenz herleiten 7
3.2.2 Gleichung für die destruktive Interferenz herleiten 7

4 Aufbau und Durchführung **9**
4.1 Stehende Wellen 9
4.1.1 Aufbau 9
4.1.2 Durchführung 9
4.2 Beugung am Doppelspalt 9
4.2.1 Aufbau 9
4.2.2 Durchführung 10

5 Auswertung Versuch **11**
5.1 Stehende Wellen 11
5.2 Beugung am Doppelspalt 12

6 Wertung/Fazit **14**
6.1 Stehende Wellen 14
6.2 Beugung am Doppelspalt 14

7 Anhang **15**
7.1 Messwerte Stehende Wellen 15
7.2 Messwerte Beugung am Doppelspalt 16
7.3 Skizze Aufbau - Stehende Wellen 17
7.4 Skizze Aufbau - Beugung am Doppelspalt 17

8 Literatur **18**

1 Einleitung

1.1 Stehende Wellen

Bei diesem Versuch soll die Intensität in Abhängigkeit vom Abstand in ein Diagramm eingetragen werden. Dadurch lassen sich im Diagramm die charakteristischen Eigenschaften einer Stehenden Welle erkennen.

1.2 Beugung am Doppelspalt

Der Versuch handelt sowohl von der messtechnischen als auch der theoretischen Bestimmung der Maxima und Minima bei Beugung einer Welle am Doppelspalt. Dafür wird die Intensität in Abhängigkeit vom Beugungswinkel gemessen.

2 Theorie

2.1 Stehende Welle

Bei einer stehenden Welle handelt es sich um ein physikalisches Phänomen, bei der gleichartige Wellen (gleiche Frequenz, gleiche Amplitude, gleicher Phasenwinkel, gleiche Wellenlänge) entgegengesetzt verlaufen und sich überlagern. [3] Ein typisches Beispiel, das wir im folgenden näher betrachten wollen, ist die Schwingung eines Seiles an einem festen Ende. Bei diesem Versuch wird ein Seil am losen Ende in Schwingung versetzt, welche bis zum festen Ende verläuft und an diesem reflektiert wird. Die reflektierte Welle besitzt immernoch die gleiche Frequenz, Amplitude und Wellenlänge. Die sich entgegen laufenden Wellen interferieren miteinander [7]. Wie in Abbildung 1 zu sehen, hat die resultierende stehende Welle eine größere Amplitude als die Ursprungswellen.
Ein charakteristisches Merkmal der stehenden Welle ist, dass sich die Knoten und Bäuche immer an der gleichen Stelle befinden. Durch Änderung der Frequenz lässt sich die Wellenlänge und somit die Anzahl der Knoten und Bäuche variieren. [7]

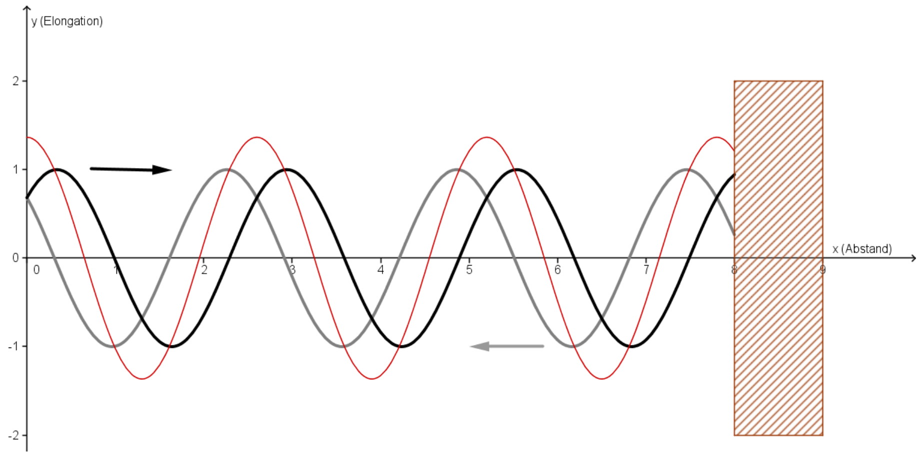

Abbildung 1: Stehende Welle [6]

2.2 Beugung am Doppelspalt

Früher wurde von Licht als Teilchen ausgegangen. Bei dem Versuch am Doppelspalt zeigte sich jedoch, dass dieses Modell nicht ausreichend war. Beleuchtet man nämlich eine Platte durch zwei sehr dünnen Spalten, lässt sich auf der anderen Seite ein streifenartiges Muster erkennen. Wäre das Teilchenmodell für Licht ausreichend, wären auf dem Schirm, an denen das Licht durch die Spalte dringt nur zwei Streifen Licht zu erkennen. Dieses Muster lässt also darauf schließen, dass Licht mehr als nur ein Teilchen ist.
Das an dem Spalt ankommende Licht wird wie eine Welle gebeugt und gelangt somit auch an stellen, an denen nach dem Teilchenmodell Schatten wären. Somit kann im weiteren Verlauf von Licht im Wellencharakter ausgegangen werden. Mit dem Huygenschen Prinzip ist somit davon auszugehen, dass sich hinter dem Doppelspalt durch die antreffende Welle, neue Elementarwellen ausbreiten. [2] Diese sich nun kugelförmig ausbreitende Wellenfront interferiert an den Stellen der Maxima und Minima miteinander.
Bei dem aufeinander treffen von einem Minima und einem Maxima heben sich die beiden Wellen gegenseitig auf, man spricht hierbei von destruktiver Interferenz. Der entgegengesetzte Fall wird konstruktive Interferenz genannt, bei diesem verstärken sich immer zwei Wellenberge oder Täler. An der Stelle des Schirms zwischen den beiden Spalten tritt die konstruktive Interferenz aufgrund der Anzahl an Elementarwellen vermehrt auf. Somit ist auch die sichtbare Intensität, im Vergleich zu den Randmaximas, am Schirm deutlich zu erkennen.

Die Bedingung für diese konstruktive Interferenz lautet:

$$\Delta s = m \cdot \lambda \tag{2.2.1}$$

mit

Δs	Strecke
m	Ordnung des Maximums (0,1,2,3...)
λ	Wellenlänge

3 Häusliche Vorarbeit

3.1 Stehende Wellen

3.1.1 Berechnen von Gleichung 7 aus 6 [1]

$$A_{\text{res}} = A_{\text{in}} + A_{\text{refl}} = A_0 sin(\omega t - k_x x) + A_0 sin(\omega t + k_x x) \qquad (6) \tag{3.1.1}$$

mit

k_x	Wellenzahl	$k_x = \frac{2\pi}{\lambda}$
ω	Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
T	Periodendauer	
A_0	Amplitude	
x	Ort	
y	Zeit	

Wir benötigen folgendes Additionstheorem, um die Gleichung zu vereinfachen:

$$sin(x_1 + x_2) + sin(x_1 - x_2) = 2sin(x_1) \cdot cos(x_2) \qquad [5] \tag{3.1.2}$$

Nach Anwendung des Additionstheorems (Gleichung 3.1.2) auf Gleichung 3.1.1 vereinfacht sich die Gleichung:

$$A_{\text{res}} = 2A_0 sin(\omega t) \cdot cos(k_x x) \qquad (7) \tag{3.1.3}$$

3.1.2 Stehende Welle zu verschiedenen Zeitpunkten innerhalb einer Periode skizzieren

Um eine stehende Welle zu acht verschiedenen Zeitpunkten innerhalb einer Periode zu skizzieren, wird ein regelmäßiger Abstand von $\frac{1}{8}T$ gewählt. Diese acht Zeiten werden in die Gleichung 3.1.3 eingesetzt. Dadurch erhält man eine Gleichung, welche nur von x abhängig ist, die sich leicht skizzieren lässt.

Wenn man sich die acht Skizzen in Abbildung 2 anschaut, erkennt man eine stehende Welle, bei der sich die Amplitude in abhängigkeit der Zeit verändert. Es verändern sich nur die Berge (Maxima) und Täler (Minima), die Knoten (Wendepunkte) bleiben dabei an der selben Stelle.

[1] Die Bezeichnungen der Gleichungen stammen aus dem Skript „Versuch 2.2 - Stehende Wellen und Beugung am Doppelspalt“

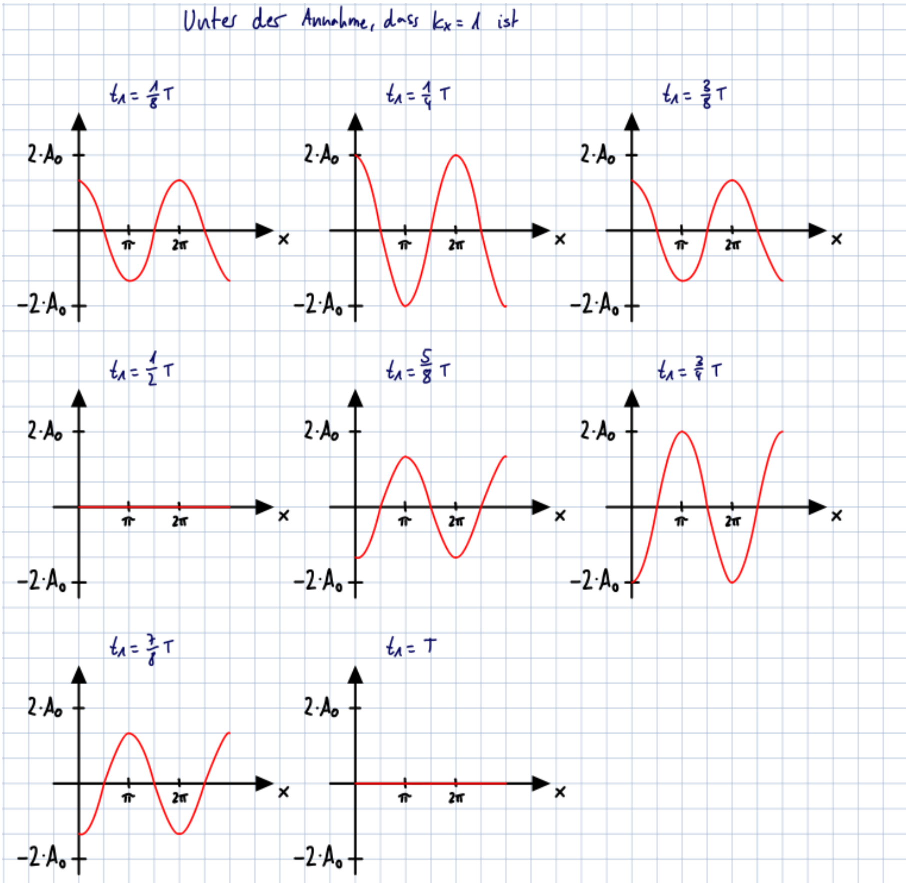

Abbildung 2: Skizze - $A_{\text{res}}(x,t)$ für verschiedene Zeitpunkte t

3.1.3 Vergleich $A_{\text{res}}(x,t)$ und $A^2_{\text{res}}(x,t)$ im Bezug auf die Wellenlänge

Durch das Quadrieren einer Funktion, verdoppelt sich die Frequenz. (siehe Abbildung 3) Dadurch ist die Periodendauer von $A^2_{\text{res}}(x,t)$ halb so lang, wie die von $A_{\text{res}}(x,t)$. Folglich ist der Abstand zwischen zwei Maxima/Minima gleich $\frac{\lambda}{2}$.

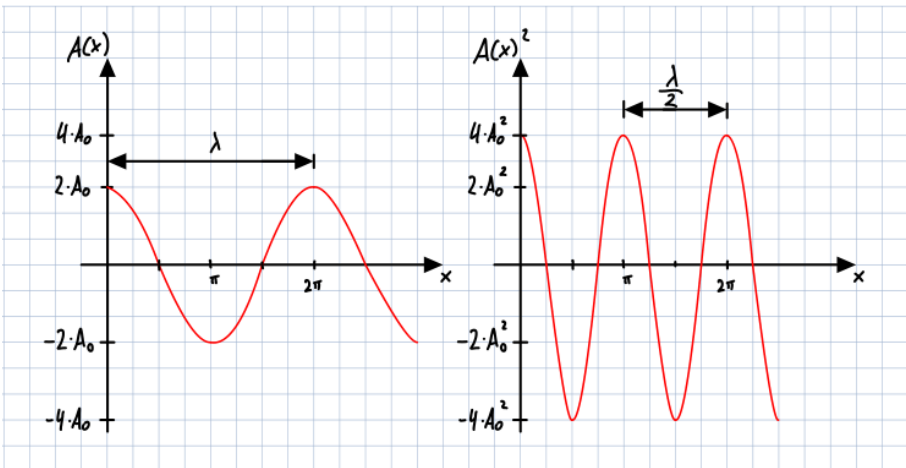

Abbildung 3: Skizze - $A_{\text{res}}(x,t)$ und $A^2_{\text{res}}(x,t)$

3.2 Beugung am Doppelspalt

Im folgenden Abschnitt wird die konstruktive und destruktive Interferenz am Doppelspalt hergeleitet. Dafür wird die Skizze in Abbildung 4 verwendet.

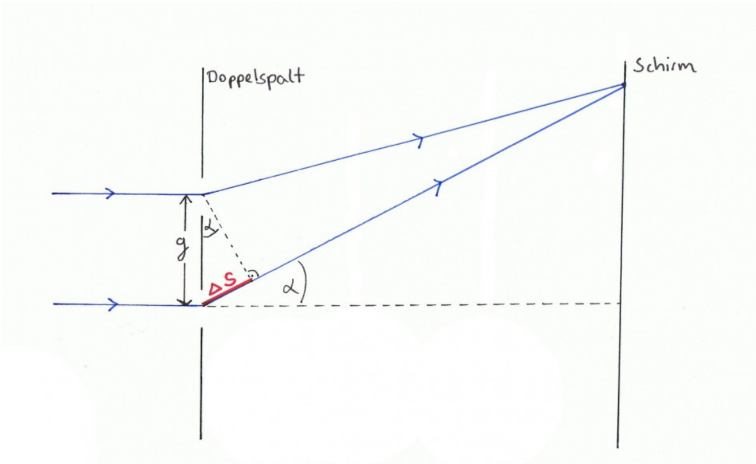

Abbildung 4: Skizze - Beugung am Doppelspalt [4]

3.2.1 Gleichung für die konstruktive Interferenz herleiten

Um die Gleichung 3.2.3 zu verstehen, kann man einen Blick auf Abbildung 4 werfen. Alternativ kann auch die Abbildung 2(b) [1] verwendet werden.
Zur Herleitung der Gleichung werden die Winkelfunktionen benötigt. In diesem Fall wird die trigonometrische Funktion des Sinus verwendet:

$$sin(x) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse} \tag{3.2.1}$$

In unserem Fall wird für die Gegenkathete Δs und für die Hypotenuse d eingesetzt.

$$sin(\theta) = \frac{\Delta s}{d} \tag{3.2.2}$$

Die Strecke Δs beträgt bei konstruktiver Interferenz ein vielfaches der Wellenlänge λ. Setzt man nun $\Delta s = m \cdot \lambda$ in die Gleichung 3.2.2 ein, erhält man:

$$sin(\theta) = \frac{m \cdot \lambda}{d} \tag{3.2.3}$$

mit

θ	Beugungswinkel
d	Spaltabstand
m	Ordnung des Maximums

3.2.2 Gleichung für die destruktive Interferenz herleiten

Für die Herleitung der destruktiven Interferenz wird wieder die Abbildung 4 verwendet. Alternativ kann auch Abbildung 2(c) [1] verwendet werden.
Für diese Gleichung wird ebenfalls die Winkelfunktion des Sinus zur Hilfe genommen. Bei destruktiver

Interferenz entspricht die Strecke Δs nur $\frac{\lambda}{2}$. Durch einsetzen der Bedingung $\Delta s = (2m-1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ in Gleichung 3.2.2, erhält man folgende Gleichung:

$$sin(\theta) = \frac{(2m-1) \cdot \frac{\lambda}{2}}{d} \tag{3.2.4}$$

mit

θ	Beugungswinkel
d	Spaltabstand
m	Ordnung des Minimums

4 Aufbau und Durchführung

4.1 Stehende Wellen

4.1.1 Aufbau

In Abbildung 5 ist der Versuchsaufbau dargestellt. Man benötigt einen Mikrowellensender (bestehend aus Versorgungsspannung und Hornstrahler), ein Multimeter, eine E-Feld-Sonde und eine Metallplatte, an der die Welle reflektiert wird.
Im Anhang findet sich außerdem eine Skizze zum Aufbau. (Abschnitt 7.3/Abbildung 9)

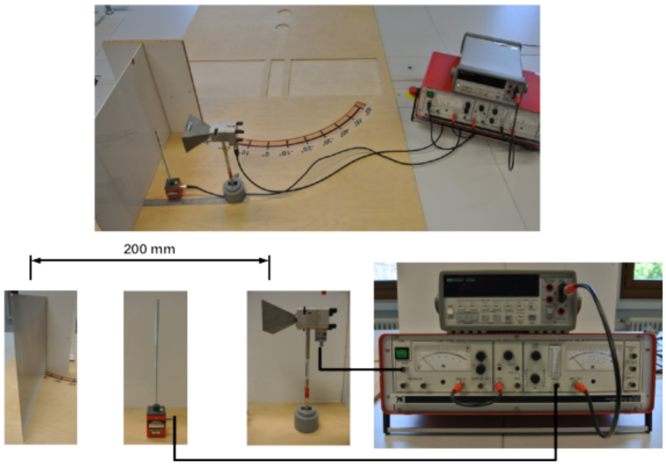

Abbildung 5: Versuchsaufbau - Stehende Wellen [1]

4.1.2 Durchführung

Zuerst wird die E-Feld-Sonde 50 mm von der Metallplatte entfernt aufgestellt. Danach wird in Schritten von 2 mm im Bereich $(50 - 112)$ mm ein Spannungswert mit Hilfe des Multimeters gemessen.
Als Messunsicherheit wurde $U_s = 2$ mm angenommen.

4.2 Beugung am Doppelspalt

4.2.1 Aufbau

In Abbildung 6 ist der Versuchsaufbau dargestellt.
Im Anhang findet sich außerdem eine Skizze zum Aufbau. (Abschnitt 7.4/Abbildung 10)

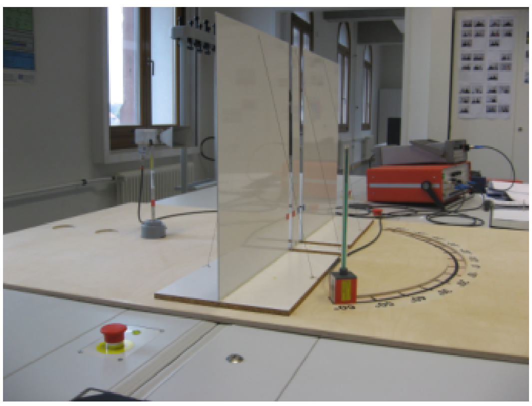

Abbildung 6: Versuchsaufbau - Beugung am Doppelspalt [1]

4.2.2 Durchführung

Die E-Feld-Sonde wird in einem Bereich von $+60°$ bis $-60°$ in $5°$ Schritten bewegt. An jeder Stelle wurden drei Messwerte mit dem Multimeter aufgenommen.
Als Messunsicherheit wurde $U_\theta = 2°$ angenommen.

5 Auswertung Versuch

Alle Messwerte wurden mit Excel wie folgt berechnet:
Mittelwerte:

$$= \text{RUNDEN}(\text{MITTELWERT}(...); \text{Anzahl Nachkommastellen}) \tag{5.0.1}$$

Messunsicherheit:

$$= \frac{\text{STABW.S}(...)}{\text{WURZEL}(\text{ANZAHL}(...))} \cdot k \tag{5.0.2}$$

mit

k Erweiterungsfaktor = 2

Messunsicherheiten werden immer auf zwei signifkante Stellen aufgerundet.

5.1 Stehende Wellen

Die Messwerte in Tabelle 3 (Abschnitt 7.1) wurden in Abbildung 7 graphisch dargestellt.

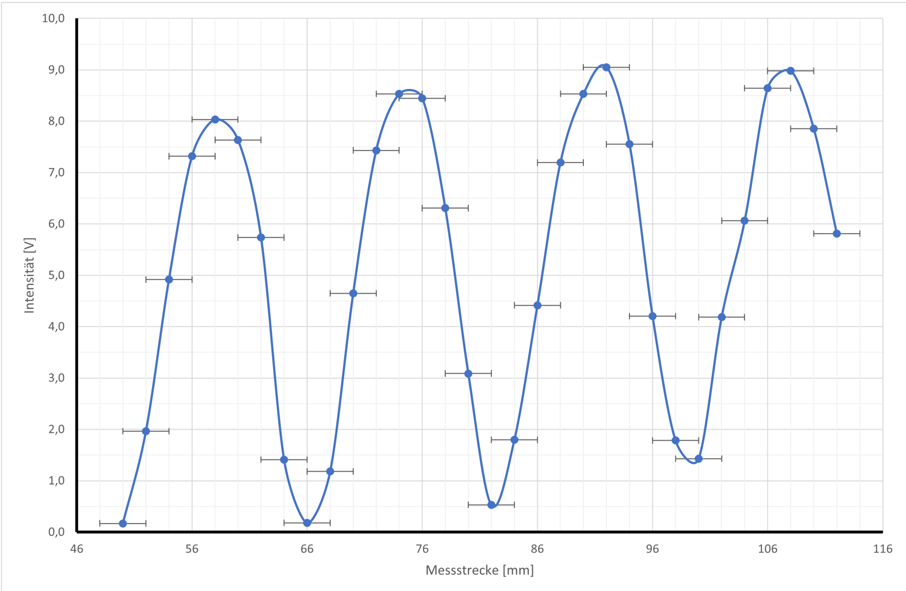

Abbildung 7: Intensität der Stehenden Welle

Die Wellenlänge λ wird in der Tabelle 1 mit Hilfe von Abbildung 7 wie folgt bestimmt:

$$\lambda = (\text{Minimum} - \text{Maximum}) \cdot 4 \tag{5.1.1}$$

oder:

$$\lambda = (\text{Maximum} - \text{Minimum}) \cdot 4 \tag{5.1.2}$$

Da in den Gleichungen 5.1.1 und 5.1.2 jeweils der Abstand von einem Maximum zu einem Minimum, was einer halben Periode entspricht, berechnet wird, und die Funktion quadriert ist, muss mit dem Faktor 4 multipliziert werden um λ zu berechnen.

Die theoretische Herleitung dazu findet sich in den Häuslichen Vorbereitungen. (Abschnitt 3.1.3)

Messstrecke in mm	Typ	λ in mm
58	Max	
66	Min	32
75	Max	36
82	Min	28
91	Max	36
99	Min	32
107	Max	32

Tabelle 1: Messwerte Max/Min

Ermitteln des Mittelwertes der Spalte λ aus Tabelle 1 $\pm$ Messunsicherheit mit der Gleichung 5.0.2:

$$\lambda = (32,\overline{6} \pm 2,45854...)\ mm$$

Korrekt auf zwei signifikante Stellen gerundet:

$$\lambda = (32,7 \pm 2,5)\ mm$$

Man erhält die Wellenzahl k_x:

$$k_x = \frac{0,192 \pm 0,015}{mm}$$

5.2 Beugung am Doppelspalt

Wie in Abschnitt 5 beschrieben werden die Mittelwerte und Messunsicherheiten in Tabelle 4 (Abschnitt 7.2) berechnet und graphisch in Abbildung 8 dargestellt.
Der Spaltabstand d war beim Versuchsaufbau (siehe Abbildung 6) durch die Metallplatte gegeben:

$$d = (90 \pm 2)\ mm$$

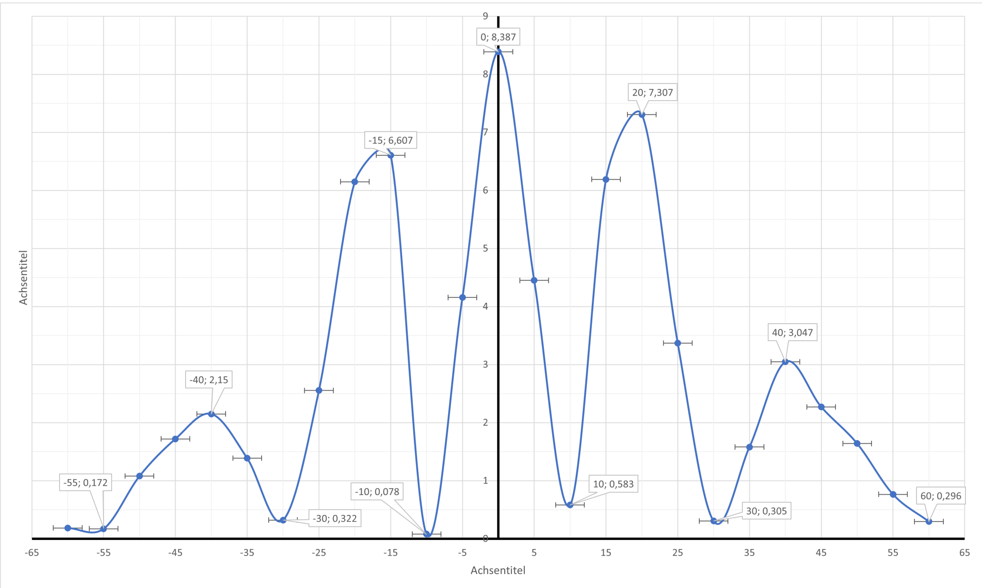

Abbildung 8: Intensität der gebeugten Welle nach Doppelspalt

In Tabelle 2 werden die Maxima/Minima mit Hilfe der Gleichungen für konstruktive (3.2.3) und destruktive (3.2.4) Interferenz bestimmt.
Für die Berechnung der Messunsicherheit U_θ in Tabelle 2 müssen die Gleichungen 3.2.3 und 3.2.4 nach θ umgestellt und partiell abgeleitet werden.
Partielle Ableitungen für konstruktive Interferenz (Gleichung 3.2.3):

$$\frac{\partial\theta}{\partial\lambda} = \sqrt{\frac{m^2}{d^2 - m^2\lambda^2}} \tag{5.2.1}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial d} = -\sqrt{\frac{m^2\lambda^2}{d^4 - m^2\lambda^2 d^2}} \tag{5.2.2}$$

Daraus ergibt sich für Maxima:

$$U_\theta = (\left|\frac{\partial\theta}{\partial\lambda}\right| \cdot U_\lambda + \left|\frac{\partial\theta}{\partial d}\right| \cdot U_d) \cdot \frac{180°}{\pi} \tag{5.2.3}$$

Partielle Ableitungen für destruktive Interferenz (Gleichung 3.2.4):

$$\frac{\partial\theta}{\partial\lambda} = \sqrt{\frac{(m-\frac{1}{2})^2}{d^2 - ((2m-1)\cdot\frac{\lambda}{2})^2 d^2}} \tag{5.2.4}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial d} = \sqrt{\frac{(\lambda m-\frac{1}{2})^2}{d^4 - ((2m-1)\cdot\frac{\lambda}{2})^2 d^2}} \tag{5.2.5}$$

$$\tag{5.2.6}$$

Daraus ergibt sich für Minima:

$$U_\theta = (\left|\frac{\partial\theta}{\partial\lambda}\right| \cdot U_\lambda + \left|\frac{\partial\theta}{\partial d}\right| \cdot U_d) \cdot \frac{180°}{\pi} \tag{5.2.7}$$

Typ	θ in °	U_θ in °
Min	-65,0	12,0
Max	-47,0	6,0
Min	-33,0	3,5
Max	-21,3	2,3
Min	-10,47	0,82
Max	0,0	0,0
Min	10,47	0,82
Max	21,3	2,3
Min	33,0	3,5
Max	47,0	6,0
Min	65,0	12,0

Tabelle 2: Messwerte Max/Min Doppelspalt

6 Wertung/Fazit

6.1 Stehende Wellen

Bei der Durchführung des Versuches ließen sich die charakteristischen Eigenschaften einer stehenden Welle deutlich erkennen. Es gab jedoch einige Fehlerquellen wodurch die Messwerte von den theoretischen Werten abweichen. Die Messunsicherheit für den Abstand der Feldsonde zur Metallplatte $U_s = 1,5$ mm. (Positionierungsungenauigkeit) Da nur ein Messwert pro Stelle gemessen wurde, gibt es einen Einfluss zufälliger Messabweichungen. Würde man mehr Messwerte aufnehmen, wäre die Standardabweichung kleiner und das Ergebnis genauer. Außerdem wurde die Kurve (siehe Abbildung 7) automatisch von Excel geglättet (interpoliert). Es ist nicht klar wie stark Excel geglättet hat. Zudem gibt es eine Ungenauigkeit beim Ablesen der Wellenlänge aus dem Diagramm. (siehe Tabelle 1)
Wenn man die Theorie betrachtet, müssten die Abstände zwischen den Extrema immer gleich weit sein. Außerdem müsste die Amplitude der Extrema immer gleich hoch sein. Dies ist bei den vorhandenen Messungen nicht der Fall (siehe Abbildung 7) Wenn man allerdings die Messungenauigkeit abzieht und mit einberechnet, dass es keine optimalen Bedingungen waren (kein Vakuum) ist das Ergebnis zufriedenstellend.

6.2 Beugung am Doppelspalt

Bei diesem Versuch ließen sich die Intensitätsverteilungen durch Beugung am Doppelspalt gut erkennen. Jedoch gab es auch bei diesem Versuch deutliche Abweichungen von der Theorie. Die Maxima mit den Ordnungzahlen $m = +1$ und $m = -1$ sollten die selbe Intensität aufweisen. Dies ist im hier dargestellten Diagramm (siehe Abbildung 8) nicht der Fall. Hier gibt es ähnliche Fehlerquellen wie beim ersten Versuchsteil (Abschnitt 6.1). Auch hier wurde die Kurve von Excel geglättet. Ebenfalls gab es eine Positionierungsungenauigkeit $U_\theta = 2°$. In diesem Versuchsteil wurden zumindest drei Werte pro Messung genommen. Trotzdem ist die Anzahl der Messung noch viel zu gering um zufällige Messfehler ausschließen zu können. Allerdings kann man auch hier, wenn man die Messungenauigkeit abzieht mit den Ergebnissen zufrieden sein.

7 Anhang

7.1 Messwerte Stehende Wellen

Messstrecke in mm	Intensität in V
50	0,1697
52	1,9653
54	4,917
56	7,3168
58	8,0344
60	7,6345
62	5,7353
64	1,4112
66	0,17926
68	1,1798
70	4,647
72	7,4326
74	8,532
76	8,4462
78	6,3072
80	3,0878
82	0,53118
84	1,7968
86	4,4163
88	7,1951
90	8,531
92	9,0499
94	7,5516
96	4,2053
98	1,7835
100	1,4284
102	4,1849
104	6,0622
106	8,6432
108	8,9794
110	7,8536
112	5,8124

Tabelle 3: Messwerte Stehende Wellen

7.2 Messwerte Beugung am Doppelspalt

Winkel θ in °	Intensität U_1 in V	Intensität U_2 in V	Intensität U_3 in V	Mittelwert U in V	Messunsicherheit U_u
-60	0,21092	0,19389	0,15306	0,186	0,035
-55	0,11987	0,26127	0,13519	0,172	0,09
-50	0,97434	1,09808	1,15873	1,08	0,11
-45	1,7386	1,62026	1,79813	1,72	0,11
-40	2,2366	2,15912	2,05928	2,15	0,11
-35	1,3924	1,30459	1,46728	1,388	0,095
-30	0,25861	0,410026	0,29674	0,322	0,091
-25	2,5242	2,59579	2,54115	2,554	0,044
-20	6,0398	6,17433	6,23615	6,15	0,12
-15	6,5486	6,70058	6,5704	6,607	0,095
-10	0,0322	0,02523	0,17621	0,078	0,099
-5	4,2487	4,12123	4,09701	4,156	0,095
0	8,3576	8,42298	8,38182	8,387	0,039
5	4,3908	4,56691	4,39258	4,45	0,12
10	0,55335	0,65671	0,53882	0,583	0,075
15	6,0748	6,22082	6,27775	6,19	0,13
20	7,3946	7,23969	7,2876	7,307	0,092
25	3,539	3,36077	3,21241	3,37	0,19
30	0,28608	0,32275	0,30667	0,305	0,022
35	1,4377	1,56126	1,74111	1,58	0,18
40	3,0691	3,01681	3,05532	3,047	0,032
45	2,3662	2,26506	2,17826	2,27	0,11
50	1,5174	1,67359	1,74355	1,64	0,14
55	0,78921	0,77537	0,73164	0,765	0,035
60	0,20322	0,33983	0,34433	0,296	0,093

Tabelle 4: Messwerte Beugung am Doppelspalt

7.3 Skizze Aufbau - Stehende Wellen

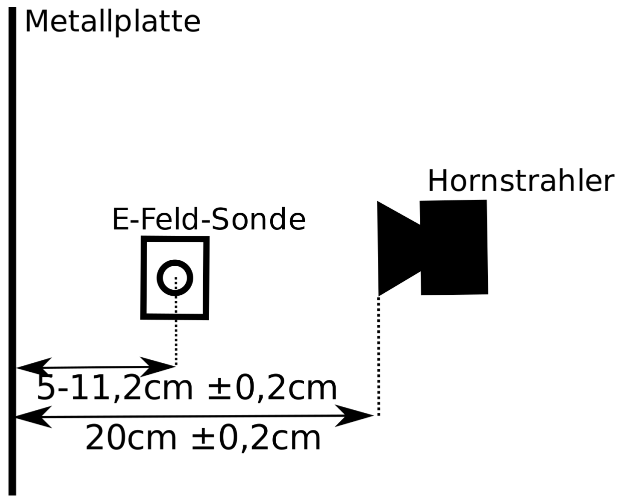

Abbildung 9: Skizze Aufbau - Stehende Wellen

7.4 Skizze Aufbau - Beugung am Doppelspalt

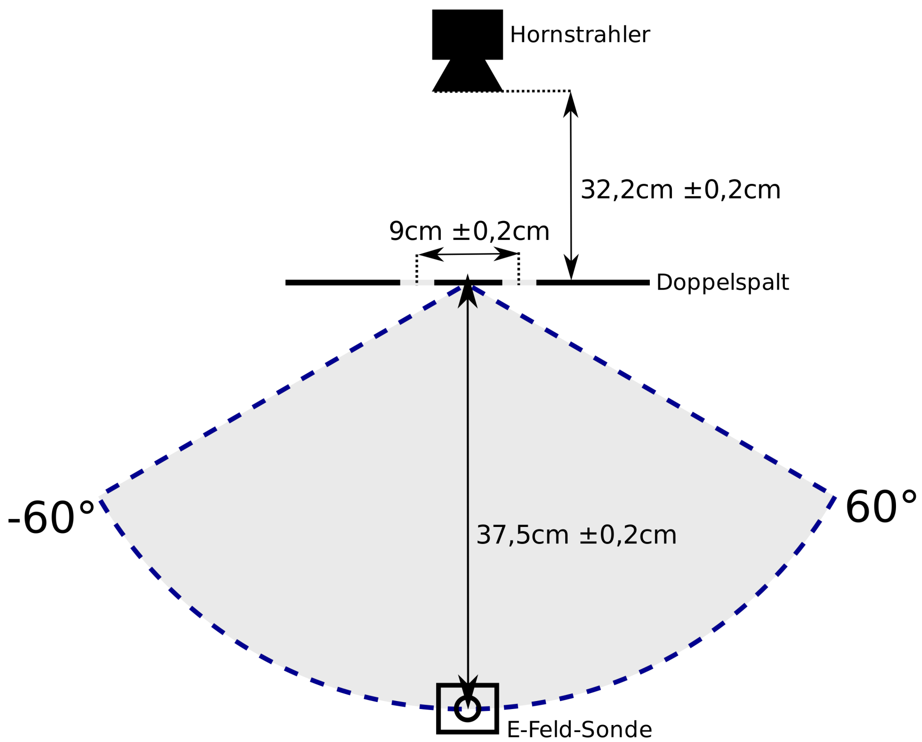

Abbildung 10: Skizze Aufbau - Beugung am Doppelspalt

8 Literatur

[1] Skript: Versuch 2.2 - Stehende Wellen und Beugung am Doppelspalt
[2] Vorlesungsfolien: 1. Semester Physik, Herr Prof. Kaloudis
[3] Hering, Ekbert ; Martin, Rolf ; Stohrer, Martin: Physik für Ingenieure. Springer-Verlag
[4] Abbildung 4: Skizze - Beugung am Doppelspalt von http://aviacia.info (08.04.2022)
[5] G.Merziger; G.Mühlbach; D.Wille; T.Wirth: Formeln + Hilfen Höhere Mathematik, Binomi Verlag (8. Auflage)
[6] Abbildung 1: Stehende Welle von https://www.abiweb.de (08.04.2022)
[7] https://www.uni-muenster.de (08.04.2022)