1 Vågoptik

1.1 Vågoptik, grunder

- Reella vågfunktionen: $u(\bar{r}, t)$
- Består av ljus som propagerar inom rymdvinkel Ω
- Frekvenser inom spektrat $[\nu_{min}, \nu_{max}]$
- $\nu \approx 10^{14} Hz$
- Vågekvationen: $\nabla^2 u(\bar{r}, t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\bar{r}, t)}{\partial t^2} = 0$
- Fashastigheten: $c = c_0/n$
- Ljusetshastigeht: c_0
- Brytningsindex: n

$$u(\bar{r}, t) = ReU(\bar{r}, t) = \frac{1}{2}[U(\bar{r}, t) + U * (\bar{r}, t)] \tag{1}$$

$U(\bar{r}, t)$ Komplex vågfunktion

Generell lösning:

$$U(\bar{r}, t) = \int_\nu \int_\Omega U(\bar{f}, \nu) exp(i2\pi(\nu t - \bar{f} \cdot \bar{r})) d\bar{f} d\nu \tag{2}$$

$U(\bar{f}, \nu)$: Spektrala vågfunktionen

Mätbara storheter:

- Area: A_d
- Integrationstid T
- Intensitet: $I(\bar{r}, t) = 2 < u^2(\bar{r}, t) >$ $\qquad [W/m^2]$
- Effekt: $P(t) = \int_{A_d} I()\bar{r}, t) dA$ $\qquad [W]$
- Energi: $E = \int_T P(t) dt$ $\qquad [J]$ **Vilket är det som mäts!**

1.2 Monokromatiska vågor

Med hjälp av vågekvationen och vågfunktionen får man:

$$U(\bar{r},t) = U(\bar{r}e^{i2\pi\nu t}) \tag{3}$$

Rumsderiverad:

$$\nabla^2 U(\bar{r},t) = \nabla^2\big(U(\bar{r})\big)e^{i2\pi\nu t} \tag{4}$$

Tidsderiverad:

$$\frac{\partial^2 U(\bar{r},t)}{\partial t^2} = -4\pi^2\nu^2 U(\bar{r})e^{i2\pi\nu t} \tag{5}$$

Vilket ger den **viktigaste** ekvationen inom optiken, Helmholz ekvation:

$$\left[\boldsymbol{\nabla^2 U(\bar{r}) + k^2 U(\bar{r})}\right]\mathbf{e}^{\mathbf{i2}\pi\nu\mathbf{t}} = \mathbf{0} \tag{6}$$

Där:

- Frekvens: ν
- Vågtal: $k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Dispersionsrelation: $c = \nu\lambda$
- Våglängd: λ

Då $e^{i2\pi\nu t}$ är fourierkerneln så kan man titta på den komplexa vågfunktionen i frekvensrummet, vid monokromatiskt ljus får vi bara en peak på var sida om noll. En för funktionen och en för komplexkonjugatet.

Vid invers fouriertransform av $U(\bar{r},t)$ så får vi $u(\bar{r},t) = A(\bar{r})\cos\phi(\bar{r}) + s\pi\nu_0 t$

- Komplex Amplitud: $U(\bar{r}) = A(\bar{r})e^{i\phi(\bar{r})}$
- Amplitud: $A(\bar{r})$
- Fas: $\phi(\bar{r})$
- Intensitet: $I(\bar{r}) = |U(\bar{r})|^2 = A^2(\bar{r}) \qquad [W/m^2]$
- Effekt: $P = IA_d \qquad [W]$
- Emergitäthet: $W = \frac{I}{c} = \frac{E}{cA_dT} \qquad [J/m^3]$
  - A_d Detektorarea
  - T Exponeringstid

1.3 Monokromatiska sfäriska vågor

En sfärisk våg presenteras nästan på samma sätt som en plan våf förutom att amplituden ändras lite och den har en bestämd startpunkt.

$$U(\bar{r}) = \frac{A}{r} e^{-ikr}$$

- $\bar{r} = r\hat{r}$ *Vektor från centrum av den sfäriska vågen i riktning* $\hat{r}$ *och med längden* r*.*
- Amplituden: $A = A_0 e^{i\phi_0}$
- Arean för en sfär: $A_s = 4\pi r^2$
- Vågen har en konstant energi för varje r vilket leder till: $I = \frac{E_0}{A_s T} = \frac{P_0}{4\pi r^2}$

Amplituden ges utav:

$$A_o(\bar{r}) = \sqrt{I}$$

Paraxial våg:

$$r = \sqrt{z^2 + \rho^2} \approx z + \frac{\rho^2}{2z}$$

$$U(\bar{r}) \approx \frac{A}{z} e^{-ikz} e^{-ik\frac{\rho^2}{2z} = A(\bar{r})e^{-ikz}}$$

Komplex amplitud:

$$A(\bar{r}) = \frac{A_0}{z} e^{-ik\frac{\rho^2}{2z}}$$

Om man betraktar en liten del av en sfärisk våg som har en rymdvinkel $\Omega << 1$ på ett avstånd långt ifrån centrum så kommer det att i princip att vara en plan våg.