

# 1 Vågoptik

## 1.1 Vågoptik, grunder

- Reella vågfunktionen:  $u(\vec{r}, t)$
- Består av ljus som propagerar inom rymdvinkel  $\Omega$
- Frekvenser inom spektrat  $[\nu_{min}, \nu_{max}]$
- $\nu \approx 10^{14} Hz$
- Vågekvationen:  $\nabla^2 u(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0$
- Fashastigheten:  $c = c_0/n$
- Ljusetshastighet:  $c_0$
- Brytningsindex:  $n$

$$u(\vec{r}, t) = ReU(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}[U(\vec{r}, t) + U^*(\vec{r}, t)] \quad (1)$$

$U(\vec{r}, t)$  Komplex vågfunktion

Generell lösning:

$$U(\vec{r}, t) = \int_{\nu} \int_{\Omega} U(\vec{f}, \nu) \exp(i2\pi(\nu t - \vec{f} \cdot \vec{r})) d\vec{f} d\nu \quad (2)$$

$U(\vec{f}, \nu)$ : Spektrala vågfunktionen

**Mätbara storheter:**

- Area:  $A_d$
- Integrationstid  $T$
- Intensitet:  $I(\vec{r}, t) = 2 \langle u^2(\vec{r}, t) \rangle \quad [W/m^2]$
- Effekt:  $P(t) = \int_{A_d} I(\vec{r}, t) dA \quad [W]$
- Energi:  $E = \int_T P(t) dt \quad [J]$  **Vilket är det som mäts!**

### 1.1.1 Monokromatiska vågor

Med hjälp av vågekvationen och vågfunktionen får man:

$$U(\vec{r}, t) = U(\vec{r})e^{i2\pi\nu t} \quad (3)$$

Rumsderiverad:

$$\nabla^2 U(\vec{r}, t) = \nabla^2 (U(\vec{r}))e^{i2\pi\nu t} \quad (4)$$

Tidsderiverad:

$$\frac{\partial^2 U(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -4\pi^2\nu^2 U(\vec{r})e^{i2\pi\nu t} \quad (5)$$

Vilket ger den **viktigaste** ekvationen inom optiken, Helmholtz ekvation:

$$\left[ \nabla^2 \mathbf{U}(\vec{r}) + \mathbf{k}^2 \mathbf{U}(\vec{r}) \right] e^{i2\pi\nu t} = \mathbf{0} \quad (6)$$

Där:

- Frekvens:  $\nu$
- Vågtalet:  $k = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Dispersionsrelation:  $c = \nu\lambda$
- Våglängd:  $\lambda$

Då  $e^{i2\pi\nu t}$  är fourierkerneln så kan man titta på den komplexa vågfunktionen i frekvensrummet, vid monokromatiskt ljus får vi bara en peak på var sida om noll. En för funktionen och en för komplexkonjugatet.

Vid invers fouriertransform av  $U(\vec{r}, t)$  så får vi  $u(\vec{r}, t) = A(\vec{r}) \cos \phi(\vec{r}) + s\pi\nu_0 t$

- Komplex Amplitud:  $U(\vec{r}) = A(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})}$
- Amplitud:  $A(\vec{r})$
- Fas:  $\phi(\vec{r})$
- Intensitet:  $I(\vec{r}) = |U(\vec{r})|^2 = A^2(\vec{r}) \quad [W/m^2]$
- Effekt:  $P = IA_d \quad [W]$
- Emergitäthet:  $W = \frac{I}{c} = \frac{E}{cA_d T} \quad [J/m^3]$ 
  - $A_d$  Detektorarea
  - $T$  Exponeringstid