F0048T: Datorövning: Plana vågor

Simon Johnsson *johsim-7@student.ltu.se*

November 19, 2020

Uppgift 1

$$U(\bar{r}) = e^{i(k\bar{s}\cdot\bar{r}+\alpha)}$$

A - Beskriv vad som menas med vågtalet k, riktningsvektorn $\bar{s}$, positionsvektorn $|r|$ och faskonstanten α.

- Vågtalet k används för att ge ekvationerna en enklare form, vågtalet representerar $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Riktningsvektorn $\bar{s}$ är en vektor som beskriver i vilken riktning som vågen propagerar
- positionsvektorn $|\bar{r}|$ betecknar vilket avstånd U mäts på från ljuskällan
- Faskonstanten α betecknar vilken fasförskjutning ljuset har ut från ljuskällan (här då $\bar{r} = 0$)

B - Beskriv hur intensiteten beräknas från den komplexa amplituden och vad som menas med den komplexa amplitudens fas

Intensiteten för den komplexa amplituden beräknas med hjälp av

$$I(\bar{r}) = |U(\bar{r})|^2 = U(\bar{r})U^*(\bar{r})$$

Komplexa amplitudens fas innebär vågens relativa höjd jämfört med planet den propagerar i. Till exempel om vågen propagerar i yz-planet så är fasen värdet på x i punkten fasen beräknas i.

C - Skriv ner ekvationen för den komplexa amplituden och dess intensitet av en godtycklig plan monokromatisk våg med våglängden $\lambda = \lambda_0/n$ som propagerar i riktning $\bar{s}$ i ett fast kartesiskt koordinatsystem. Exemplifiera med ett fall då $\lambda = \lambda_0 = 1\mu m$ och $\bar{s}$ ligger i yz-planet med vinkeln $10°$ mot z-axeln

De givna storheterna ger

- $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{\lambda_0}$
- $\bar{s} = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix}$

Detta ger komplexa amplituden

$$U(\bar{r}) = e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda_0}\begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \end{bmatrix}^T \cdot \bar{r} + \alpha\right)}$$

och intensiteten

$$I(\bar{r}) = e^{i\left(\frac{2\pi n}{\lambda_0}\begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \end{bmatrix}^T \cdot \bar{r} + \alpha\right)} e^{-i\left(\frac{2\pi n}{\lambda_0}\begin{bmatrix} s_x & s_y & s_z \end{bmatrix}^T \cdot \bar{r} + \alpha\right)} = 1$$

Med insättning av värdena som skulle exemplifieras med får vi:
Komplexa amplituden

$$U(\bar{r}) = e^{i\left(2\pi 10^{12}\begin{bmatrix} 0 & \sin 10° & \cos 10° \end{bmatrix}^T \cdot \bar{r} + \alpha\right)}$$

och intensiteten kommer att fortsätta att vara 1 då det endast är komplexa exponenter och vi inte ändrat någon amplitud.

Uppgift 2

Beskriv vad som menas med fasmatchning. Skriv ner sambanden mellan de olika rikningscosinerna ($\{s_x, s_y, s_z\}$) vid gränsytan mellan de två mediumen.

Fasmatchning går ifrån när ljus kommer från ett medium med brytningsindex n_1 till ett annat medium med brytningsindex n_2 så måste det inkommande ljuset och de utgående ljuset ha samma fas i brytningsytan. Detta leder till att riktningsvektorn $\bar{s}$ för ljuset förändras för det utgående ljuset för att bibehålla samma fas, alltså ljuset bryts till en annan vinkel.
Anledningen till att fasen måste vara samma i ytan mellan de två mediumen är för att vågorna ska fortsätta kontinuerligt.

Fasmatchning är beskrivet med hjälp av likheterna $\bar{f}_1 \cdot \bar{r} = \bar{f}_2 \cdot \bar{r} = \bar{f}_3 \cdot \bar{r}$. Om vi sätter vektorerna i yz-planet så får vi vektorerna:

$$\bar{f}_1 = \frac{n_1}{\lambda_0}(0, \sin\theta_1, \cos\theta_1)$$

$$\bar{f}_2 = \frac{n_1}{\lambda_0}(0, \sin\theta_2, \cos\theta_2)$$

$$\bar{f}_3 = \frac{n_1}{\lambda_0}(0, \sin\theta_3, -\cos\theta_3)$$

Där θ_1 & θ_2 är infalls- respektive utfallsvinkeln samt θ_3 är reflektionsvinkeln