

1 Grundlagen

1.1 Zentrale Aufgaben der Physik

- Angabe von Datenstrukturen, welche Eigenschaften der Welt beschreiben.
- Angabe von Gesetzmässigkeiten, welche die Grössen von Eigenschaften miteinander in Beziehung setzen
- Angabe von Gesetzmässigkeiten, welche beschreiben, wie sich diese Eigenschaften als Funktion der Zeit verändern.

1.2 Fundamentalkräfte

- Gravitation
 - Zwischen zwei Massen wirkt eine Anziehungskraft
 - Kraft wirkt umgekehrt proportional zum Abstand der Masse
 - Kraft wirkt proportional zum Produkt der Masse
 - Ist nicht abschirmbar
- Elektromagnetismus
 - Grundursache ist die elektrische Ladung
 - Dualismus, Zwei Arten: positive und negative Ladung
 - Gleiche Ladung stösst sich ab, unterschiedliche Ladung zieht sich an
 - In allen physikalischen Prozessen bleibt die Ladung erhalten
 - Einheit der Ladung: Coulomb[c] Elektron Ladung $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$
- Starke Kernkraft
- Schwache Kernkraft

1.3 Kräfte

- Eine Kraft verändert die Geschwindigkeit eines Objektes, d.h. das Objekt wird beschleunigt (oder gebremst).

1.3.1 Beschleunigung

- $F = ma$

1.3.2 Schwerkraft

- $F = \gamma \frac{M_1 M_2}{r^2}, \gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$
- Erde: $F = mg, g = \gamma \frac{M_{Erde}}{r_{Erde}^2} = 9.81 \frac{m}{s^2}$

1.3.3 Coulombkraft

- $\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \epsilon_0 = 8.859 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Jm}$

1.3.4 Federkraft

- $F = -k(x - x_{Ruhe})$

1.4 Energie

- $E_{pot} = mgh$
- $E_{kin} = m \frac{v^2}{2}$
- $E_{spring} = k \frac{(x - L)^2}{2}, (x - L)$: Auslenkung
- $E_{pot.Ladung} = qU$
- Arbeit: $\Delta E_{mech} = Fs$

1.4.1 Einheiten

- $1cal = 4.1868J$
- $[J] = [Nm]$
- $[N] = [\frac{Kgm}{s^2}]$

1.4.2 Energieerhaltung

- In einem System und der Umgebung bleibt die **Gesamtmenge** der Energie erhalten
- Veränderungen geschehen durch physikalische Kräfte
- Diese physikalischen Kräfte können nicht beliebig aussehen. Ihre Form ist z.B. durch die Forderung, dass die physikalischen Gesetze sich im Laufe der Zeit nicht ändern, etwas eingeschränkt
- Diese Einschränkung führt dazu, dass einem physikalischen System eine Zahl zugeordnet werden kann, deren Grösse durch die Einwirkung der Kräfte nicht geändert werden kann
- Die Erhaltung der Energie ist nicht eine Folge einer Energiesubstanz
- Die Gesetze der Physik sind so gestaltet, dass sie die Gesamtmenge der Energie nicht verändern können

1.5 Strecke, Geschwindigkeit, Beschleunigung

- $v = \int a dt$
- $s = \int v dt$

2 Veränderungsrate Leistung Strom

2.1 Veränderungsrate

- Das zukünftige Verhalten eines Systems und seiner Umwelt ist vollständig definiert durch seinen momentanen Zustand und dem momentanen Zustand der Umwelt. Zusätzliche Information, z.B. wie diese Zustände erreicht wurden, sind nicht nötig.

2.2 Potential

- $\varphi(A) = \frac{x}{y}$
- x = pot.E Substanz S der Menge M an Ort A
- y = Menge X Energieträger

2.3 Strom I

- $I[A][\frac{C}{s}]$
- Richtung in die sich die positive Ladung bewegt $I > 0$
- Anzahl positiver Ladung die den Querschnitt pro Sekunde durchquert

2.4 Spannung U

- $U[V][\frac{W}{A}]$
- $U = U(\vec{r}_A, \vec{r}_B) = \varphi(\vec{r}_A) - \varphi(\vec{r}_B)$
- Spannungsquellen erzeugt \vec{E} -Feld in Drähten
- Ladung verliert ΔE_{pot} und gewinnt ΔE_{kin}
- Kinetische Energie kann verbraucht werden
- Spannung ist die Energie die frei wird, wenn die Ladung von A nach B bewegt wird.
- $\varphi(\vec{r}_A) > \varphi(\vec{r}_B)$ Energie steht zur Verfügung
- $\varphi(\vec{r}_A) < \varphi(\vec{r}_B)$ Energie wird benötigt

2.5 Leistung P

- $P : [W] = [\frac{J}{s}]$
- Energieänderung pro Zeitintervall
- Leistung kann aufgenommen oder abgegeben werden
- $P_{el} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{I \Delta t U}{\Delta t} = UI$
- $P_{Hydraulik} = p_{diff} I_V$
- $P_{Gravitation} = gh_{diff} I_m$
- $P_{rad} = \sigma AT^4, \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} [\frac{W}{m^2 K^4}]$
- Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_{desired}}{P_{driving}} \leq 1$

2.6 Schaltung

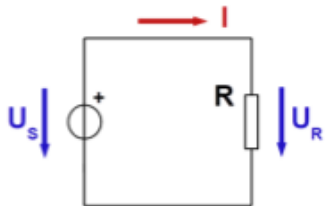
• Physikalische Perspektive

- Schaltungen bestehen aus miteinander verbundenen physikalischen Elementen, welche, angeregt durch Spannungen und Ströme, ein bestimmtes dynamisches Verhalten zeigen.
- Die physikalische Perspektive offeriert noch keine Semantik, zeigt aber, wie ein System gebaut werden kann.

• Funktionale Perspektive

- Schaltungen sind Signalwandler
- Logische Schaltungen: Input ist eine Bitsequenz, welche in eine Outputsequenz verwandelt wird.
- Analoge Schaltung: Ein dynamisches Signal wird in ein Outputsignal transformiert.

2.6.1 Analoge Schaltung



- $R[\Omega]$
- $U_R = RI$
- $P = IU_R = \frac{U_R^2}{R} = RI^2$

- Eine **Masche** oder Schlaufe ist ein Weg durch Drähte und Bauelemente, welcher zu seinem Ausgangspunkt zurückführt
- Die Spannung wird in Richtung Spannungsgefälle positiv gezählt
- Bei einem **Knoten** kommen mindestens drei Drähte zusammen.
- Durch die Ladungserhaltung muss die Summe der einflussenden minus der Summe der wegfließenden Ströme null ergeben.
- Kabelwiderstand $R = \rho \frac{L}{A}$

| | | | |
|-------------------------------|--|--|---------------------------|
| Ideale Spannungsquelle | | | Einschaltvorgang |
| Ideale Stromquelle | | | |
| Widerstand | | | frühere Symbole |
| Kapazität | | | |
| Induktivität | | | Photodiode/ Solarzelle |
| Diode | | | |
| Glühlampe | | | Leuchtdiode |
| Schalter (auch: «Schliesser») | | | |

2.6.2 Serieschaltung

- Serieschaltung $R = R_1 + R_2$
- Serieschaltung $I = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$

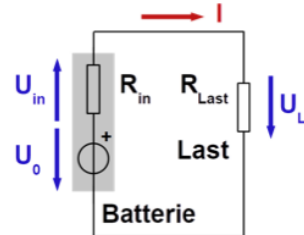
2.6.3 Parallelschaltung

- Parallelschaltung $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$
- Parallelschaltung $I_0 = U_0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

2.6.4 Mehrere Quellen

- Superpositionsprinzip: Jede Quelle wird einzeln analysiert und anschliessend wird addiert
- Analyse: Spannungsquellen werden durch einen Kurzschluss ersetzt, Stromquellen durch eine offene Verbindung
- Wenn Dioden vorkommen, ist die Schaltung nicht mehr linear, das Superkompositionsprinzip gilt nicht mehr

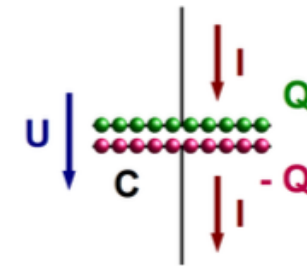
2.7 Batterie



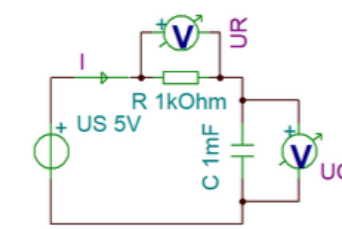
- Ideale Bat: $U_0 = \text{const.}$
- $U_0 - U_{in} - U_{last} = 0$
- $U_0 - IR_{in} - IR_{last} = 0$
- $I = \frac{U_0}{R_{in} + R_{last}}$
- $P = R_{la.} \left(\frac{U_0}{R_{in} + R_{la.}} \right)^2$

- Wenn der Lastwiderstand kleiner als der Innenwiderstand ist, wird die Leistung bei kleinerem Lastwiderstand nicht grösser
- Wenn ein Verbraucher mit einer Batterie betrieben wird, muss angepasst werden, dass die Leistung nicht am Innenwiderstand der Batterie verbraucht wird
- Bei einer Gleichspannungsquelle mit variabler Spannung, z.B. einer Solarzelle, muss der Lastwiderstand dynamisch angepasst werden (Bei Solarpaneln ist der Lastwiderstand der gleich wie beim Speicher)

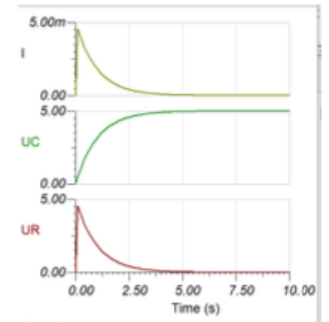
2.8 Kondensator



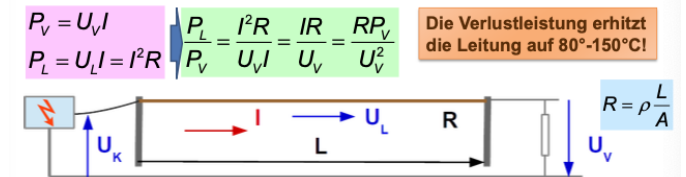
- Kondensatoren können praktisch beliebig oft auf- und entladen werden
- Kondensatoren können als Energiespeicher verwendet werden (Bremsenergie)
- Kapazität C [Farad/F]
- $\frac{\delta Q}{\delta t} = I$
- $CU_c = Q$



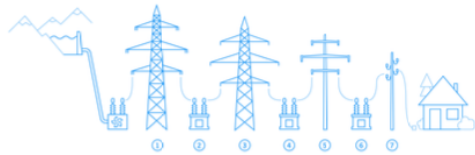
- $I = \frac{1}{R} \left(U_s - \frac{Q}{C} \right)$
- $U_s = IR + \frac{Q}{C}$



2.9 Hochspannung



- Je grösser U_V , desto kleiner der relative Leistungsverlust in der Leitung.
- Der Verlust beträgt wenige Prozent pro hunder Kilometer (Wechselspannung)



- 1 Höchstspannung: 380 kV beziehungsweise 220 kV
- 3 Hochspannungsebene: 36 kV bis 150 kV
- 5 Mittelspannungsebene: 1 kV bis 36 kV
- 7 Niederspannungsebene: < 1 kV
- 2,4,6 Transformatorebenen

2.10 Gleich- und Wechselstrom

- Historisch bedingt konnte früher nur Wechselstrom transformiert werden.
- Wechselstrom relativ hohe Verlustleistung (Skinneffekts, ..)
- Gleichstrom hat eine geringere Verlustleistung.

3 Digitaltechnik

3.1 Funktionseinheiten & Signale

- Eine **Funktionseinheit** empfängt n Inputsignale und liefert m Outputsignale
- Eine **Rückkopplung** ist beispielsweise wenn Outputsignal von FE1 Inputsignal von FE2 ist und ein Outputsignal von FE2 ein Inputsignal von FE1 ist.
- **Schaltnetze** enthalten mehrere Funktionseinheiten ohne Rückkopplungen.
- **Schaltwerk** enthalten Rückkopplungen und besitzen dadurch einen speichernden Charakter.

3.2 Logik-Gatter

| | IEC-Norm (Europa) | ANSI-Standard (USA) |
|------------|-------------------|---------------------|
| NOT | | |
| AND | | |
| OR | | |
| XOR | | |

- Schalter die durch elektronische Signale betrieben werden sind **Transistoren**
- NOT: Einzelner Schalter
- AND: Zwei Schalter in serie
- OR: Zwei Schalter parallel
- XOR: Zwei Schalter in serie versetzt

3.3 Flip-Flops

Ein Flip-Flop ist das fundamentale Speicherelement.

3.3.1 SR-Flip-Flop

- Input S und R
- Funktioniert nur wenn S und R unterschiedlich oder beide Null sind (Beide Null speichert)
- $Q = S$

3.3.2 D-Flip-Flop

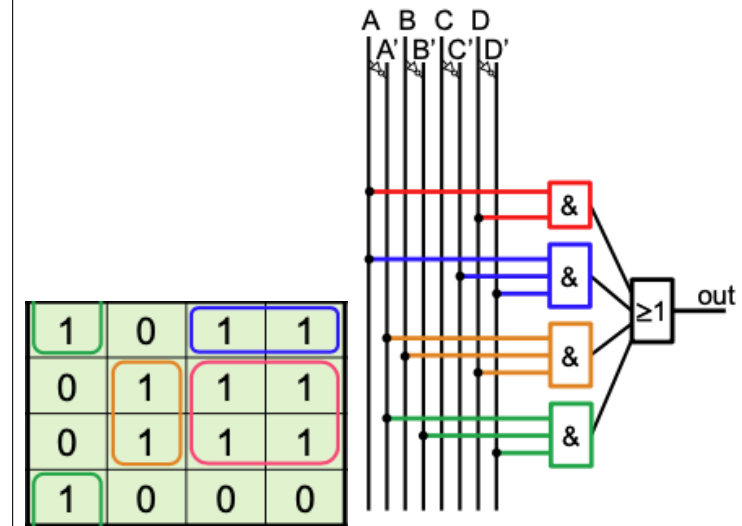
- S und R werden zu D zusammengefasst
- Wenn der Clockeingang von unten nach oben wechselt wird der Speicher gesetzt (flankengesteuert)

3.3.3 JK-Flip-Flop

- S wird mit J(Jump) und R mit K(Kill) ersetzt
- Es gibt einen Clockeingang (flankengesteuert)
- Wenn beide Eins sind, wechselt der Ausgang bei jeder aktiven Clockflanke

3.4 KV-Diagramm

| | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | A' | | A | |
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C' | 00 | | | | |
| | 01 | | | | |
| C | 11 | | | | |
| | 10 | | | | |
| | | B' | | B | |



3.4.1 Glitches

- Wenn beim Schaltungsentwurf jeder Signalpfad die selbe Anzahl Logikgatter durchläuft, können Glitches vermieden werden
- KV-Diagramme allein sind daher kein gutes Entwurfsmuster für glitchfreie Schaltungen
- Wird bei einem RLC-Schwingkreis die Induktivität erhöht, verkürzt sich die Periodendauer nicht

4 Elektrische und Magnetische Felder

4.1 Ladungen und Ströme

- **Superpositionsprinzip:** Sind mehrere Ladungen vorhanden, werden die Kräfte zusammengezählt
- \vec{F}_{12} : Kraft auf Ladung Q_1 , verursacht durch Ladung Q_2
- Einheitsvektor von Q_2 zu Q_1 : $\vec{n}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$
- Permittivität des Vakuums $\epsilon_0 = 8.859 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Jm}$

4.2 Coulombgesetz

- $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \vec{n}_{12}$

4.3 Elektrische Felder

- $\vec{E}(\vec{r}, t), [\frac{N}{C}]$
- Werden erzeugt durch Ladung oder zeitlich veränderliche magnetische Felder
- Bei mehreren Quellen gilt das Superpositionsprinzip
- Das elektrische Feld zeigt von positiven Ladungen zu negativen Ladungen hin
- Das elektrische Feld übt eine Kraft aus, die proportional zur Stärke des Feldes ist
- Im Inneren eines geladenen Metallstück ist das elektrische Feld null

Ladung Q an Ort \vec{r}_Q erzeugt \vec{E} -Feld:

- $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r}_Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|}$

Kraft auf Ladung q am Ort \vec{r} :

- $\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r}, t)$

4.3.1 Elektronvolt

- $1eV = W = F \cdot d = q \cdot E \cdot d = q \cdot U = 1.6 \cdot 10^{-19} J$
- Arbeit $W = \frac{m \cdot v^2}{2}$

4.4 Magnetische Felder

- $\vec{B}(\vec{r}, t), [\frac{kg}{s \cdot C}]$
- Werden erzeugt durch Ströme oder zeitlich veränderliche elektrische Felder
- Bei mehreren Quellen gilt das Superpositionsprinzip
- Das Magnetfeld zeigt vom Nord- zum Südpol

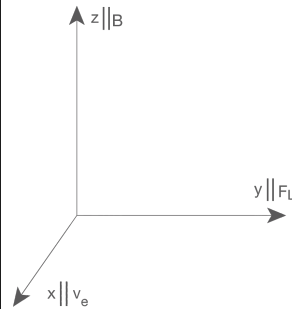
4.4.1 Lorentzkraft

Lorentzkraft auf Ladung q mit Geschwindigkeit \vec{v} :

- $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

Rechte Hand Regel

- Mittelfinger: Richtung der Lorentzkraft
- Zeigefinger: Richtung des Magnetfeldes (Nord-Süd)
- Daumen: Richtung der positiven Ladung



4.5 Generatoren/Elektromotoren

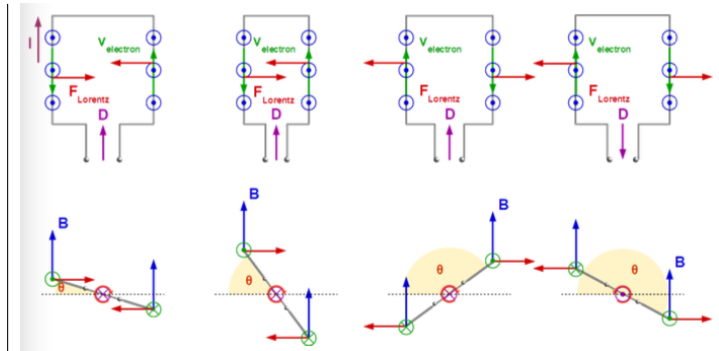
- Steht ein stromdurchflossener Draht senkrecht zu einem Magnetfeld wirkt eine Kraft auf den Draht

4.5.1 Generatoren

- Beim Generator werden die Leiterbahn im Magnetfeld bewegt
- Die Ladungsträger erhalten eine Geschwindigkeit senkrecht zur Leiterbahn
- Das Magnetfeld führt zu einer Kraft auf die Ladungsträger in Richtung der Leiterbahn
- Strom mit wechselnder Richtung (Wechselstrom) fließt

4.5.2 Elektromotoren

- Beim Elektromotor werden die Leiterbahn im Magnetfeld durch die Lorentzkräfte bewegt
- Die stromdurchflossene Schlaufe führt zu einem Drehmoment
- Die Schlaufe dreht sich im Uhrzeigersinn
- Bei $\theta = 180$ wird die Stromrichtung geändert



5 Maxwellgleichungen

- Beschreibt unter anderem wie sich Licht als elektromagnetische Welle ausbreitet

5.1 Gauss'sches Gesetz (Elektrischer Fluss)

- $\Phi_{\vec{E}}(\Sigma) = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV = \frac{Q}{\epsilon_0}$
- Der Fluss des elektrischen Feldes \vec{E} durch eine geschlossene Fläche Σ ist gleich dem Volumenintegral über die Ladungsdichte ρ/ϵ_0 innerhalb von Σ , also gleich der von Σ eingeschlossenen Ladung Q geteilt durch ϵ_0
- $|\vec{E}| = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- Das elektrische Feld zeigt von positiven Ladungen zu negativen Ladungen hin

5.2 Magnetischer Fluss

- Es gibt keine magnetische Ladungen
- $\Phi_{\vec{B}}(\Sigma) = 0$
- Der Fluss des magnetischen Feldes \vec{B} durch eine geschlossene Fläche Σ ist gleich 0

5.3 Faraday'sches Gesetz (Linienintegral des elektrischen Feldes)

- $\int_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{\gamma} = -\frac{d}{dt} \Phi_{\vec{B}}(\Omega)$
- Das Linienintegral des elektrischen Feldes \vec{E} über einer Kurve γ ist gleich der zeitlichen Änderung des negativen Flusses des magnetischen Feldes durch eine von γ berandete Fläche Ω
- Die Änderung des Flusses eines Magnetfeldes durch eine Schlaufe induziert in dieser eine Spannung U
- $U = -\frac{d}{dt} \Phi_{\vec{B}}(\text{Schlaufe})$

- $\Phi_{\vec{B}}$ (Schleife) = $\vec{A} \cdot \vec{B}$, \vec{A} senkrecht Schleife Länge Fläche Schleife
- Spannung **Schleife**: $U_{ind}(t) = U_0 \sin(2\pi \nu t)$
- Amplitude: $U_0 = \omega |\vec{A}| |\vec{B}|$
- Frequenz: $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$
- Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi \nu$

5.4 Linienintegral des magnetischen Feldes

- $\int_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\gamma} = \mu_0 \Phi_{\vec{j}}(\Omega) + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi_{\vec{E}}(\Omega)$
- Das Linienintegral des magnetischen Feldes \vec{B} über einer Kurve γ ist gleich der zeitlichen Änderung des Flusses des elektrischen Feldes (mal $\mu_0 \varepsilon_0$) durch eine von γ berandete Fläche Ω plus dem Fluss der Stromdichte durch Ω mal μ_0
- Das Linienintegral des magnetischen Feldes \vec{B} über einer Kurve γ ist gleich der zeitlichen Änderung des Flusses des elektrischen Feldes (mal $\mu_0 \varepsilon_0$) durch eine von γ berandete Fläche Ω plus dem Fluss der Stromdichte durch Ω mal μ_0
- $\mu_0 = 1.26 \cdot 10^{-6} [T \cdot m \cdot A^{-1}]$
- Magnetfeld um **langen geraden Leiter**: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
- Magnetfeld in **Spule**: $B = \mu_r \mu_0 \frac{N}{L} I$

Rechte Hand Regel

- Daumen: Richtung der positiven Ladung
- Rest: Umlaufsinn des \vec{B} -Feldes um I

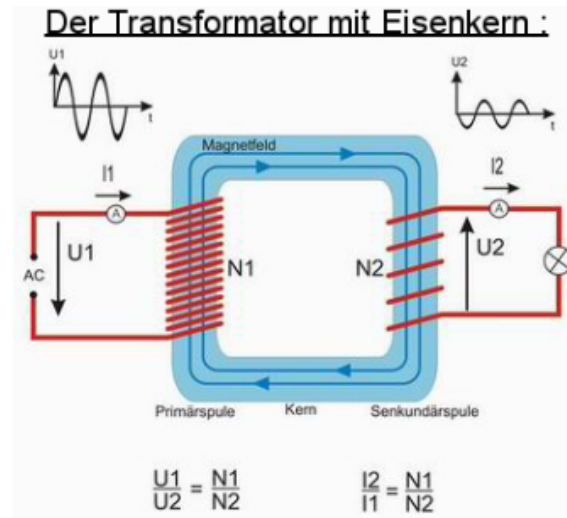
6 Frequenz und Kreisfrequenz

- Frequenz : $f(t) = \sin(2\pi \nu t)$
- Periode: $T = \frac{1}{\nu}$
- Kreisfrequenz: $\omega = 2\pi \nu$

6.1 Wechselstrom

- Nennspannung : $U_N = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$
- Spannung: $U(t) = U_0 \sin(2\pi \nu t + \phi_0)$
- U_0 : Amplitude
- ϕ_0 : Phasenkonstante

6.2 Transformatoren



7 Wellen

7.1 Wellengleichung

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • $c = \lambda f$ • $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ • $T = \frac{1}{f}$ • Geschwindigkeit: c | <ul style="list-style-type: none"> • Vakuum: Geschwindigkeit: $c_v = 3 \cdot 10^8$ m/s • Wellenlänge: λ • Wellenzahl k • Frequenz: f • Periode: T |
|--|---|

7.2 Elektromagnetische Strahlung

7.2.1 Ebene Welle

- Bei einer ebenen Welle ist das \vec{E} -Feld in einer Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung überall gleich gross
- $\vec{E}(y, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \sin(2\pi f t - k y) \end{pmatrix}$
- Allgemein sehen elektromagnetische Wellen in kleinen Raumgebieten und weit weg vom Sender aus wie ebene Wellen ("weit weg- mehrere Wellenlängen), auch wenn sie global gesehen natürlich keine ebenen Wellen sind
- $\vec{k} = k \vec{n}_w = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{n}_w$
- $\vec{B} = \frac{1}{2\pi f} \vec{k} \times \vec{E}$

- $|\vec{E}| = c |\vec{B}|$
- $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \sin(2\pi f t - \vec{k} \cdot \vec{r})$
- $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 \sin(2\pi f t - \vec{k} \cdot \vec{r})$
- Oszillierende Ströme in Leitern erzeugen elektromagnetische Wellen

7.2.2 Intensität

- Mit der Intensität I_{em} einer ebenen Welle gibt man die Energie an, die pro Zeiteinheit auf eine **senkrecht** zur Wellenausbreitung ausgerichteten **Fläche** auftrifft (Leistung pro Fläche)
- $I_{em} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} = \frac{c B_0^2}{2\mu_0}$

7.2.3 Strahlungsdruck

- Wird eine Ladung in die Richtung des \vec{E} -Feldes beschleunigt, führt das zu einer Geschwindigkeit in diese Richtung
- Das \vec{B} -Feld führt dadurch zu einer Kraft nach vorne
- Eine ebene Welle führt zu einem Druck p_s auf leichtbewegliche Ladungen
- $p_s = \frac{I_{em}}{c} = \frac{E_0 B_0}{2c\mu_0} = \frac{E_0^2}{2c^2\mu_0} = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$

7.2.4 Stabantenne

- \vec{E} -Feld wirkt auch auf Ladung in der Antenne
- Ein Teil der Energie fließt daher wieder in die Antenne zurück
- $h \leq \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \approx \frac{8h^3}{\lambda^3}$
- h: Höhe der Antenne
- Maximale Effizienz: $\lambda = 2h$
- Signal wird in Trägersignal umgewandelt, dass sich schneller ändert
- Phasenmodulation: $\text{phasesig}(t) = \sin(2\pi f t + U(t))$
- Amplitudenmodulation: $\text{amplsig}(t) = U(t) \cdot \sin(2\pi f t)$

7.2.5 Superposition von Wellen

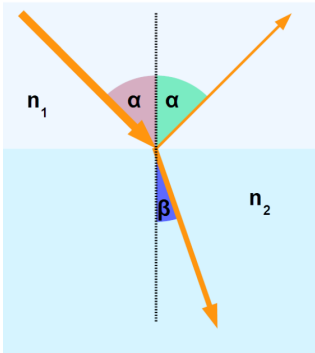
Addition von Wellen

- Wellen dürfen beliebig addiert werden

Stehende Wellen

- Die Summe einer von rechts nach links und einer von links nach rechts laufenden Welle gibt eine sogenannte stehende Welle
- $E_0 \sin(2\pi f t - k y) + E_0 \sin(2\pi f t + k y) = 2E_0 \sin(2\pi f t) \cos(k y)$

7.3 Lichtbrechung



- Wenn ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zwischen zwei Materialien trifft, wird ein Teil des Lichts reflektiert, ein anderer Teil dringt in das Material ein
- $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$
- $\sin(\beta) \leq \frac{n_1}{n_2}$
- Der Brechungsindex im Vakuum ist $n_v = 1$

7.3.1 Glasfaserkabel

- $\frac{c_G}{c_v} = \frac{n_v}{n_G}$
- Lichtgeschwindigkeit Vakuum: $c_v = 3 \cdot 10^8$ m/s
- Signalgeschwindigkeit: c_G
- Brechungsindex Vakuum: $n_v = 1$
- Brechungsindex Glas: n_G

8 Thermische Strahlung

- Jedes Objekt mit einer Temperatur grösser 0 K / -273.25 C strahlt elektromagnetische Strahlung ab
- Intensität = $\frac{\text{Energie}}{\text{Fläche} \times \text{Zeit}}$
- Ein Objekt ist in einem thermischen Gleichgewicht, wenn seine Temperatur sich nicht ändert und es ausser Wärmeenergie netto keine Energie aufnimmt oder abgibt

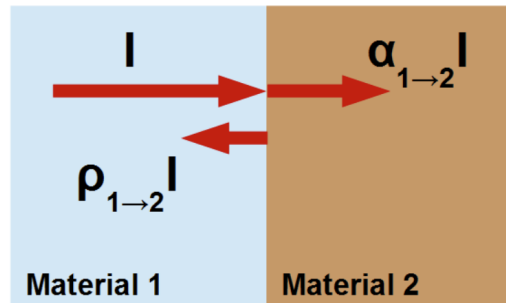
8.1 Photon

- Energie eines Photons: $E = h\nu$
- ν : Frequenz
- Planck'sche Konstante $h : 6.626 \cdot 10^{-34} [Js]$

8.2 Absorption Reflexion Emission

- Für einen undurchsichtigen Körper gilt: Alles auftreffende Licht wird geschluckt oder reflektiert
- α (Absorptionskoeffizient) wird absorbiert/geschluckt
- $\rho = 1 - \alpha$ (Reflexionskoeffizient) wird reflektiert
- Reflexions- und Absorptionskoeffizient können frequenzabhängig sein $\alpha = \alpha(\nu)$

- $\alpha_{1 \rightarrow 2} + \rho_{1 \rightarrow 2} = 1$
- Wenn elektromagnetische Strahlung von innen auf die Grenzschicht trifft, kommt es auch zu Reflexion
- Für einen schwarzen Strahler macht es keinen Unterschied, ob ein Strahl von aussen oder innen auf die Trennschicht trifft
- Schwarzen Strahler: $\alpha_{1 \rightarrow 2} = \alpha_{2 \rightarrow 1}$
- Schwarzen Strahler: $\rho_{1 \rightarrow 2} = \rho_{2 \rightarrow 1}$
- Emission: $\varepsilon_{2 \rightarrow 1} = \alpha_{2 \rightarrow 1}$

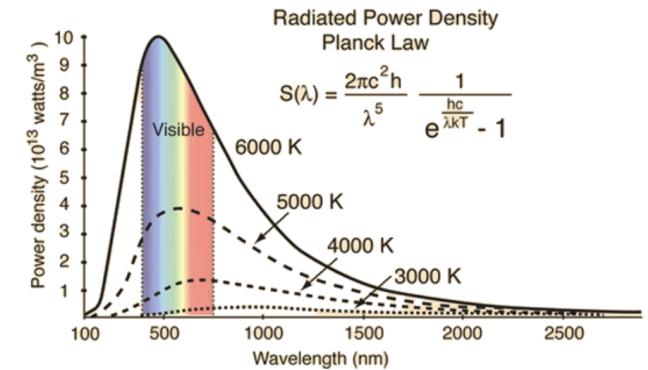


8.3 Schwarzer Körper

- **Schwarzer Strahler:** für alle Frequenzen $\alpha = 1$
- Auch ein schwarzer Strahler kann bei hohen Temperaturen leuchten (Sonne)

8.3.1 Das Planck'sche Strahlungsgesetz

- Jeder Körper mit einer Temperatur T strahlt einen Mix elektromagnetischer Wellen ab
- Für alle schwarzen Strahler ist dieser Mix gleich. Der Mix hängt von der Temperatur aber nicht von der Struktur oder Material ab
- $I(\nu, T) = \frac{2h\pi\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$
- $I(\lambda, T) = \frac{2h\pi c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$
- Planck'sche Konstante $h : 6.626 \cdot 10^{-34} [Js]$
- Intensitäten als für verschiedene Temperaturen:



- Je heisser ein Objekt ist, desto grösser ist die Intensität der thermischen Strahlung
- Je heisser ein Objekt ist, desto kürzer ist die Wellenlänge des Hauptteils der Strahlung, bzw. desto höher ist dessen Frequenz

8.3.2 Wien'sches Verschiebungsgesetz

- $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$
- $b = 2.8978 \cdot 10^{-3} [mK]$
- Bei hinreichend hoher Temperatur liegt die Wellenlänge λ_{\max} im sichtbaren Bereich
- Liegt das Strahlungsmaximum im grünen Bereich, gibt es immer rote und blaue Anteile. Unsere Farbwahrnehmung mixt dies zu weisslich
- Mit Hilfe des Wien'schen Verschiebungsgesetzes kann die Temperatur eines Sterns bestimmt werden.

8.3.3 Stefan - Boltzmann Gesetz

- Gesamtleistung P_{rad} der Strahlung eines Körpers mit Oberfläche A und Temperatur T
- $P_{\text{rad}} = \sigma A T^4$
- $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} [\frac{W}{m^2 K^4}]$
- Eine Verdoppelung der Temperatur führt also zu einer Versechzehnfachung der abgestrahlten Leistung

8.3.4 Grauer Körper

- Der Emissions-/Absorptionskoeffizient (ε/α) kann von der Temperatur und der Wellenlänge abhängen
- Meist spielt die Temperaturabhängigkeit aber keine grosse Rolle
- Die Wellenlängenabhängigkeit ist für die meisten Materialien über grosse Wellenlängenbereiche konstant

8.3.5 Energetische Bilanz eines Strahlers

Thermische Radiation

- $I_{\text{rad,therm}}$ ist die Energiebilanz oder der radiative Energiefluss durch Strahlung
- $I_{\text{rad,therm}} = -\frac{dE}{dt} = \sigma \varepsilon A (T^4 - T_{\text{env}}^4)$
- ε : Emissionskoeffizient

Sonneneinstrahlung

- $I_{\text{rad,sun}}$ ist die Energie die von der Sonneneinstrahlung aufgenommen wird
- $I_{\text{rad,sun}} = A_{\text{eff}} j_{\text{rad,sol}} = \sin(\beta) A j_{\text{rad,sol}}$

Wärmeleitung

- $I_{\text{cond,X,Y}} = -Ah_{\text{X,Y}}(T_X - T_Y)$

Energiebilanz

- $I_{\text{rad,sun}} - I_{\text{rad,therm}} - I_{\text{cond}}$

Energiebilanz einer Platte an der Sonne

- $\alpha_{\text{sun}} \sin(\beta) A j_{\text{rad,Sol}} - \varepsilon_{\text{IR}} A \sigma (T^4 - T_{\text{Luft}}^4) - Ah(T^4 - T_{\text{Luft}}^4)$
- Bei Gleichgewicht ist die Energiebilanz 0

8.3.6 Skalierungsphänomene

- Verdopplung der Ausmasse eines Systems verdoppelt die Länge, vervierfacht die Oberfläche und verachtfacht das Volumen
- Die thermische Bilanz des vergrößerten Systems unterscheidet sich wesentlich von dem ursprünglichen System
- Grosse Objekte haben ein Kühlproblem
- Nanotechnologie ist Kühlung kaum ein Problem

8.3.7 Leistung Sonne auf Erde

Albedo

- Intensität der reflektierten Strahlung durch die Intensität der einfallenden Strahlung

Abstrahlung der Sonne

- $P_{\text{sun}} = 4\pi r_{\text{sun}}^2 \sigma T_{\text{sun}}^4$

Intensität der Sonnenstrahlung auf der Erde

- $j_{\text{earth}} = \frac{P_{\text{sun}}}{4\pi R_{\text{earth}}^2} = \frac{r_{\text{sun}}^2}{R_{\text{earth}}^2} \sigma T_{\text{sun}}^4$

Energiebilanz der Erde

- $P_{\text{earth,max}} = j_{\text{earth}} \pi r_{\text{earth}}^2 = \pi \frac{r_{\text{sun}}^2 r_{\text{earth}}^2}{R_{\text{earth}}^2} \sigma T_{\text{sun}}^4$
- $P_{\text{earth,in}} = (1 - \text{Albedo}) P_{\text{earth,max}}$
- $P_{\text{earth,out}} = 4\pi r_{\text{earth}}^2 \sigma T_{\text{earth}}^4$

9 Fouriertransformation

9.1 Signale

- Signale dienen der Informationsübertragung
- Ein Signal ist eine sich räumlich ausbreitende Auslenkung aus einem Grundzustand
- Signale werden oft durch Leitmedien übertragen
- Die Reaktion des Systems kann gemessen werden

9.1.1 Amplitude, Periode, Phasenverschiebung

- Die Amplitude A ist das Ausmass der maximalen Auslenkung
- Die Periode T gibt die Zeitdauer zwischen zwei Wiederholungen an
- Die Frequenz $\nu = \frac{1}{T}$
- Die Verschiebung zwischen zwei Signalen der selben Form nennt man **Phasenverschiebung**

9.1.2 Sinus Cosinus

- $\sin(a - \frac{\pi}{2}) = \cos(a)$
- $\cos(a + \frac{\pi}{2}) = \sin(a)$

9.1.3 Modulation

- Informationsvermittlung geschieht häufig durch Modulation eines Grundsignals
- Sägezahn- und Rechtecksignale haben theoretisch unendlich steile Flanken
- Reale Signale haben immer eine endliche Flankensteilheit

9.2 Wellengleichung

- $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$
- $v = \frac{\omega}{k}$
- Alle Funktionen einer bestimmten Form, somit auch eine bestimmte Form von Sinus- und Cosinusfunktionen, sowie deren Summen sind Lösungen der Wellengleichung
- Jede Funktion kann als Summe von Sinus- und Cosinusfunktion dargestellt werden (Fouriertransformation)
- Die Summe von Lösungen der Wellengleichung ist auch eine Lösung der Wellengleichung
- Jedes Audiosignal kann also als Summe von reinen Tönen dargestellt werden
- Jedes sichtbare elektromagnetische Signal kann als Summe von Regenbogenfarben dargestellt werden

9.3 Fourierzerlegung

- $f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(2\pi \nu_k t) + b_k \sin(2\pi \nu_k t))$
- a_k, b_k : Fourierkoeffizienten
- $a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(2\pi \nu_k t) \delta t$
- $b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin(2\pi \nu_k t) \delta t$
- $\nu_k = \frac{k}{T}$

9.3.1 Komplexe Darstellung

- $f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot e^{2\pi i \nu_k t}$
- $c_k = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-2\pi i \nu_k t} \delta t$

9.3.2 Amplituden- und Phasendarstellung

- $U(t) = f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(2\pi \nu_k t - \varphi_k)$
- $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$
- $\varphi_k = \arccos(\frac{a_k}{A_k}) = \arcsin(\frac{b_k}{A_k})$

9.3.3 Spektrum/ Frequency Domain Representation

- Die Amplituden A_k als Funktion von k nennt man Spektrum oder frequency domain representation von U(t)
- Die Phasen φ_k als Funktion von k nennt man das Phasendiagramm von U(t)

9.4 Töne und Klangfarben

- Musikinstrumente produzieren mehrere Schwingungen gleichzeitig
- Neben dem Grundton erzeugt jedes Instrument auch Obertöne
- Die Mischung der Obertöne bilden den typischen Klang eines Instruments.
- Je mehr Obertöne ein Audiosignal enthält, desto schärfer tönt ein Instrument.

9.5 Reale Signale

- Wenn mit Messwerten gearbeitet wird sind diskrete Punkte bekannt
- $g(t_r) = g_r = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N w_s e^{2\pi i f_s t_r}$
- $w_s = \sum_{r=1}^N w_s e^{-2\pi i f_s t_r}$
- $f_s = \frac{(s-1)}{T}$
- $t_r = \frac{(r-1)T}{N}$

9.6 Nicht Periodische Signale

- Die Idee der Fouriertransformation basiert auf der Annahme periodischer Funktionen
- Die meisten natürlichen Signale sind nicht periodisch
- In der Praxis wird ein Abschnitt gemessen und dieser vervielfacht, damit ein periodisches Signal entsteht

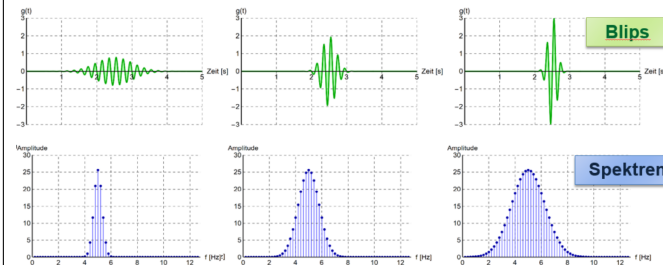
9.7 Nyquist - Shannon Theorem

- Die Anzahl Messpunkte und die Dauer des Messintervalls bestimmen die tiefste und höchste messbare Frequenz
- Um ein Signal, welches aus Fourierkomponenten mit maximaler Frequenz f_{\max} zusammengesetzt ist, voll ständig zu rekonstruieren, muss man eine diskrete Fouriertransformation mit mindestens $N > 2T f_{\max}$ Messpunkten durchführen
- Um das Spektrum einer Funktion bis zur Frequenz f_{\max} auszumessen, muss mindestens mit doppelter Frequenz gemessen werden
- Um das Spektrum einer Funktion bis zur Frequenz f_{\min} auszumessen, muss über ein Zeitintervall $T > \frac{1}{f_{\min}}$ gemessen werden

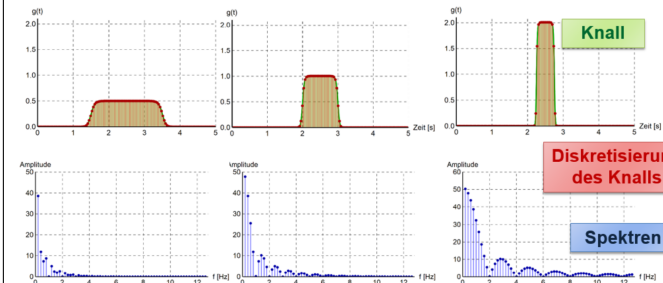
9.8 Aliasing

- Wenn das Nyquist - Shannon Theorem nicht eingehalten wird, entsteht der Aliasing/Alias Effekt
- In einer Analyse erscheinen tiefe Schwingungen, welche im Originalsignal als hohe Schwingungen vorhanden sind
- Mit mathematischen und messtechnischen Methoden können hohe Frequenzen unterdrückt werden

9.9 Unschärfe, Blip und Knall



- Ein Blip besteht aus vielen Frequenzen, lokalisiert um die "Hauptfrequenz" v_0
- Je schmaler das Blip, desto breiter das Spektrum



- Ein Knall ist eine kurze starke Auslenkung eines Systems
- Je kürzer und stärker der Knall, desto breiter ist das Spektrum

Unschärfe

- Je lokalisierter ein Signal in der Zeitdomäne ist, desto mehr Frequenzen sind zu seiner Darstellung nötig
- Je lokalisierter ein Signal in der Zeitdomäne ist, desto delocalisierter ist es im Frequenzraum
- Die Aussage gilt für jede Art von Signal
- Je steiler die Flanken eines Signals, desto grösser der Anteil der hohen Frequenzen im Signal

Unschärferelation

$$\frac{\Delta f \cdot \Delta t}{2} \approx 1$$

Musik

- Damit man einen Ton als harmonisch empfindet, muss eine Frequenz dominieren
- Damit die Frequenz der Grundschiwingung dominiert, muss das Signal lange genug sein
- Das Ohr ist aber wie die meisten Messinstrumente ein relatives Organ
- Den Unterschied zwischen 380 und 400 Hz kann man hören, den zwischen 9980 und 10000 Hz nicht

- Instrumente mit tiefen Frequenzen müssen lange Töne produzieren, um gut zu tönen
- Bei hohen Tönen werden grössere Frequenzunschärfen als harmonisch empfunden

9.10 Messdauer und Trennschärfe

- Bei einer Signallänge T und $N = 2n$ Messpunkten ergeben sich Amplituden für die Frequenzen f_s
- $f_s = 0, \frac{1}{T}, \frac{2}{T}, \dots, \frac{n-1}{T}, \frac{n}{T}$
- Je länger das Signal, desto kleiner ist die Differenz zwischen den Frequenzen
- Je länger das Signal, desto kleiner ist die Maximalfrequenz in der Fourierreihe
- Je mehr Messpunkte, desto höhere Frequenzen können erfasst werden

9.11 Absorption von Licht

- Ein Lichtstrom mit Intensität I_L besteht aus Photonen
- Trifft Licht auf einen Absorber, wird ein Teil des Lichts reflektiert, der Rest tritt in den Absorber ein
- Im Absorber hat ein Photon pro zurückgelegte Wegstrecke eine Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{\lambda}$, absorbiert zu werden

Abschwächung der Intensität

$$I_L(x) = I_{L,0} e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

• $I_{L,0}$: Intensität bei $x = 0$

9.12 Dispersion

- Dispersion bezeichnet das Phänomen, dass die Phasengeschwindigkeit einer Welle von der Frequenz abhängt
- Elektromagnetische Wellen die sich in Materie ausbreiten, zeigen Dispersion.

9.13 Resonanz

- Systeme können durch äussere Anregungen in Schwingung versetzt werden
- Die Anregungen können Schwingungen sein
- Bestimmte Frequenzen führen zu grossen Schwingungen, andere Frequenzen haben praktisch keine Wirkung
- Frequenzen die zu grossen Schwingungen führen sind Resonanzfrequenzen
- Je geringer die Reibung, desto grösser die Resonanzamplitude

9.14 Lärm

9.14.1 Intensität

- Tritt eine Welle mit einer Intensität I auf eine Fläche A ist die Leistung P :
- $P = I \cdot A$
- $I = 2\pi^2 \rho_0 f^2 s_{\max}^2 v = \frac{1}{2} \frac{p_{\max}^2}{\rho_0 v}$ (harmonische Schallwelle)
- $\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$
- s_{\max} : Maximale Auslenkung der Luftmoleküle aus der Ruhelage
- p_{\max} : Der maximale auftretende Schalldruck
- v : Schallgeschwindigkeit
- $I = \frac{P}{4\pi R^2}$ (Intensität bei Abstand R der Quelle)

9.14.2 Dezibel

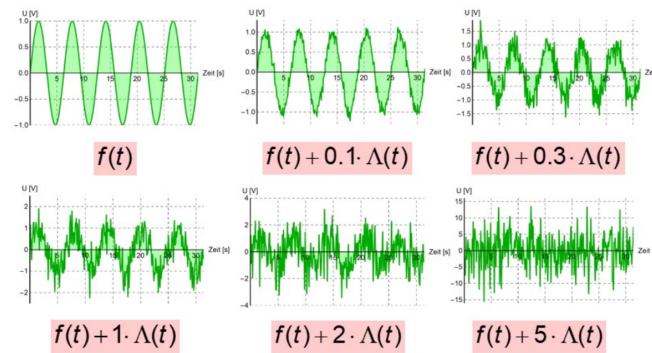
- Der Unterschied zweier Intensitäten in Dezibel ist Q
- $Q = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \text{ dB}$
- Das Schallempfinden ist nicht proportional zur Schallintensität
- Der **Schallintensitätspegel H** ist proportional zum Logarithmus der Schallintensität I
- $H = (10 \text{ dB}) \cdot \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$
- $I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

9.14.3 Information

- Im technischen Kontext hat Lärm weniger mit Lautstärke sondern mehr mit Informationsgehalt zu tun

iid-Lärm

- $\Lambda(t)$
- identically and independently distributed
- Das Signal $\Lambda(t)$ ist eine Zufallsvariable
- Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist für alle Zeitpunkte gleich
- Der Zufallswert zu einem Zeitpunkt $\Lambda(t_1)$ ist unabhängig vom Zufallswert an einem anderen Zeitpunkt $\Lambda(t_2)$
- Bei recht beträchtlichen Lärmniveaus kann das Signal immer noch erkannt werden. Für hohe Lärmniveaus ist das aber schwierig



9.14.4 Thermisches Rauschen

- In einem Widerstand R besteht eine fluktuierende Spannung mit Mittelwert $U_{\text{term,eff}}$
- $U_{\text{term,eff}} \approx \sqrt{TR}$
- Rauschen ist proportional zur Wurzel der Temperatur und dem Widerstand

9.14.5 Singal-to-Noise Ratio

- $\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} = \frac{I_{\text{signal}}}{I_{\text{noise}}}$
- $\text{SNR} = \frac{A_{\text{signal}}^2}{A_{\text{noise}}^2}$
- Die Leistung/Intensität eines Signals ist in der Regel proportional zum Quadrat der Amplituden