1. Aufgabe

Gegeben seien die Zufallsvariablen X und Y. Es gelte
$E(X) = 1, E(Y) = -2, Var(X) = 2, Var(Y) = 1$ und $Cov(X, Y) = -1$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- ☐ $E(3X - 2Y) = 5$
- ☐ $Var(X + Y) = 3$
- ☐ $Var(7X) = 14$
- ☐ $E(-X) = 1$

2. Aufgabe

Ein Kind will gerne eine Haustier haben. Seine Eltern fahren mit ihm zum Tierheim und lassen das Kind eins aussuchen. Im Tierheim gibt es Hunde (H), Katzen (K), Meerschweinchen (M) und Papageien (P). Der W-Raum Ω besteht aus den Elementen $\{H, K, M, P\}$. Es gelte $P(\{H, K\}) = 0.6$, $P(\{M\}) = 0.2$ und $P(\{M, K\}) = 0.4$. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ $P(\{P\}) = 0.2$
- ☐ $P(\{H\}) = 0.4$
- ☐ $\{H, K\} \cap \{M, P\} = \Omega$
- ☐ $P(\{M\} \mid \{M, K\}) = 0.5$

3. Aufgabe

Welchen Test sollte man bei welcher Fragestellung anwenden?

- ☐ Test: χ^2-Unabhängigkeitstest, Fragestellung: Abhängigkeit zweier kontinuierlichen Variablen
- ☐ Test: ANOVA, Fragestellung: Vergleich von Erwartungswerten in 4 Gruppen
- ☐ Test: Binomialtest, Fragestellung: Hat ein Ereignis Wahrscheinlichkeit 0.5?
- ☐ Test: Zweigruppen-t-Test, Fragestellung: Abhängigkeit von zwei kategorialen Variablen

4. Aufgabe

Welche der folgenden Hypothesen kann man (und muss man) mit inferenzstatistischen Mitteln testen?

- ☐ Die Mittelwerte in zwei Gruppen unterscheiden sich.
- ☐ Die relativen Häufigkeit eines Ereignisses ist 0.3.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis eintritt, ist 0.7.
- ☐ Die Erwartungswerte in zwei Gruppen unterscheiden sich signifikant.

5. Aufgabe

Welche Aussagen über die Einfaktorielle Varianzanalyse (ANOVA) sind wahr?

- ☐ Bei der ANOVA muss Varianzhomogenität gelten (Varianz in allen Gruppen gleich groß)
- ☐ Mit einer ANOVA kann man beispielsweise folgende Hypothese testen: $P(Y=1|X=3)=P(Y=2|X=3)=P(Y=3|X=3)$
- ☐ Ein Zweigruppen-t-Test testet die gleiche Hypothese wie eine ANOVA mit zwei Gruppen.
- ☐ Die Teststatistik der ANOVA enthält unter anderem den Quotient der quadratischen Abweichungen innerhalb und zwischen den verschiedenen Gruppen.

6. Aufgabe

Die Funktion `pchisq` von R gibt die Verteilungsfunktion einer χ^2-verteilten Zufallsvariable zurück. Z.B. ist

- `pchisq(1,df=2)` = 0.3934693
- `pchisq(2,df=2)` = 0.6321206
- `pchisq(3,df=2)` = 0.7768698
- `pchisq(4,df=2)` = 0.8646647

Sei X eine χ^2-verteilte Zufallsvariable mit 2 Freiheitsgraden. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? (Die Werte sind immer auf die zweite Nachkommastelle gerundet)

- ☐ $P(X=3)\approx 0.78$
- ☐ $P(X\leq 2)\approx 0.63$
- ☐ $P(X\geq 4)\approx 0.86$
- ☐ $P(X\in[1,2])\approx 0.24$

7. Aufgabe

Sie interessieren sich dafür, ob eine Krake die Fußballergebnisse richtig vorhersagen kann (besser als mit Ratewahrscheinlichkeit). Dazu lassen Sie die Krake fünf Fußballergebnisse tippen. H stehe für ein richtig getipptes Spiel (hit) und M für ein falsch getipptes (miss). Welche der folgenden Wahrscheinlichkeitsräume sind für den entsprechenden statistischen Test, ob die Krake ein Medium ist, geeignet?

- ☐ $\Omega=\{H,M\}$
- ☐ $\Omega=\{H,M\}\times\{H,M\}\times\{H,M\}\times\{H,M\}\times\{H,M\}$
- ☐ $\Omega=\{(H,H,H,H,H),(H,H,H,H,M),(H,H,H,M,H),\ldots,(M,M,M,M,M)\}$
- ☐ $\Omega=\{(H,H),(H,M),(M,H),(M,M)\}$

8. Aufgabe

Sei X eine numerische Zufallsvariable und $\bar{X}$ der entsprechende Stichprobenmittelwert. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ $Var(\bar{X}) = Var(X)$
- ☐ $sd(\bar{X})$ ist der Standardfehler des Stichprobenmittelwerts.
- ☐ $E(\bar{X}) = \frac{1}{n}E(X)$
- ☐ $\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i P(X = X_i)$

9. Aufgabe

Ein fairer Würfel werde zweimal geworfen. X_1, X_2 seien die Zufallsvariablen, die die Augenzahl des ersten bzw. zweiten Wurfs angeben. Y sei eine Indikatorvariable, die 1 ist, wenn ein Pasch gewürfelt wurde ($X_1 = X_2$) und 0 sonst. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- ☐ $P(X_1 > 3) = \frac{2}{6}$
- ☐ $P(X_1 > 3, X_2 > 4 \,|\, Y = 1) = \frac{1}{3}$
- ☐ $P(Y = 0) = \frac{4}{6}$
- ☐ $P(Y = 1 \,|\, X_1 \in \{2, 4\}) = \frac{2}{6}$

10. Aufgabe

Sie wollen mit Ihrem alten Fahrrad eine Fahrradtour machen. Weil die Fahrradschläuche schon alt sind, rechnen Sie damit, dass einer oder beide der Schläuche kaputt gehen. Sie fragen den Fahrradhändler R.S., wie wahrscheinlich es ist, dass einer oder beide der Schläuche ein Loch bekommen. Der Händler sagt Ihnen, dass es natürlich davon abhängt ob Sie auf Teer oder auf Schotter fahren. Es gilt nämlich die folgende Tabelle:

ω	$P(\{\omega\})$	Y	X	$Z = 1_{X=Schotter}$
ω_1	0.3	0	Teer	0
ω_2	0.2	0	Schotter	1
ω_3	0.2	1	Teer	0
ω_4	0.1	1	Schotter	1
ω_5	0.1	2	Teer	0
ω_6	0.1	2	Schotter	1

Dabei ist Y die Anzahl der kaputten Schläuche und X gibt an, ob Sie auf Teer oder auf Schotter fahren. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- ☐ $E(Y) = 0.7$
- ☐ $E(Y|X = Schotter) = 0.75$
- ☐ $Var(Y) = 0.41$
- ☐ $Cov(Y, Z) = 0.02$

11. Aufgabe

Betrachten Sie den Output `https://goo.gl/nRZvpB`. Der Datensatz `sleep` enthält, ob Leute die eins von zwei Schlafmitteln bekommen haben (`group=1`, `group=2`) länger schlafen als sonst. Die Zeit, die die Leute länger (oder kürzer) schlafen steht in der Variable `extra`. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ Die Nullhypothese des gerechneten t-Tests lautet $E(extra \mid group = 1) \neq E(extra|group = 2)$
- ☐ Die Nullhypothese des t-Tests wird auf dem α-Niveau von 5% verworfen.
- ☐ Der p-Wert 0.07919 gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Teststatistik unter H_0 den Wert -1.8608 annimmt.
- ☐ Die gerichtete Hypothese $E(extra \mid group = 1) > E(extra \mid group = 2)$ wäre auf dem α-Niveau von 5% verworfen worden.

12. Aufgabe

Ein Anbieter für Tomatensamen verspricht, dass im Mittel 80% seiner Samen keimen. Sie kaufen eine Packung mit 100 Samen und pflanzen sie ein. Von den 100 Samen keimen 71. Sie benutzen inferenzstatistische Methoden um herauszufinden, ob der Anbieter die Wahrheit sagt. Den Output Ihrer Berechnungen finden Sie unter `https://goo.gl/WrF9U8`

X sei die Zufallsvariable, die angibt, ob ein zufällig ausgewählter Samen keimt ($X = 1$) oder nicht ($X = 0$). Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- ☐ Die Nullhypothese wird verworfen, wenn wir ein α-Niveau von 5% wählen.
- ☐ Die Nullhypothese lautet $P(X = 0) = 0.8$
- ☐ Das α-Niveau ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese fälschlicherweise verworfen wird.
- ☐ Der p-Wert von 0.0326 ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter der Nullhypothese die relative Häufigkeit der keimenden Samen um mindestens 0.09 vom Wert 0.8 abweicht.

13. Aufgabe

Die Teststatistik für den χ^2-Unabhängigkeitstest lautet

$$\chi^2 = n \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{r} \frac{(q_i^x q_j^y - q_{ij})^2}{q_i^x q_j^y}$$

Dabei ist

- n die Anzahl der Beobachtungen
- m,r die Anzahl der möglichen Werte von X bzw. Y
- q_i^x, q_j^y die relativen Häufigkeiten, wie oft X den Wert i bzw. Y den Wert j annimmt.
- q_{ij} die relative Häufigkeit der Wertekombination $X = i$ und $Y = j$

118 Student*innen wurden gefragt, ob sie einen Nebenjob haben und ob sie Bafög beziehen:

	Kein Bafög	BAföG	
Kein Nebenjob	0.02	0.21	0.23
Nebenjob	0.25	0.52	0.77
	0.27	0.73	1.00

Testen Sie mit einem χ^2-Test, ob die Zufallsvariable "BAföG" und "Nebenjob" unabhängig sind. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

Hinweis: Der kritische Bereich für ein α-Niveau von 5 beginnt für die χ^2-Verteilung mit einem Freiheitsgrad bei 3.84.

- ☐ Die Nullhypothese wird beim α-Niveau von 5% verworfen.
- ☐ Die Nullhypothese lautet $P(BAfoeG = Ja) = P(Nebenjob = Ja)$
- ☐ Der Wert der Teststatistik ist gerundet 6.23
- ☐ Die χ^2-Teststatistik ist immer positiv.