# Optimisation par colonie de fourmis

Jean-Paul Jamont

L'objectif de ce TP est l'implantation d'une solution basée sur l'optimisation par colonie de fourmis pour résoudre des problèmes se modélisant sous forme de graphes (recherche de plus court chemin, recouvrement i.e. problème du voyageur de commerce, coloration...).

FIGURE 1 – Une colonie de fourmis

## 1. L'optimisation par colonie de fourmis

Nous allons préciser dans un premier temps les différentes étapes de l'approche utilisée lorsque l'on souhaite procéder à une optimisation par colonie. Ces étapes sont l'*initialisation* des quantités de phéromone, l'exploration du graphe afin de permettre la *construction de routes*, *le renforcement des routes* les plus intéressantes, et l'*évaporation* qui traduit le phénomène d'oubli afin d'éviter les optimums locaux.

**Initialisation.** Lorsqu'on déploie une solution utilisant l'optimisation par colonie de fourmis, la première étape est une phase d'initialisation durant laquelle :

— la distribution initiale des fourmis sur les nœuds est effectuée,

— les liens (arcs) entre les nœuds sont initialisés avec une quantité identique de phéromone.

**Construction des routes.** Cette étape consiste en une phase d'exploration pendant laquelle une fourmi dite *forward* se déplace d'un noeud à un autre, choisi dans son voisinage à l'aide d'une règle de transition d'état. Cette règle utilise une heuristique et la quantité de phéromone déposée sur les arcs.

L'heuristique prend en compte le coût associé au lien, déterminé à partir des différentes métriques jugées pertinentes par le concepteur de l'ACO. Il s'agit par exemple de l'énergie résiduelle sur le capteur voisin, la distance entre deux nœuds, la distance par rapport à la station de collecte.

Les quantités de phéromone sont généralement des valeurs réelles positives que l'on attribue aux liens entres les capteurs dans le but d'identifier les plus empruntés par les fourmis. Les pistes de phéromone permettent aux fourmis de réutiliser l'expérience précédente des autres fourmis.

Étant donnée une fourmi $k$ située sur un nœud $i$, la probabilité $p_{ij}^k$ qu'elle se déplace vers un nœud $j$ peut être définie comme suit :

$$p_{ij}^k = \begin{cases} 0 & \text{si } j \notin N_i \text{ ou } j \in M_k \\ \frac{[\tau_{ij}]^\alpha * [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N_i} [\tau_{il}]^\alpha * [\eta_{il}]^\beta} & \text{sinon} \end{cases} \tag{1}$$

avec $N_i$ l'ensemble des nœuds adjacents à $i$, $M_k$ l'ensemble des nœuds déjà empruntés par $k$, $\tau_{ij}$ la quantité de phéromone portée par l'arc $(i, j)$, $\eta_{ij}$ une heuristique associée à ce même lien, $\alpha$ et $\beta$ deux paramètres qui permettent de contrôler respectivement l'importance des phéromones et de l'heuristique dans le choix du prochain nœud visité.

**Renforcement des routes.** Lorsqu'une fourmi arrive sur le nœud destination, elle peut estimer la qualité de la route qu'elle a empruntée. Une fourmi *backward* retrace alors la route construite dans le sens inverse (de la destination vers la source) afin de déposer une quantité supplémentaire de phéromone sur les arcs composant la route. L'attractivité de ce chemin pour les fourmis *forward* sera donc plus importante : la route aura été renforcée.

**Évaporation.** Les expériences des fourmis qui donnent naissance aux pistes de phéromone peuvent être positives (un chemin à "faible coût" est trouvé) ou négatives (un chemin à "fort coût" est trouvé). Le rôle de l'évaporation est de permettre l'oubli de ces expériences négatives. Elle affecte en réalité uniformément toutes les quantités de phéromone mais les expériences négatives, qui donnent lieu à des pistes moins chargées en phéromone, disparaitront au profit des autres pistes.

**Diversification et intensification.** La variation des valeurs de $\alpha$ et $\beta$ de l'équation 6 permet de réguler l'influence de l'heuristique et des pistes de phéromone dans le choix qu'une fourmi fera du prochain nœud à visiter.

Si $\beta \gg \alpha$, on favorise l'importance de l'heuristique : les fourmis vont donc explorer le graphe pour rechercher des routes qui optimisent l'heuristique sans tenir compte des pistes de phéromone existantes. On parle alors de *diversification.*

L'effet non désiré de la diversification est l'amoindrissement de l'effet collaboratif des fourmis. Les bonnes routes seront globalement moins utilisées.

Si $\alpha \gg \beta$, on augmente l'importance de la quantité de phéromone : les fourmis privilégieront l'utilisation de pistes de phéromone existantes plutôt que la découverte de nouvelles routes. On parle alors d'*intensification* et d'un point de vue optimisation le processus vise à proposer aux fourmis des nouvelles routes intéressantes.

Une conséquence de l'intensification pour le système global est l'apparition d'une *stagnation.* Ce terme est utilisé lorsque toutes les fourmis utilisent et maintiennent les mêmes routes. Le risque est de rester dans un optimum local. Un autre inconvénient de la convergence vers des routes uniques est qu'elles mènent à l'épuisement rapide de l'énergie des capteurs formant cette route.

Le réglage des paramètres $\alpha$ et $\beta$ est donc crucial pour obtenir de bonnes performances. Il fait appel à l'expérience du concepteur de l'ACO.

## 2. Travail à effectuer : une implantation simplifiée

Les ACO sont une approche pertinente quand le nombre de sommet est très important (un modèle complet et explicite est donc difficile à établir et à maintenir).

Nous allons nous intéresser à la recherche de plus court chemin illustré en figure 2.

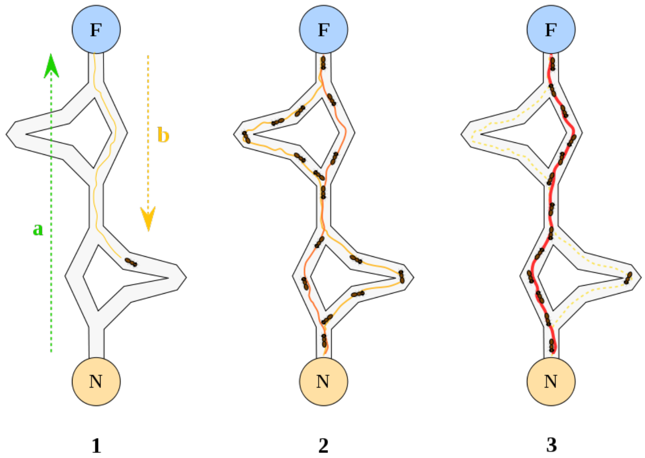


Figure 2 – Cas d'étude

1) la première fourmi trouve la source de nourriture (F), via un chemin quelconque (a), puis revient au nid (N) en laissant derrière elle une piste de phéromone (b).
2) les fourmis empruntent indifféremment les quatre chemins possibles, mais le renforcement de la piste rend plus attractif le chemin le plus court.
3) les fourmis empruntent le chemin le plus court, les portions longues des autres chemins perdent leur piste de phéromones.
*L'illustration et son explication sont tirées de* `wikipedia`.

Le graphe que nous utiliserons pour modéliser ce problème est en figure 3.
Travail à faire :

1. Implanter le graphe sous la forme d'une matrice triangulaire. Le libellé des noeuds doît être mémorisé ?
2. Implanter le comportement d'une fourmi en ne considérant que la partie de la décision qui est purement aléatoire (pas de phéromone). Afin de simuler le temps de parcours de la fourmi, quand elle emprunte un chemin elle attendra une durée de $100 * n$ ms avant de considérer qu'elle est sur le noeud $n$.
3. Lancer une simulation mettant en oeuvre 20 fourmis. Quel est le chemin prise par les fourmis qui sont allées en F et sont revenues le plus rapidement ?
4. A chaque arc est associée une quantité de phéromone. Modéliser la distribution des phéromones dans le graphe sous forme d'une matrice trian-

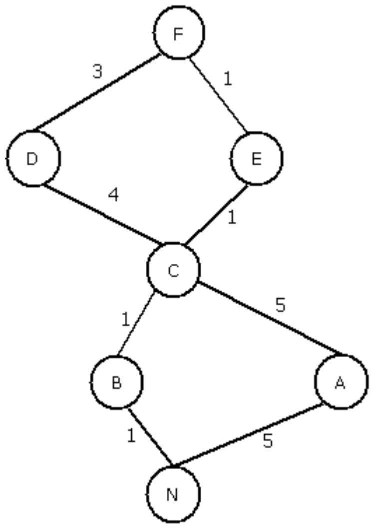


FIGURE 3 – Graphe représentant le problème à traiter

gulaire.

5. Quand une fourmis est arrivée en F et qu'elle parcourt sa route en sens inverse, elle déposera sur les arcs la quantité de phéromone suivante :

$$\Delta\tau = \frac{Q}{L} \tag{2}$$

avec $Q$ une constante représentant la quantité de phéromone permettant de valoriser une route et $L$ la longueur de la route construite (le nombre de sauts). On prendra $Q = 20.0$.

6. Modifier le comportement des fourmis pour prendre en compte l'attractivité des arcs voisins liée à la quantité de phéromone (cf. équation ). On prendra arbitrairement $\alpha = 1$ et $\beta = 5$ .

7. Périodiquement la quantité de phéromone $\tau_{ij}$ de tout arc $(i, j)$ subit une évaporation uniforme décrit par l'équation 3 :

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) * \tau_{ij}(t) \; avec \; \rho \in [0; 1[ \tag{3}$$

où $\rho$ est une constante appelée "coefficient d'évaporation". On choisira $\rho = 5\%$. Cette quantité sera mise à jour toutes les $10s$.