















UNTAR untuk INDONESIA

Hukum-hukum Probabilitas (Peluang) Lanjutan







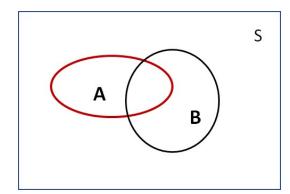


KAIDAH PENJUMLAHAN PELUANG DAN PELUANG BERSYARAT

KAIDAH PENJUMLAHAN PELUANG

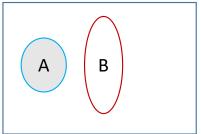
Jika diketahui ada 2 kejadian, sebut kejadian A dan B, maka kaidah penjumlahan peluang dari 2 kejadian tersebut adalah

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



apabila kejadian A dan B saling terpisah, maka

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



CONTOH SOAL:

Diketahui ada 150 siswa SMU yang sedang mengikuti simulasi Ujian Negara. Dari 150 siswa tersebut, yang lulus pelajaran Matematika adalah 90, yang lulus pelajaran

Bahasa Inggris 120 dan yang lulus dua-duanya adalah 80.

Hitung peluang seorang siswa <mark>lulus **paling sedikit** satu</mark> pelajaran

Jawab:

Asumsikan: Kejadian A: Siswa lulus Matematika pada Simulasi UN

Sehingga P (A): $\frac{90}{150}$

Kejadian B: Siswa lulus Bahasa Inggris pada Simulasi UN

Sehingga P (B): $\frac{120}{150}$

P (A \cap B): $\frac{80}{150}$





S

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{90}{150} + \frac{120}{150} - \frac{80}{150}$$

$$= \frac{130}{150}$$





Contoh Soal



Diketahui dua buah dadu berwarna merah dan berwarna putih, dilempar satu kali bersama sama

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

HITUNGLAH:

- 1. Peluang muka dua dadu tersebut yang muncul adalah sama
- 2. Peluang jumlah dua dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7
- 3. Peluang jumlah dua dadu tersebut yang muncul adalah genap

CATATAN UNTUK PENGERTIAN

	1	2	3	4	5	6
1	<mark>(1,1)</mark>	<mark>(1,2)</mark>	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	<mark>(2,4)</mark>	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	<mark>(4,2)</mark>	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

JAWAB: (1) Hitung peluang muka dua dadu tersebut yang muncul adalah sama

Misal: A kejadian bahwa muka dua dadu tersebut yang muncul adalah sama

$$N = 36$$

$$A = \{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6) \}$$

$$n_A$$
= 6

Probabilitas (peluang) A adalah
$$P(A) = \frac{n_A}{N} = \frac{6}{36}$$





CATATAN UNTUK PENGERTIAN

	1	2	3	4	5	6
1	<mark>(1,1)</mark>	<mark>(1,2)</mark>	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	<mark>(2,4)</mark>	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	<mark>(4,2)</mark>	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)





JAWAB: (2) Peluang jumlah dua dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7

Misal: B suatu kejadian bahwa jumlah dua dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7

B = { (diisi sendiri untuk Latihan) }

$$n_B = 15$$
 $N = 36$

Probabilitas (peluang) B adalah $P(B) = \frac{n_B}{N} = \frac{15}{36}$





JAWAB: (3) Peluang jumlah dua dadu tersebut yang muncul adalah genap

Misal C bahwa jumlah dua dadu tersebut yang muncul adalah genap

$$N = 36$$

$$C = \{ (1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5), \dots (6,4), (6,6) \}$$

$$n_C = 18$$

Probabilitas (peluang) C adalah
$$P(C) = \frac{n_C}{N} = \frac{18}{36}$$





CATATAN UNTUK PENGERTIAN

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)





PELUANG BERSYARAT

Diketahui ada dua kejadian, asumsikan bernama kejadian A dan B

Peluang terjadinya kejadian B bila suatu kejadian lain (misalkan) sebut kejadian A telah terjadi terlebih dahulu (atau kejadian lain A telah diketahui) disebut dengan peluang bersyarat P(B|A)

$$P(B|\mathbf{A}) = \frac{P(B \cap A)}{\mathbf{P}(\mathbf{A})} = \frac{P(A \cap B)}{\mathbf{P}(\mathbf{A})}$$

dengan

Dari rumus di atas berarti

$$P(B \cap A) = P(B|A) * P(A)$$

CATATAN:

$$P(B \cap A) = P(A \cap B)$$





Contoh Soal ke 1

Misalkan ruang sampel kita adalah alumni Teknik Informatika di Perguruan Tinggi Bernama ABC. Dari table berikut ini menggambarkan profil alumninya

	Lulus Tepa	Waktu	Lulus Tidak Tepat Waktu
 Mendapat Pekerjaan Berskala	220		80
Mendapat Pekerjaan Berskala Nasional Menengah	90	,	60

Misalkan dipilih seorang secara acak untuk diminta pendapatnya tentang suasana akademik Teknik Informatika – di Perguruan Tinggi ABC

1. Hitung peluang yang terpilih adalah **alumni yang bekerja di Perusahaan Multinasional** jika diketahui dia **lulus tepat waktu**

Jawab: Soal ke 1

		Lulus Tepat Wa	ktu	Lulus Tidak Tepat Waktu
••	Mendapat Pekerjaan Berskala Multinasional	220		80
	Mendapat Pekerjaan Berskala Nasional Menengah	90		60

1. Hitung peluang yang terpilih adalah alumni yang bekerja di Perusahaan Multinasional jika diketahui dia lulus tepat waktu

Misal kejadian F : alumni yang bekerja di Perusahaan **Multinasional**



$$P(F) = \frac{(220+8)}{450} = \frac{300}{450}$$

Misal kejadian U: alumni yang lulus tepat waktu



$$P(U) = \frac{(220)}{450} = \frac{310}{450}$$

$$P(F \cap U) = \frac{220}{450}$$

$$P(F|U) = \frac{P(F \cap U)}{P(U)} = \frac{\frac{220}{450}}{\frac{310}{450}} = \frac{220}{450} \cdot \frac{450}{310} = \frac{22}{310}$$

Lanjutan Contoh Soal ke 1

	Lulus Tepat Waktu	Lulus Tidak Tepat Waktu
Mendapat Pekerjaan Berskala Multinasional	210	80
Mendapat Pekerjaan Berskala Nasional	90	60
Menengah		

Misalkan dipilih seorang secara acak untuk diminta pendapatnya tentang suasana akademik Teknik Informatika - Perguruan Tinggi ABC

- 2. Hitung peluang yang terpilih adalah alumni yang bekerja di Perusahaan Nasional Menengah yang ternyata dia lulus tidak tepat waktu
- 3. Hitung peluang yang terpilih paling sedikit satu alumni yang lulus tidak tepat waktu, yang bekerja di Perusahaan Multinasional

Jawaban Contoh Soal ke 1-2

	Lulus Tepat Waktu	Lulus Tidak Tepat V	Vaktu
Mendapat Pekerjaan Berskala Multinasional	220	80	
-Mendapat-Pekerjaan-Berskala Nasional Menengah	90	60	

2. Hitung peluang yang terpilih adalah alumni yang bekerja di Perusahaan Nasional Menengah yang ternyata dia lulus tidak tepat waktu

Misal Y: Kejadian alumni bekerja di Perusahaan Nasional Menengah

$$P(Y) = 150/450$$

Misal D: Kejadian alumni lulus tidak tepat waktu

$$P(D|Y) = \frac{P(D \cap Y)}{P(Y)} = \frac{60/450}{150/450} = 60/150$$

$$P(D \cap Y) = 60/450$$

Jawab Contoh Soal ke 1-3

		Lulus Tepat Waktu	Lulus Tidak Tep	at Waktu
Mei	ndapat Pekerjaan Berskala Multinasional	220	80	
	ndapat Pekerjaan Berskala Nasional nengah	90	60	,

3. Hitung peluang yang terpilih <mark>paling sedikit satu alumni <mark>yang lulus tidak tepat waktu</mark> yang</mark> bekerja di Perusahaan Multinasional

Misal D : Kejadian alumni lulus tidak tepat waktu P(D) = 140/450

Misal V : Kejadian alumni bekerja di Perusahaan Multinational



P(V) = 300/450

$$P(D \cup V) = P(D) + P(V) - P(D \cap V) = \frac{140}{450} + \frac{300}{450} - \frac{80}{450} = \frac{360}{450}$$

Contoh soal ke 2:

Peluang seorang mahasiswa tingkat persiapan kecanduan terhadap bermain game online adalah 0.8. Peluang seorang mahasiswa tidak lulus pada semua mata kuliah di tingkat persiapan adalah 0.25. Peluang bahwa mahasiswa tingkat persiapan kecanduan terhadap bermain game online dan tidak lulus pada semua mata kuliah 0.2.

- (a) Bila mahasiswa kecanduan bermain game online, berapa peluang dia tidak lulus pada semua mata kuliah?
- (b) Berapa peluang mahasiswa tidak lulus pada semua mata kuliah ternyata memang sedang kecanduan bermain game online?
- (c) Berapa peluang **paling sedikit seorang mahasiswa** tidak lulus pada semua mata kuliah memang sedang kecanduan bermain game online?





Jawaban no a

Misal kejadian A irisan B = $P(A \cap B) = 0.2$

Misal kejadian A: mahasiswa tidak lulus pada semua mata kuliah = 0.25

Misal kejadian B: Mahasiswa kecanduan bermain game online =0.8

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.2}{0.8} = 0.25$$

Jawaban no b

Misal kejadian A: mahasiswa tidak lulus pada semua mata kuliah = 0.25

Misal kejadian B: Mahasiswa kecanduan bermain game online =0.8

Misal kejadian A irisan B = $P(A \cap B) = 0.2$

$$(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.20}{0.25} = 0.8$$





Jawaban no C

Misal kejadian A: mahasiswa tidak lulus pada semua mata kuliah, P(A) = 0.25

Misal kejadian B: Mahasiswa kecanduan bermain game online, P(B) = 0.8

Misal kejadian A irisan B = $P(A \cap B) = 0.2$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.25 + 0.8 - 0.2 = 0.85$$





(A) Misalkan kejadian Y: adalah kejadian mahasiswa tingkat persiapan kecanduan terhadap bermain game online P(Y) = 0.8

kejadian A: adalah mahasiswa tidak lulus pada semua mata kuliah di tingkat persiapan P(A) =0.25

$$dan P(Y \cap A) = 0.2$$

$$P(A|Y) = \frac{P(A \cap Y)}{P(Y)} = \frac{0.2}{0.8} = \frac{2}{8}$$

$$P(Y|A) = \frac{P(Y \cap A)}{P(A)} = \frac{0.20}{0.25} = \frac{20}{25}$$

$$P(A \cup Y) = P(A) + P(Y) - P(A \cap Y) = 0.25 + 0.8 - 0.2 = 0.85$$





Contoh soal ke 3:

Peluang sebuah mobil memasuki Kawasan Cibubur bernomor polisi daerah Surabaya adalah 0.18. Peluang mobil masuk Cibubur hendak berkemah adalah 0.36. Peluang sebuah mobil masuk kawasan tersebut hendak berkemah dan mempunyai nomor polisi Surabaya adalah 0.12. Hitunglah peluang

- (a) Sebuah mobil yang berkemah di Kawasan Cibubur, bernomor polisi Surabaya
- (b) Sebuah mobil bernomor polisi Surabaya ternyata bermaksud berkemah





Kejadian L: mobil memasuki Kawasan Cibubur bernomor polisi daerah Surabaya

$$P(L) = 0.18$$

Kejadian K: mobil masuk Cibubur hendak berkemah

$$P(K) = 0.36$$

$$P(L \cap K) = 0.12$$

Jawaban a:
$$P(L|K) = \frac{P(L \cap K)}{P(K)} = \frac{0.12}{0.36} = \frac{1}{3}$$

Jawaban b:
$$P(K|L) = \frac{P(K \cap L)}{P(L)} = \frac{0.12}{0.18} = \frac{2}{3}$$





C. Sebuah mobil **bukan** bernomor polisi Surabaya dan **tidak** bermaksud berkemah

Kejadian U: mobil memasuki Kawasan Cibubur bernomor polisi daerah Surabaya

$$P(U) = 0.18$$

Kejadian D: mobil masuk Cibubur hendak berkemah

$$P(D) = 0.36$$

$$P(U \cap D) = 0.12$$

$$P(U \cup D) = P(U) + P(D) - P(U \cap D) = 0.18 + 0.36 - 0.12 = 0.42$$

$$P(U' \cap D') = 1 - P(U \cup D) = 1 - 0.42 = 0.58$$





Contoh Soal



Diketahui dua buah dadu berwarna merah dan berwarna putih, dilempar satu kali Bersama sama

		2	2			
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

HITUNGLAH:

(a)Peluang muka dua dadu tersebut yang muncul adalah sama jika diketahui muka dua dadu nomor genap

(b)Peluang jumlah muka dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7, ternyata <mark>dadu merah bermuka 3</mark>

Misalkan kejadian T: kejadian muka dua dadu tersebut yang muncul adalah sama

$$P(T) = 6/36$$

Misalkan kejadian G: yaitu kejadian muka dua dadu yang muncul genap

$$P(G) = 9/36$$

$$\square$$
 $P(T|G) = \frac{P(T \cap G)}{P(G)} = \frac{3/36}{9/36} = 3/9$

$$P(T \cap G) = 3/36$$

□ Peluang jumlah muka dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7, ternyata dadu merah bermuka 3

Misalkan kejadian R: yaitu kejadian jumlah muka dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7

$$P(R) = 15/36$$

Misalkan kejadian M: yaitu kejadian dadu merah bermuka 3

$$P(M) = 6/36$$

$$P(R \cap M) = 3/36$$
 2,3 3.3

$$P(M|R) = \frac{P(R \cap M)}{P(R)} = \frac{3/36}{15/36} = 3/15$$





1,1

1,2 1,3

1,4 1,5 2,1

2,2

2,3

2,4

3,1

3.2

3,3

4,1 4,2 5,1

Contoh Soal



Diketahui dua buah dadu berwarna merah dan berwarna putih, dilempar satu kali Bersama sama

3, 3

Dst

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

HITUNGLAH:

- (c) Peluang dua dadu tersebut yang muncul adalah lebih besar 2 dan berjumlah 8
- (d) Peluang dua dadu tersebut yang muncul adalah lebih besar 2 atau berjumlah 8

Misalkan U :adalah kejadian dua dadu tersebut yang muncul adalah lebih besar 2

 $U = \{3,3; 3,4; 3,5; 3,6; 4,3; 4,4; 4,5; 4,6; 5,3; 5,4; 5,5; 5,6; 6,3; 6,4; 6,5; 6,6\}$

Misalkan M: adalah dua muka dadu berjumlah 8

$$M = \{2,6; \ 3,5; \ 4,4; \ 5,3; \ 6,2\}$$

$$\square$$
 $P(U \cap M) = 3/36$

$$\square$$
 $P(U \cup M) = P(U) + P(M) - P(U \cap M) = 16/36 + 5/36 - 3/36 = 18/36$





Misal kejadian M: jumlah muka dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7

$$P(M) = 15/36$$

Misal Kejadian A: dadu merah bermuka 3

$$P(A) = 6/36$$

$$P(M \cap A) = 3/36$$

$$P(A|M) = \frac{P(A\cap M)}{P(M)} = \frac{3/36}{15/36} = \frac{3}{15}$$





SOAL TAMBAHAN: (PR)

Hitung Peluang jumlah muka dadu tersebut yang muncul adalah lebih kecil 7 **atau dadu merah** bermuka 3



