图像处理与机器学习

Digital Image Processing and Machine Learning

主讲人：黄琳琳

电子信息工程学院

第八章　非监督学习

- 引言
- 聚类算法
- 主成分分析

主成份分析

- 应用：Principal component analysis (PCA)

1. 计算训练样本均值 .
2. 计算协方差矩阵
3. 求取特征矢量及特征值.
4. 根据特征值大小对特征矢量排序
5. 选择前 m 个特征矢量， $m < d$
6. 将样本投影至 m 个特征矢量构成的特征空间中

主成份分析

✓ 计算 4 个点 (-2, -2), (2, 2), (1, -1), (-1,1) 的特征向量。

1. 计算均值: (0,0)
2. 计算协方差矩阵:

$$\Sigma \equiv \varepsilon[(\vec{x}-\vec{\mu})(\vec{x}-\vec{\mu})^t],$$

$$\vec{\mu} = \varepsilon[\vec{x}], \quad \mu_i = \varepsilon[x_i]$$

$$\Sigma_x = \begin{pmatrix} 2.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

主成份分析

3. 计算特征矢量

$$\Sigma_x = \Phi \Lambda \Phi^T, \Phi = \left[\vec{\phi}_1, \ldots. \vec{\phi}_d\right] \quad \Sigma_x \Phi = \Lambda \Phi$$

$$(\Sigma_x - \Lambda I) \cdot \Phi = 0 \quad \Sigma_x - \Lambda I = 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} a_{11}\text{-}\lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

主成份分析

3. 计算特征矢量

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad \Sigma_x = \begin{pmatrix} 2.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2.5 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 8, \lambda_2 = 2$$

$$\Sigma_x \Phi = \Lambda \Phi \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$$

主成份分析

✓ 计算4个点(-2, -2), (2, 2), (1, -1), (-1,1) 的特征向量。

1. 均值: （0,0）
2. 协方差矩阵: $\Sigma_x = \begin{pmatrix} 2.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2.5 \end{pmatrix}$
3. 特征矢量:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\phi}_1 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) \quad \lambda_1 = 8$$

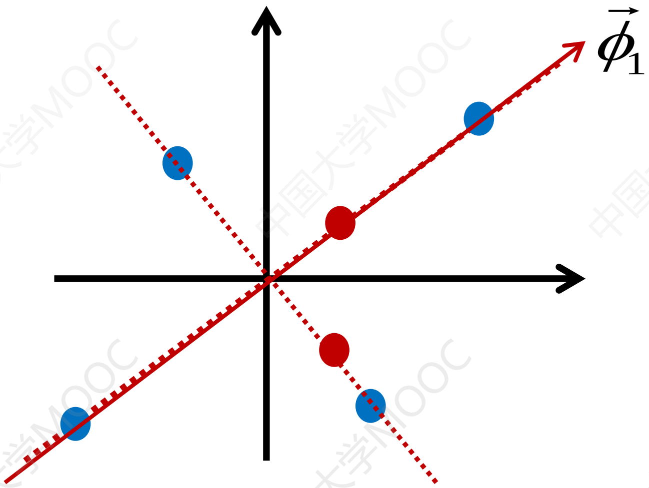
$$\vec{\phi}_2 = (\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2) \quad \lambda_2 = 2$$

主成份分析

✓ 计算4个点(-2, -2), (2, 2), (1, -1), (-1,1) 的特征向量。

$$\vec{\phi}_1 = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2) \quad \vec{\phi}_2 = (\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$$

$$\lambda_1 = 8, \lambda_2 = 2$$



主成份分析

8961 face samples with size of 368 dimensionality

Determine 368 eigenvectors, sorted by corresponding eigenvalues

主成分分析

original face

reconstructed by 1 eigenvector

reconstructed by 10 eigenvectors

resonstructed by 20 eigenvectors

谢　谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！