高级搜索树

B-树：查找

08-B4

高至天低至深海

每寸搜索着这天下

寻觅着那个"它"

...按照模型的运算量，用现有的最高计算能力模拟百分之一秒的聚变过程，就需大约二十年时间。而研究过程中的模拟需要反复进行，这使得模型的实际应用成为不可能。

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

算法

从（常驻RAM的）根节点开始

只要当前节点不是外部节点

在当前节点中**顺序查找** //RAM内部

若找到目标关键码，则

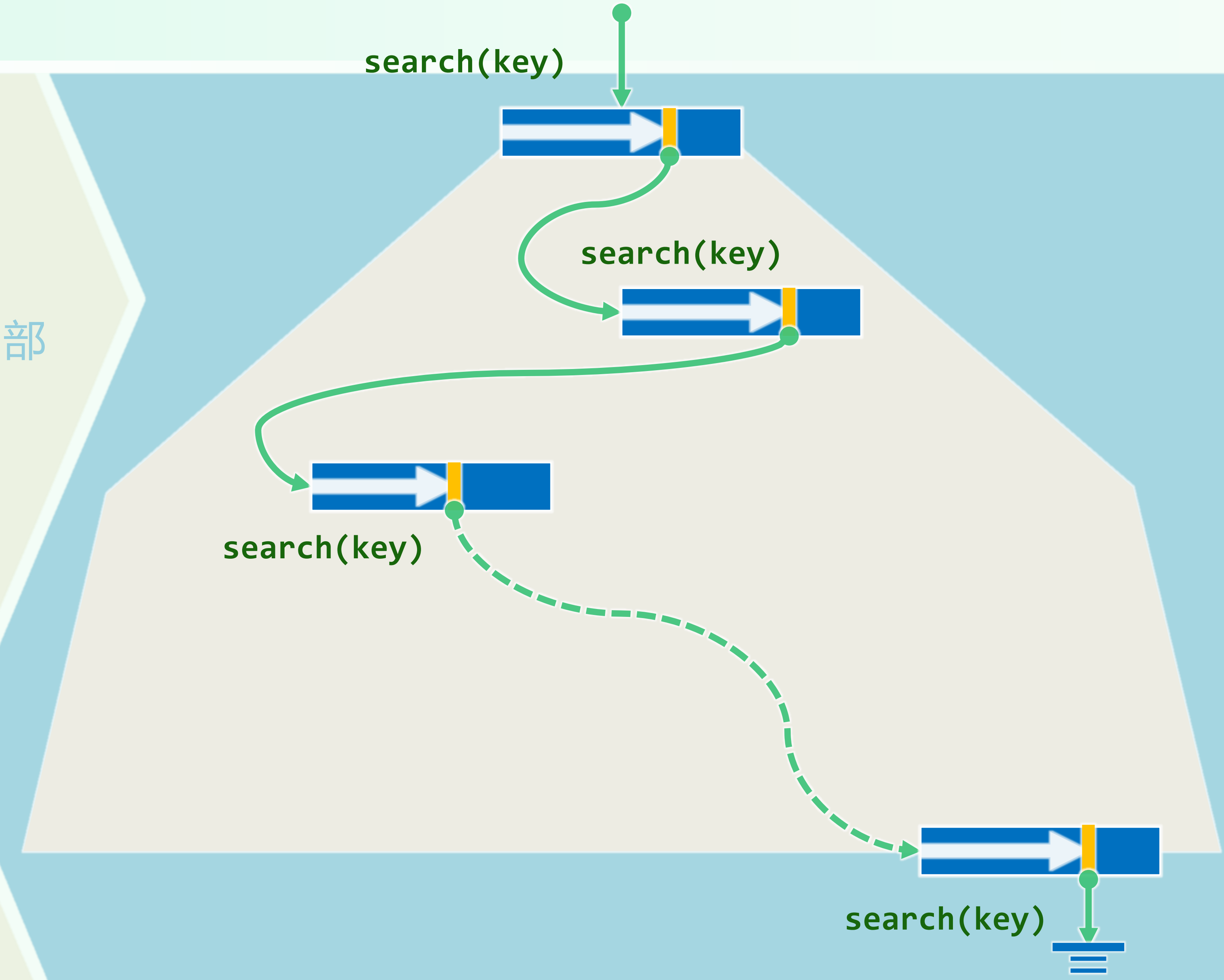
返回**查找成功**

否则 //止于某一向下的引用

沿引用找到孩子节点

将其**读入**内存 //I/O耗时

返回**查找失败**

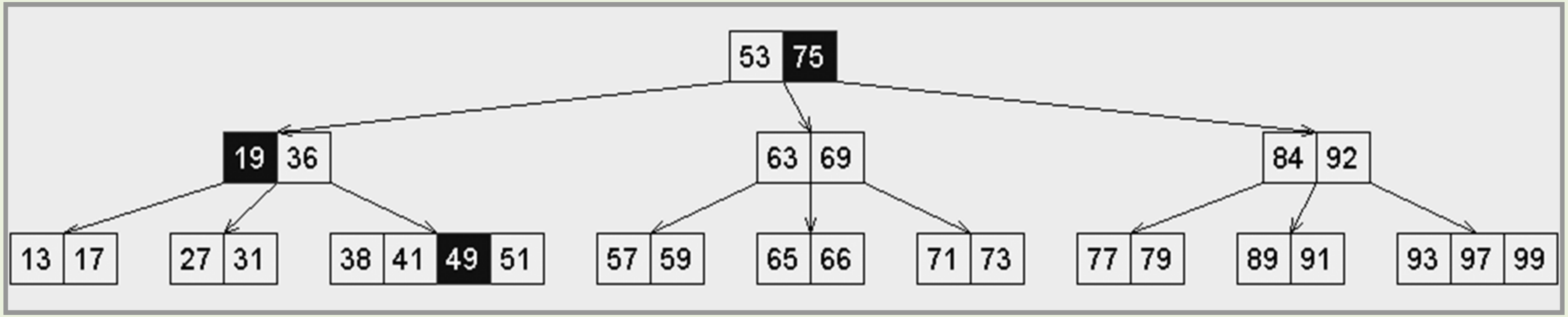


实例

❖ (3,5)-树:　　53 97 36 89 41 75 19 84 77 79 51 57 99 91

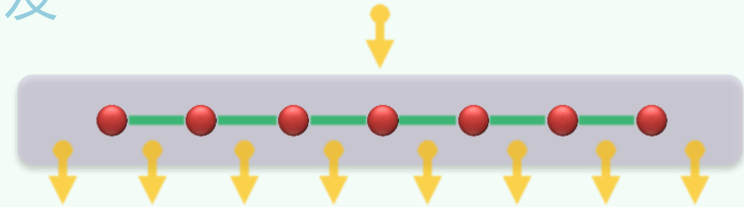
92 93 17 73 13 66 59 49 63 65 71 69 27 31 38

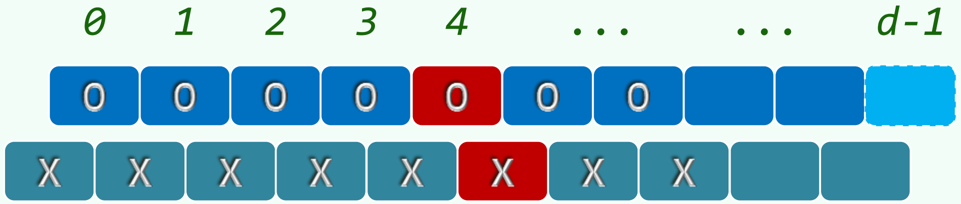
成功查找：75，19，49　　　　失败查找：5，45



实现

```
❖ template <typename T> BTNodePosi<T> BTree<T>::search( const T & e ) {
     BTNodePosi<T> v = _root; _hot = NULL; //从根节点出发
     while ( v ) { //逐层深入地
        Rank r = v->key.search( e ); //在当前节点对应的向量中顺序查找
        if ( 0 <= r  &&  e == v->key[r] ) return v; //若成功，则返回；否则...
        _hot = v; v = v->child[ r + 1 ]; //沿引用转至对应的下层子树，并载入其根（I/O）
     } //若因!v而退出，则意味着抵达外部节点
     return NULL; //失败
  }
```





性能

❖ 约定： 根节点常驻RAM

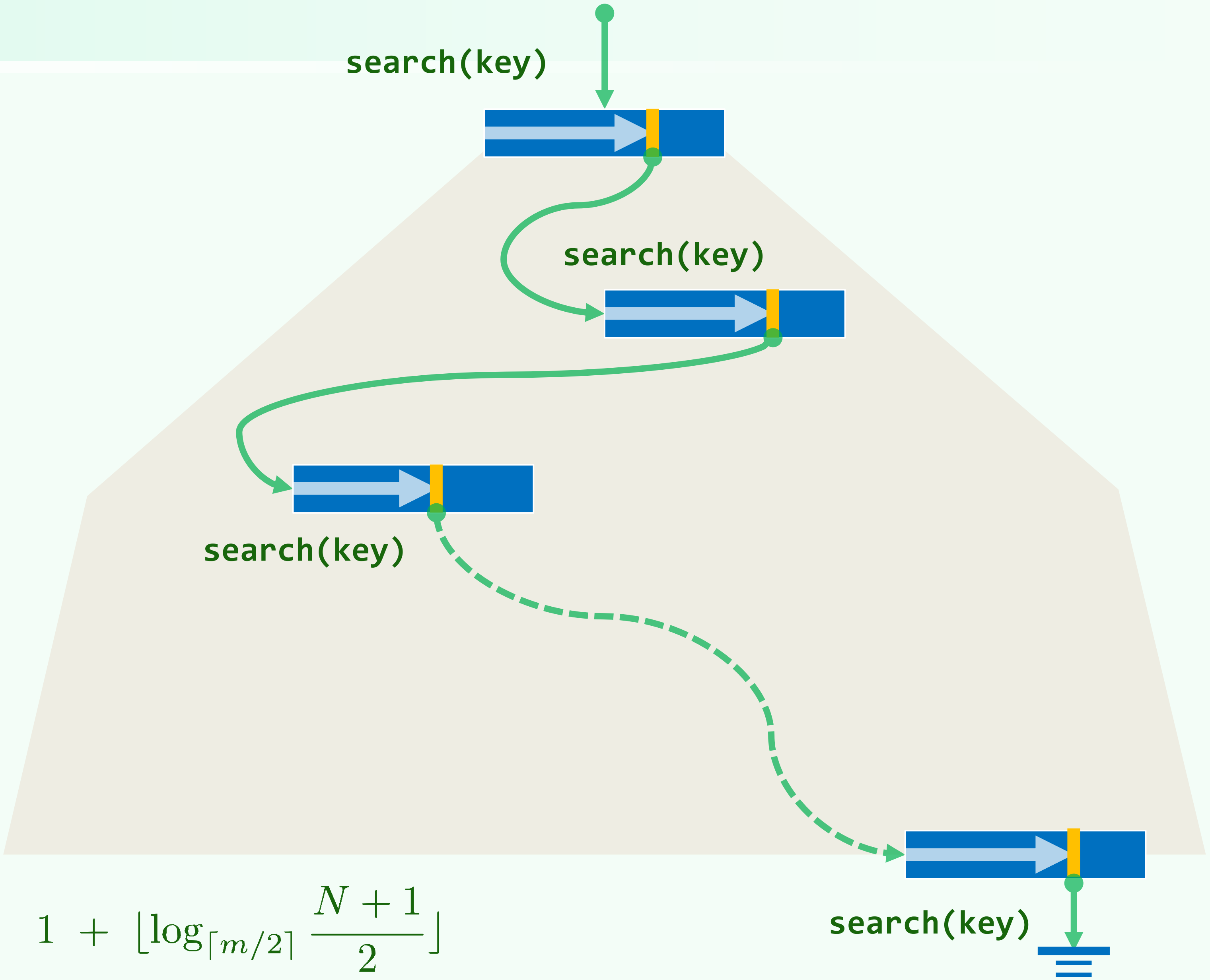
❖ 忽略内存中的查找

运行时间主要取决于I/O次数

❖ 在每一深度至多一次I/O

❖ 故运行时间 = $\mathcal{O}(\log n)$

❖ 可以证明： $\log_m (N+1) \;\leq\; h \;\leq\; 1 + \left\lfloor \log_{\lceil m/2 \rceil} \frac{N+1}{2} \right\rfloor$



最大树高

- 含N个关键码的m阶B-树，可能有多“高”？
- 为此，内部节点应尽可能地“瘦”

$$n_k \;\geq\; 2 \times \lceil m/2 \rceil^{k-1}, \quad \forall\, k > 0$$

- 考查外部节点所在的那层：

$$N+1 \;=\; n_h \;\geq\; 2 \times \lceil m/2 \rceil^{h-1}$$

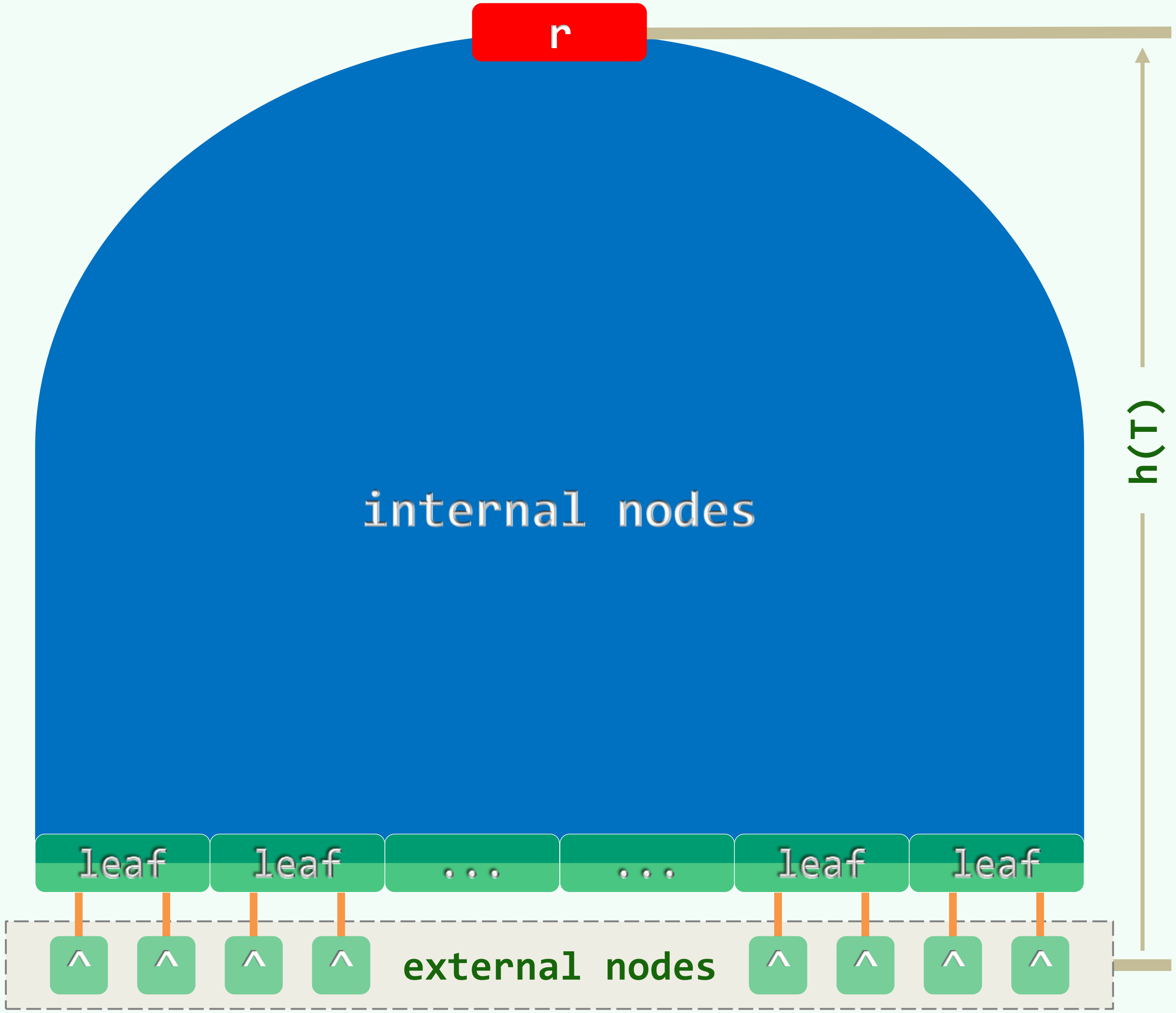
$$h \;\leq\; 1 \;+\; \lfloor \log_{\lceil \frac{m}{2} \rceil} \frac{N+1}{2} \rfloor \;=\; \mathcal{O}(\log_m N)$$

- 相对于BBST：

$$\log_{\lceil \frac{m}{2} \rceil} (N/2) \;/\; \log_2 N \;=\; 1/(\log_2 m - 1)$$

若取m = 256，树高约降低至1/7

...用4年上完大学，还是28年?



最小树高

❖ 含N个关键码的m阶B-树，可能有多“**矮**”？

❖ 为此，内部节点应尽可能“**胖**”

$$n_k \le m^k, \quad \forall\, k \ge 0$$

❖ 依然，考查外部节点所在的那层

$$N+1 = n_h \le m^h$$

$$h \ge \lceil \log_m (N+1) \rceil = \Omega(\log_m N)$$

❖ 相对于BBST：

$$(\log_m N - 1) \,/\, \log_2 N$$

$$= \log_m 2 - \log_N 2 \approx 1/\log_2 m$$

若取m = 256，树高约降低至**1/8**