09-C5

词典

排解冲突：平方试探

三十六计，走为上计

我真的以为，这样何尝不是一种所谓的解脱

要背负的辛苦又有谁能够清楚，那内心的冲突

邓俊辉
deng@tsinghua.edu.cn

平方试探

- Quadratic Probing

  以**平方数**为距离，确定下一试探桶单元

  [hash(key) + 1^2] % M

  [hash(key) + 2^2] % M

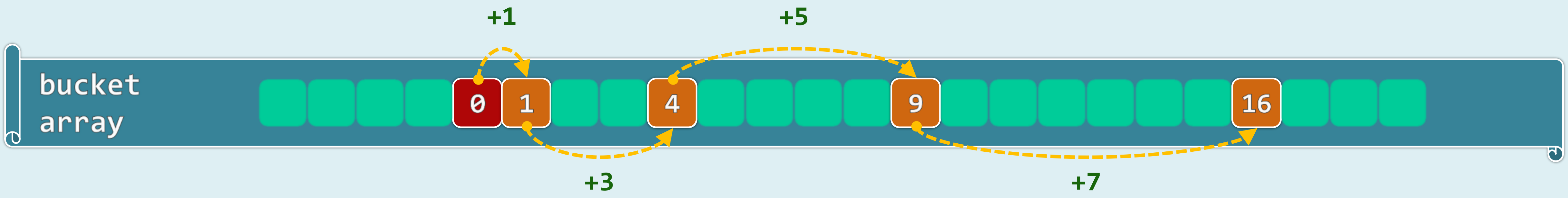
  [hash(key) + 3^2] % M

  [hash(key) + 4^2] % M

  ...

- 数据聚集现象有所缓解
  - 试探链上，各桶间距**线性递增**
  - 一旦冲突，可“**聪明**”地跳离**是非之地**
- 对于大散列表，**I/O**操作有所增加
- **只要有空桶**，就...**一定能**...找出来吗?

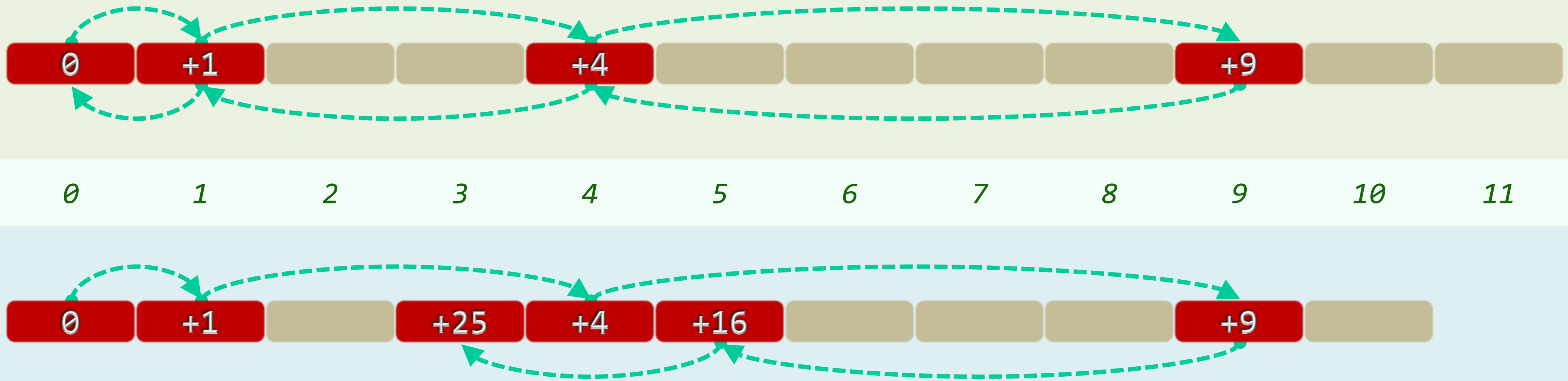
  //毕竟不是逐个试探



素数表长时，只要 $\lambda < 0.5$ 就一定能够找出；否则，不见得

❖ { 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... }^{2} % **12** = { 0, 1, 4, 9 }

M若为**合数**： $n^2 \ \% \ \mathcal{M}$ 可能的取值**可能**少于$\lceil \mathcal{M}/2 \rceil$ 种——此时，只要对应的桶均非空...



❖ { 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... }^{2} % **11** = { 0, 1, 4, 9, 5, 3 }

❖ 若M为**素数**，则 $n^2 \ \% \ \mathcal{M}$ **恰有**$\lceil \mathcal{M}/2 \rceil$种取值，且由试探链的前$\lceil \mathcal{M}/2 \rceil$项**取遍** //Quadratic Residue

每一条试探链，都有足够长的无重前缀

❖ 反证：假设存在 $0 \le a < b < \lceil \mathcal{M}/2 \rceil$，使得

沿着试探链，第 a 项和第 b 项彼此冲突

❖ 于是： a^2 和 b^2 自然关于$\mathcal{M}$ 同余，亦即

$$a^2 \equiv b^2 \pmod{\mathcal{M}}$$

$$b^2 - a^2 = (b+a) \cdot (b-a) \equiv 0 \pmod{\mathcal{M}}$$

❖ 然而， $0 < b-a \le b+a < \lceil \mathcal{M}/2 \rceil + (\lceil \mathcal{M}/2 \rceil - 1) \le \lceil \mathcal{M}/2 \rceil + \lfloor \mathcal{M}/2 \rfloor = \mathcal{M}$

无论 $b-a$ 还是 $b+a$ 都不可能整除$\mathcal{M}$

❖ 那么，另一半的桶，可否也利用起来呢...