

优先级队列

完全二叉堆：批量建堆

今世号通人者，务为艰深之文，陈过高之义，以为士大夫劝，而独不为彼什伯千万倍里巷乡间之子计，则是智益智，愚益愚，智日少，愚日多也。

现在，培训富人应对贫穷要比教育穷人获得财富更切合实际，因为从人数比例上来说，富人破产的越来越多，而穷人变富的越来越少。

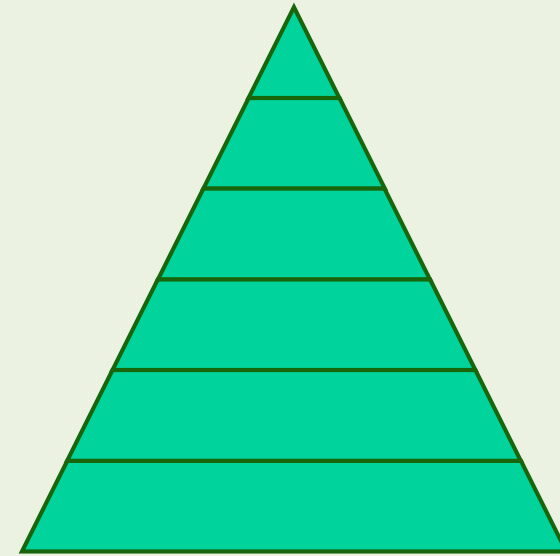
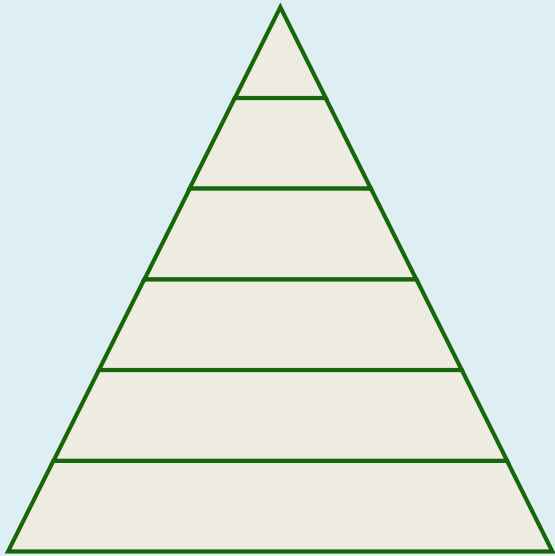
邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

自上而下的上濾 (1/2)

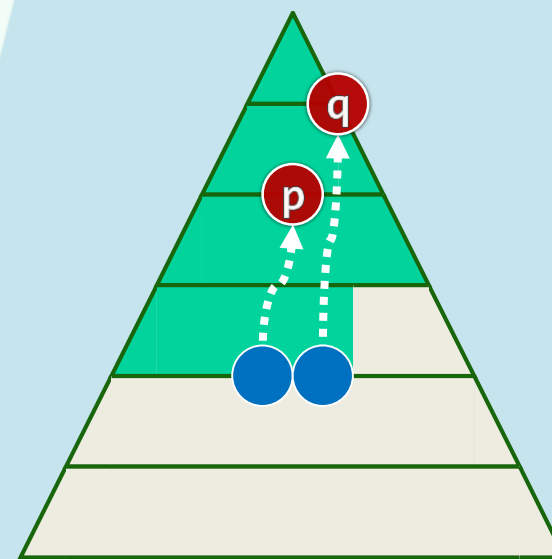
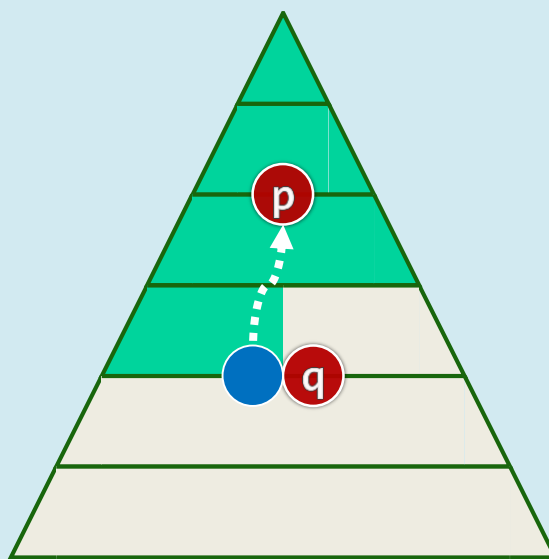
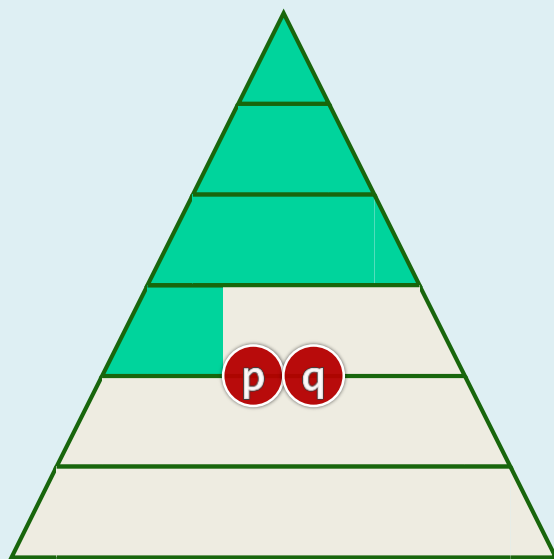
```
PQ_ComplHeap( T* A, Rank n )
```

```
{ copyFrom( A, 0, n ); heapify( _elem, n ); }
```



自上而下的上滤 (2/2)

```
template <typename T> void heapify( T* A, const Rank n ) { //蛮力  
    for ( Rank i = 1; i < n; i++ ) //按照逐层遍历次序逐一  
        percolateUp( A, i ); //经上滤插入各节点  
}
```



效率

❖ 最坏情况下

- 每个节点都需上滤至**根**
- 所需成本线性正比于其**深度**

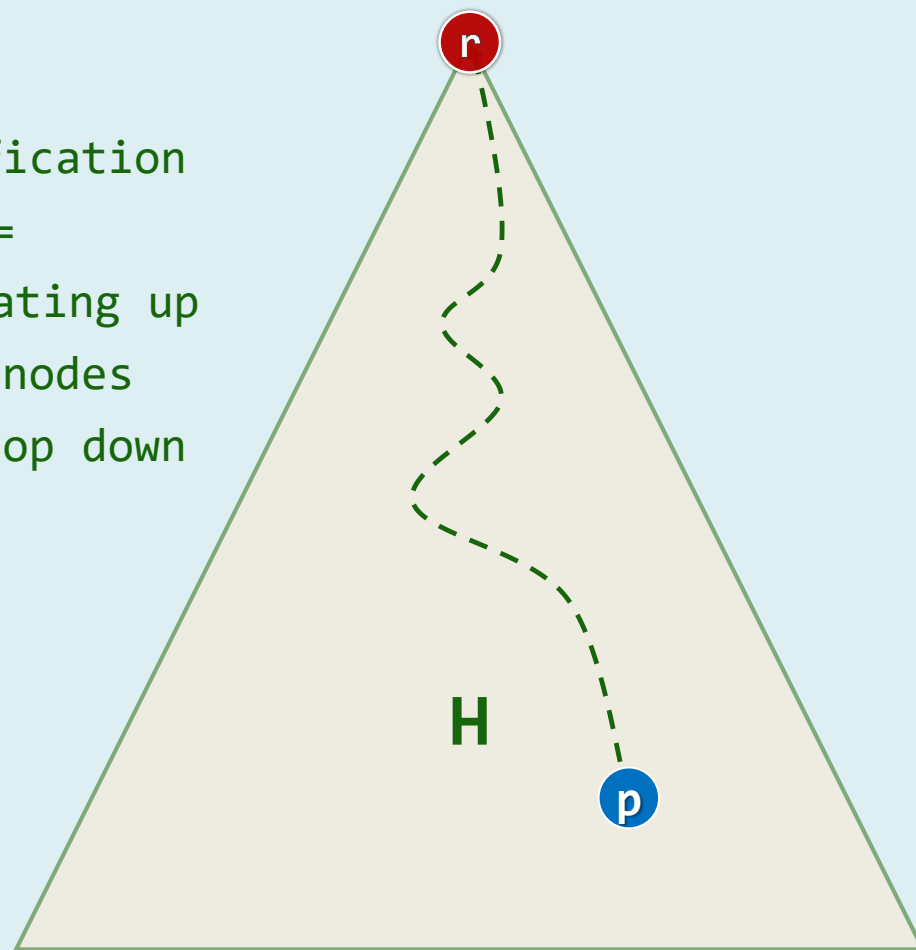
❖ 即便只考虑**底层**

- $n/2$ 个叶节点, 深度均为 $\mathcal{O}(\log n)$
- 亦累计耗时 $\mathcal{O}(n \log n)$

❖ 这样长的时间, 本足以**全排序**!

所以...应该能够...更快的...

heapification
=
percolating up
all nodes
from top down



自下而上的下滤

❖ 任意给定堆 \mathcal{H}_0 和 \mathcal{H}_1 , 以及节点 p

❖ 为得到堆 $\mathcal{H}_0 \cup \{p\} \cup \mathcal{H}_1$, 只需

将 r_0 和 r_1 当作 p 的孩子, 再对 p 下滤

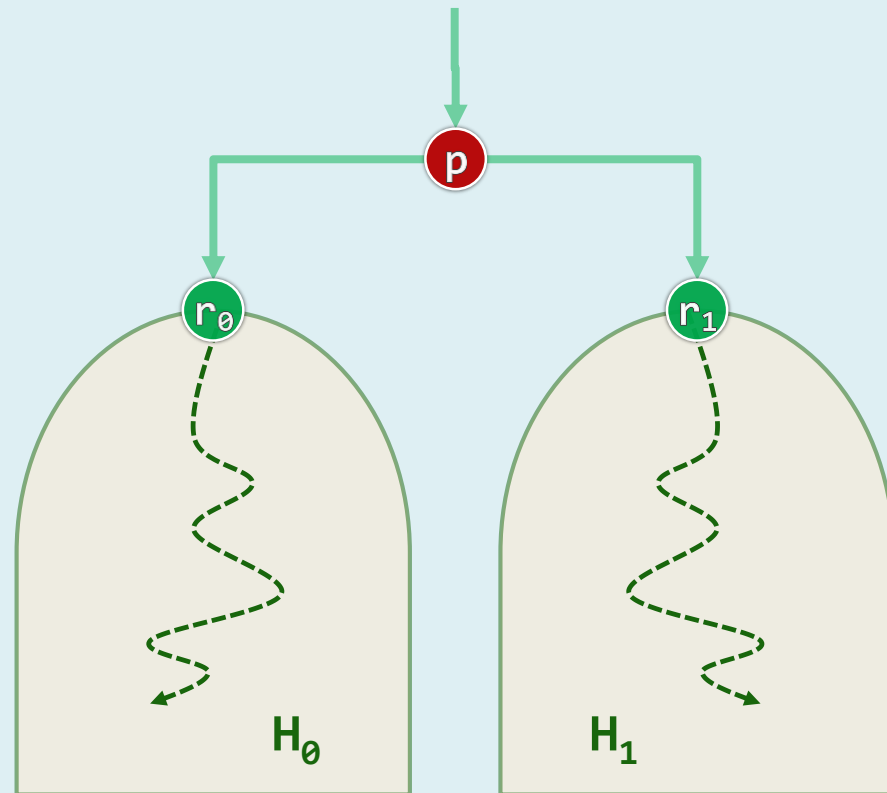
❖ `template <typename T> //Robert Floyd, 1964`

`void heapify(T* A, Rank n) { //自下而上`

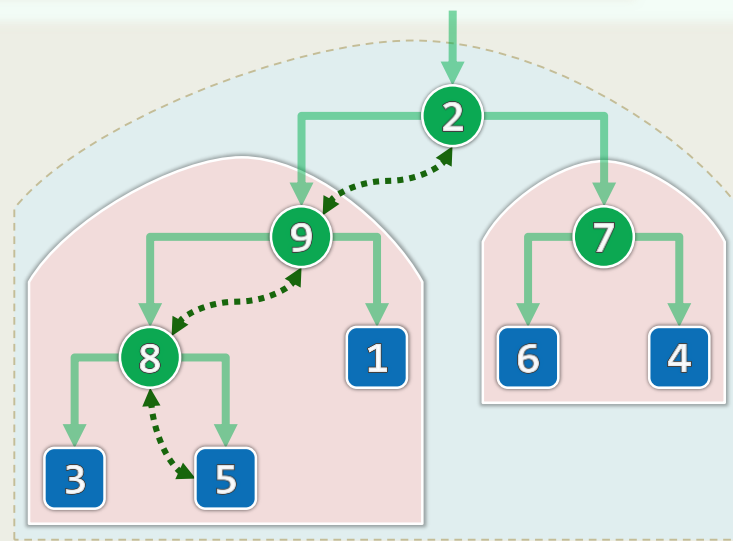
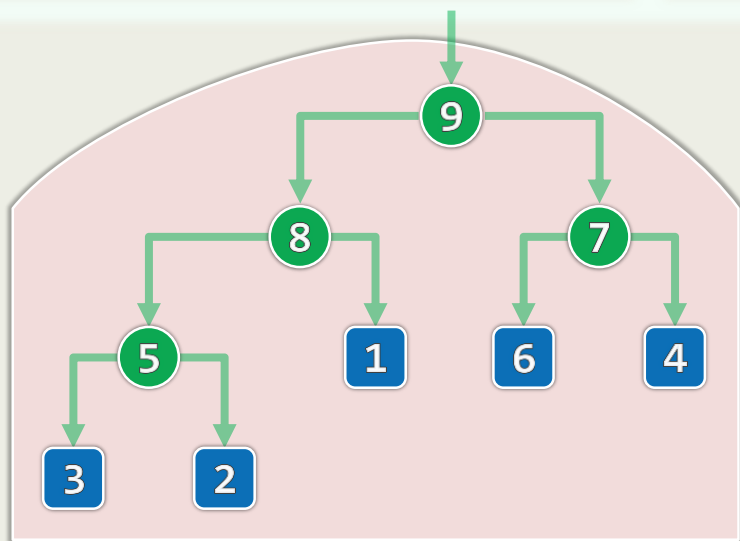
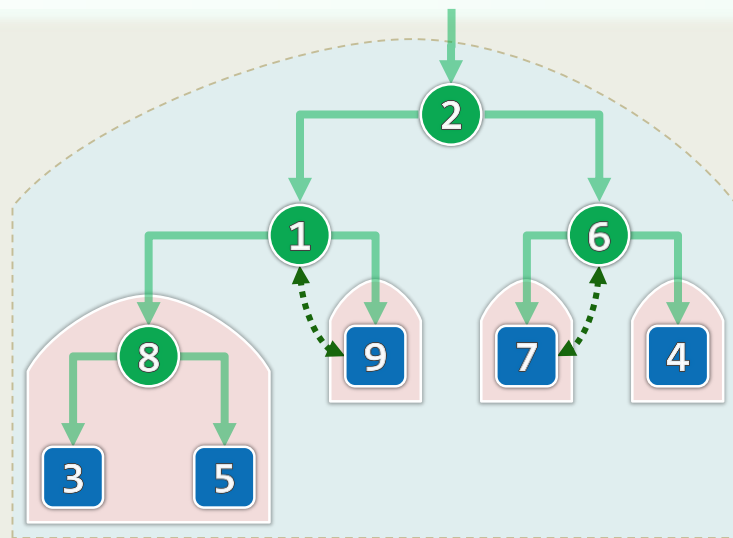
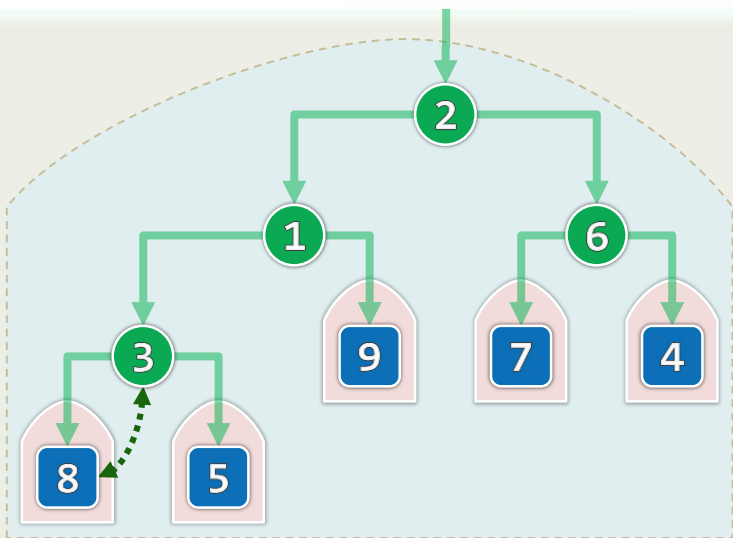
`for (Rank i = n/2 - 1; -1 != i; i--) //依次`

`percolateDown(A, n, i); //经下滤合并子堆`

`} //可理解为子堆的逐层合并, 堆序性最终必然在全局恢复`



实例



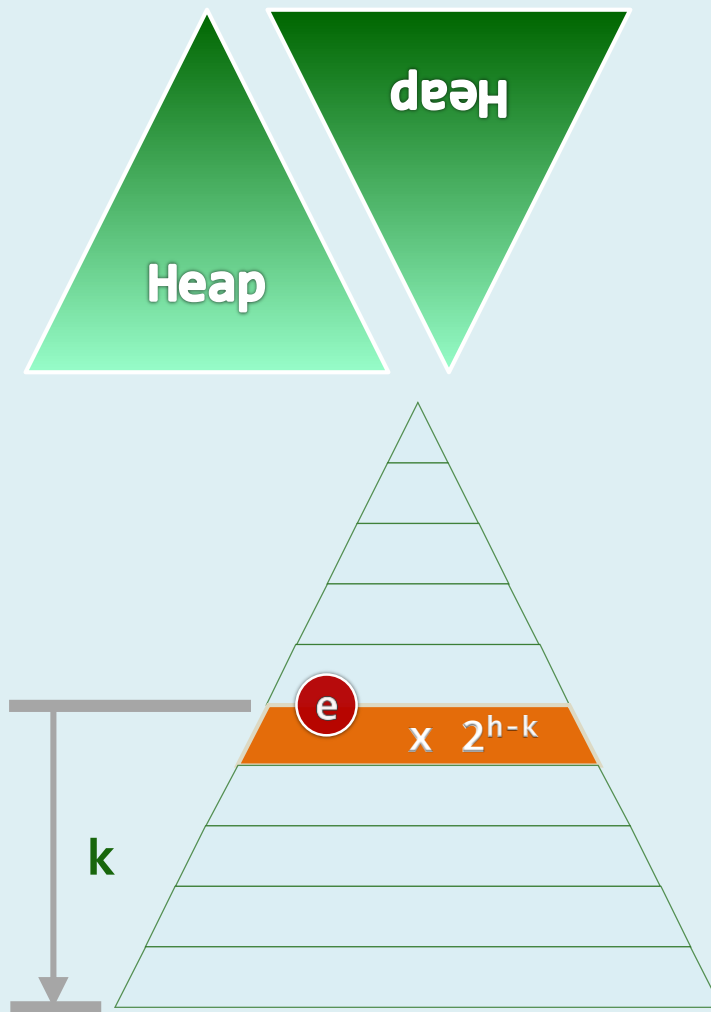
效率

❖ 每个内部节点所需的调整时间，正比于其**高度**而非**深度**

❖ 不失一般性，考查满树： $n = 2^{h+1} - 1$

❖ 所有节点的**高度**总和

$$\begin{aligned} S(n) &= \sum_{k=1}^h k \cdot 2^{h-k} = \sum_{k=1}^h \sum_{i=1}^k 2^{h-k} = \sum_{i=1}^h \sum_{k=i}^h 2^{h-k} \\ &= \sum_{i=1}^h \sum_{k=0}^{h-i} 2^k = \sum_{i=1}^h \{2^{h-i+1} - 1\} = \sum_{i=1}^h 2^{h-i+1} - h \\ &= \sum_{i=1}^h 2^i - h = 2^{h+1} - 2 - h = \mathcal{O}(n) \end{aligned}$$



课后

❖ insert(): 最坏情况下效率为 $\mathcal{O}(\log n)$, **平均**情况呢?

❖ heapify(): 构造次序颠倒后, 为什么复杂度会有**实质**降低?

这一算法在哪些场合不适用?

❖ 扩充接口: `decrease(i, delta)` //任一元素`_elem[i]`的数值减小`delta`

`increase(i, delta)` //任一元素`_elem[i]`的数值增加`delta`

`remove(i)` //删除任一元素`_elem[i]`

❖ 借助完全堆, 在 $\mathcal{O}(n \log n)$ 时间内构造Huffman树

❖ **大顶堆**的`delMin()`操作, 能否也在 $\mathcal{O}(\log n)$ 时间内完成?

难道, 为此需要同时维护一个**小顶堆**?