

02-E

向量

起泡排序

通过感觉，物体会一一呈现在我们的面前，就像在自然中一样；
通过比较，我重新安排或者调整它们的顺序。

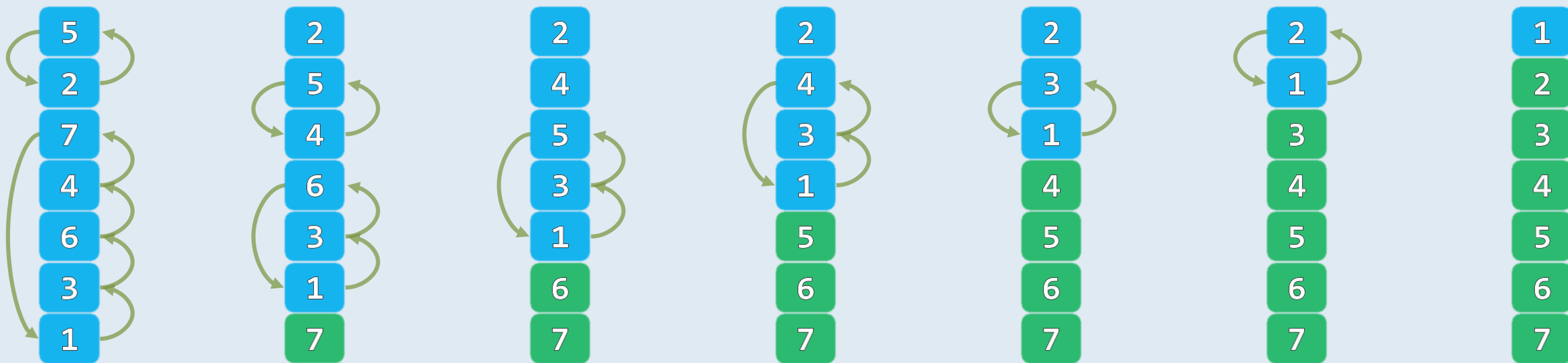
邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

排序器：统一入口

```
template <typename T> void Vector<T>::sort( Rank lo, Rank hi ) {  
    switch ( rand() % 6 ) {  
        case 1 : bubbleSort( lo, hi ); break; //起泡排序  
        case 2 : selectionSort( lo, hi ); break; //选择排序 (习题)  
        case 3 : mergeSort( lo, hi ); break; //归并排序  
        case 4 : heapSort( lo, hi ); break; //堆排序 (第12章)  
        case 5 : quickSort( lo, hi ); break; //快速排序 (第14章)  
        default : shellSort( lo, hi ); break; //希尔排序 (第14章)  
    } //随机选择算法, 以尽可能充分地测试。应用时可视具体问题的特点, 灵活确定或扩充  
}
```

构思

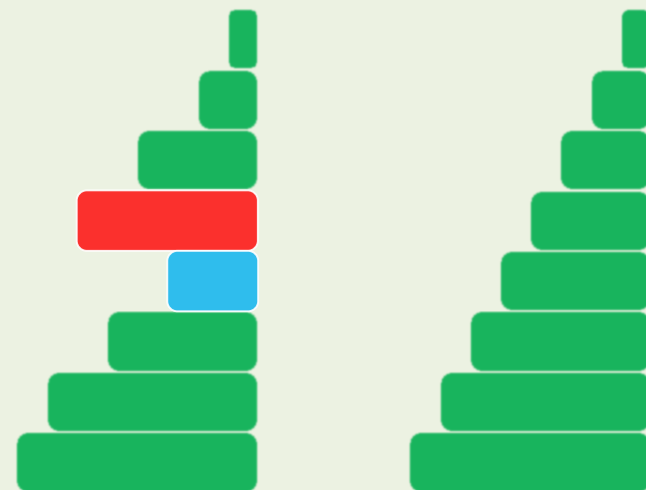


❖ 观察：有序/无序序列中，任何/总有一对**相邻**元素顺序/逆序

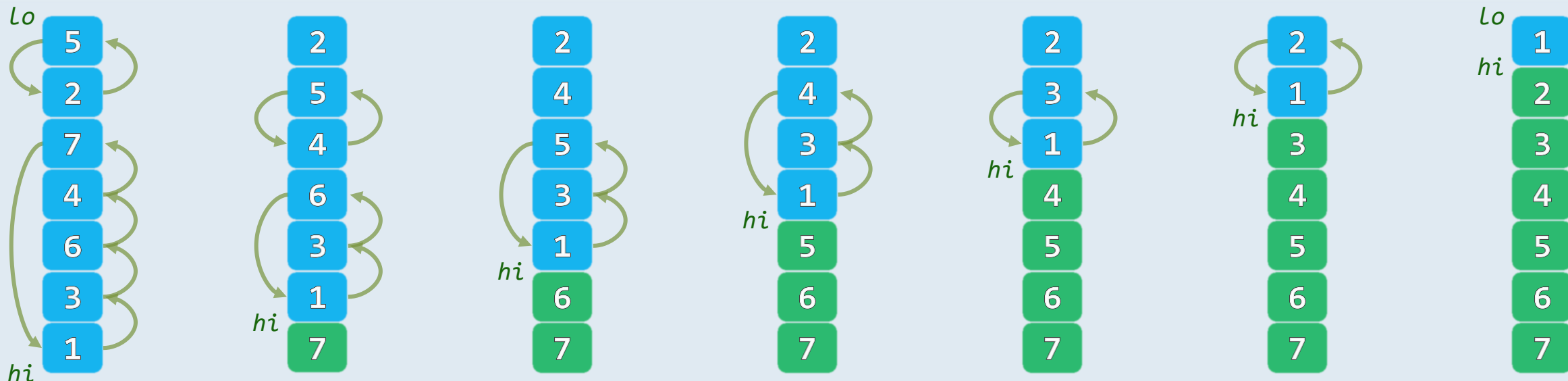
❖ 扫描交换：依次比较每一对相邻元素；如有必要，交换之

直至**某趟**扫描后，确认相邻元素**均已**顺序

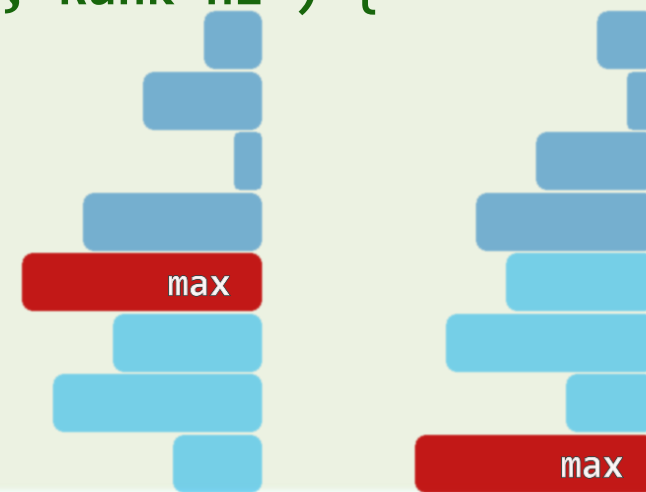
❖ 迟早**会有**这么一天？如果有，**至多**需做多少趟扫描交换？



基本版

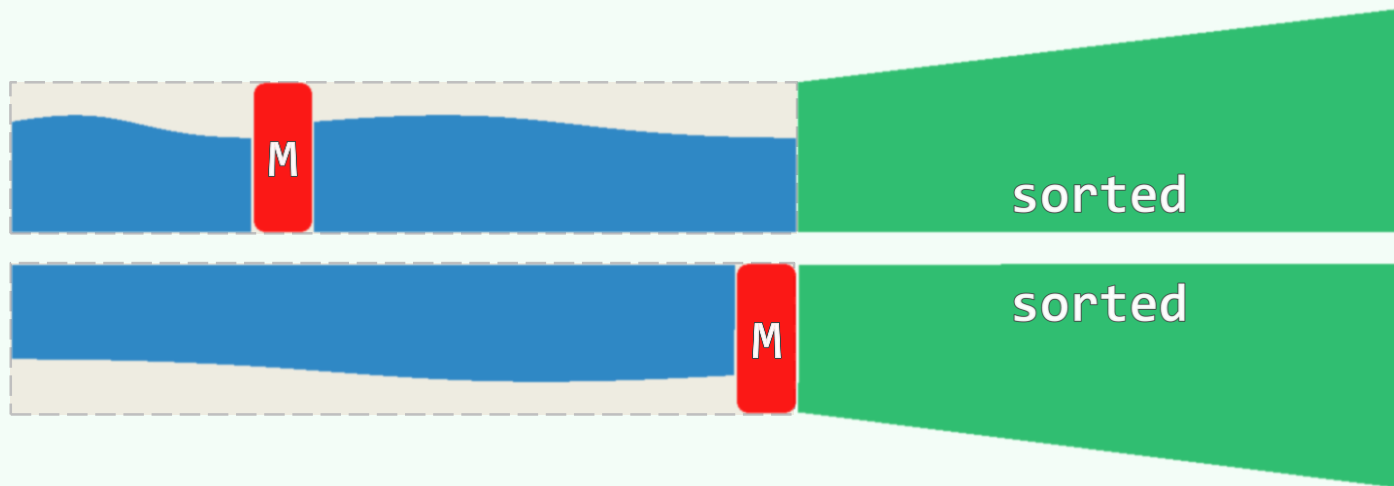


```
template <typename T> void Vector<T>::bubbleSort( Rank lo, Rank hi ) {  
    while ( lo < --hi ) //逐趟起泡扫描  
        for ( Rank i = lo; i < hi; i++ ) //逐对检查相邻元素  
            if ( _elem[i] > _elem[i + 1] ) //若逆序  
                swap( _elem[i], _elem[i + 1] ); //则交换  
}
```

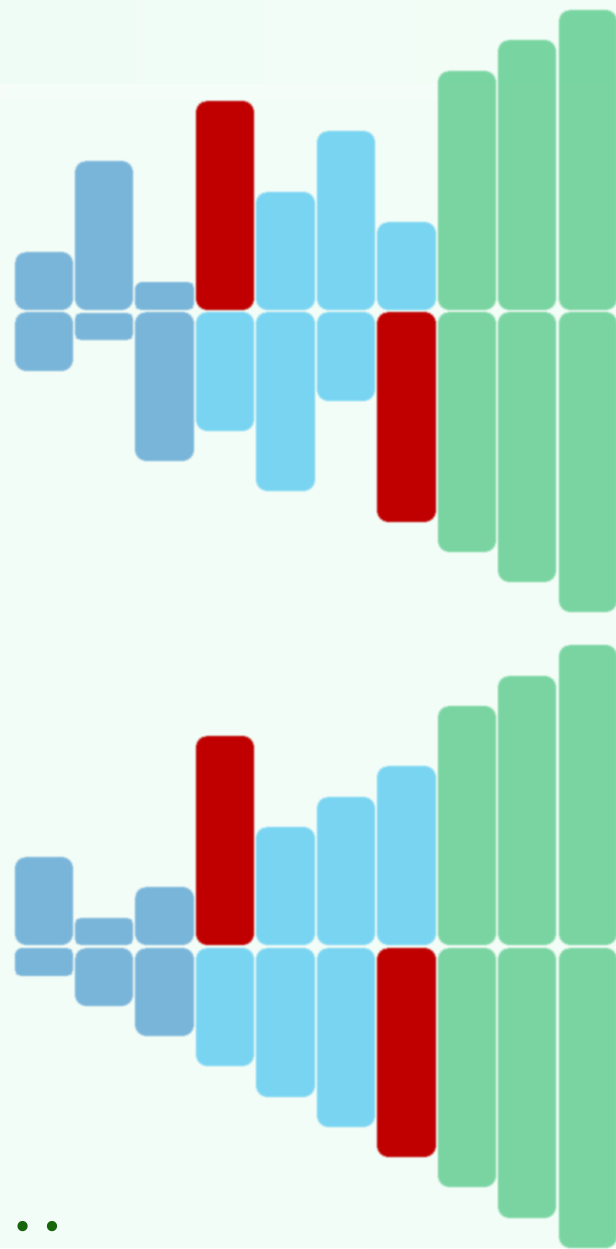


正确性 + 最好情况

- ❖ **Loop Invariant**: 经 k 趟扫描交换后, 最大的 k 个元素必然就位
- ❖ **Convergence**: 经 k 趟扫描交换后, 问题规模缩减至 $n-k$
- ❖ **Correctness**: 经至多 n 趟扫描后, 算法必然终止, 且能给出正确解答



- ❖ $n-1$ 趟起泡扫描一定**足够**, 但往往**不必**, 比如...
- ❖ $[hi]$ 就位后, $[lo, hi)$ 可能已经有序 (**sorted**) ——此时, 应该可以...

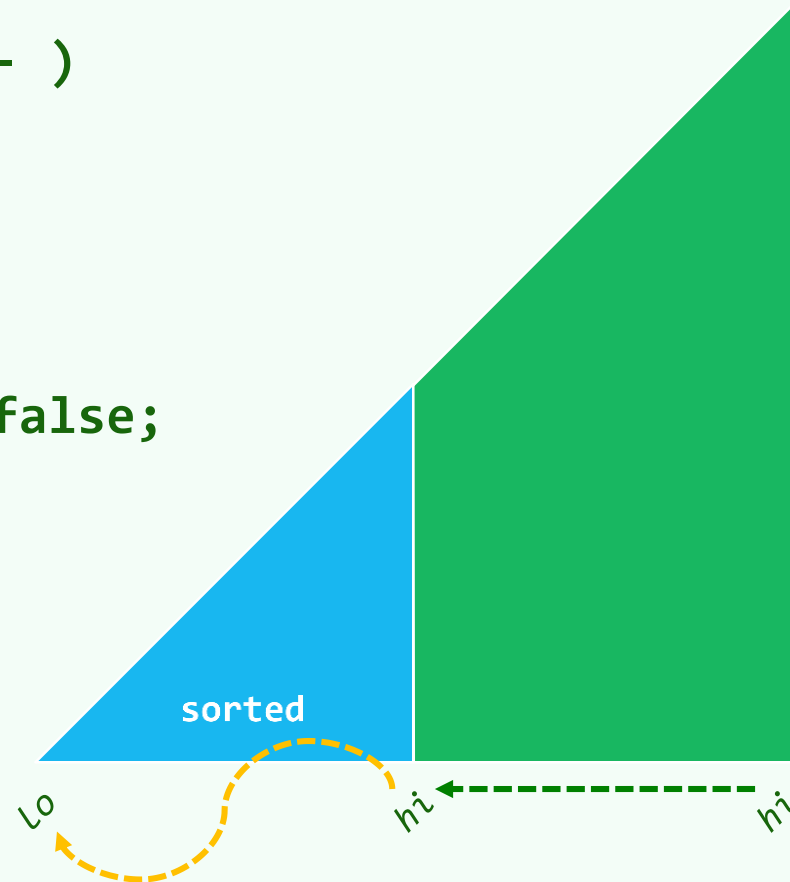


提前终止版

```
template <typename T> void Vector<T>::bubbleSort( Rank lo, Rank hi ) {  
    for ( bool sorted = false; sorted = !sorted; hi-- )  
        for ( Rank i = lo + 1; i < hi; i++ )  
            if ( _elem[i-1] > _elem[i] )  
                swap( _elem[i-1], _elem[i] ), sorted = false;  
}
```

❖ 有改进，但仍有继续改进的余地，比如...

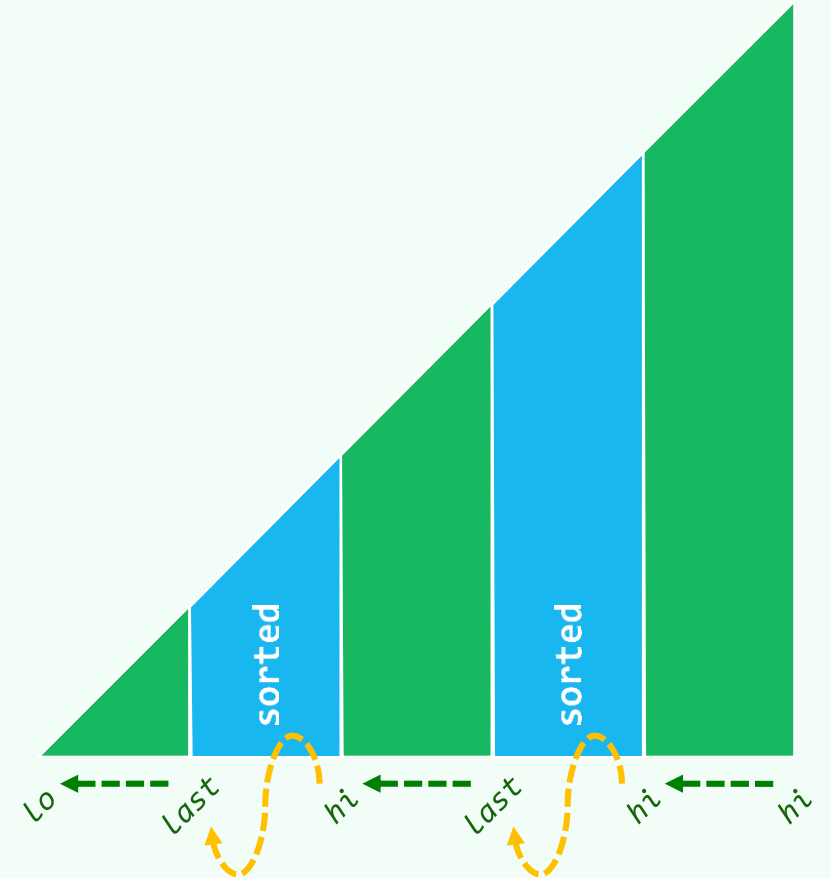
有可能某一后缀[**last**, hi)已然有序——此时，应该可以...



跳跃版

```
template <typename T> void Vector<T>::bubbleSort( Rank lo, Rank hi ) {  
    for ( Rank last; lo < hi; hi = last )  
        for ( Rank i = (last = lo) + 1; i < hi; i++ )  
            if ( _elem[i-1] > _elem[i] )  
                swap( _elem[i-1], _elem[last = i] );  
}
```

❖ $A[\text{lo}, \text{last}) \leq A[\text{last}, \text{hi})$
 $A[\text{last} - 1] < A[\text{last}, \text{hi})$



综合评价

❖ 时间效率：最好 $O(n)$ ，最坏 $O(n^2)$

❖ 输入含重复元素时，算法的**稳定性** (stability) 是更为细致的要求

重复元素在输入、输出序列中的相对次序，是否保持不变？

- 输入： 6, 7a, 3, 2, 7b, 1, 5, 8, 7c, 4

- 输出： 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7a, 7b, 7c, 8 //stable

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7a, 7c, 7b, 8 //unstable

❖ 以上起泡排序算法是**稳定**的吗？

是的！毕竟在起泡排序中，**唯有相邻**元素才可交换

❖ 在if一句的判断条件中，若把">"换成">="，将有何变化？