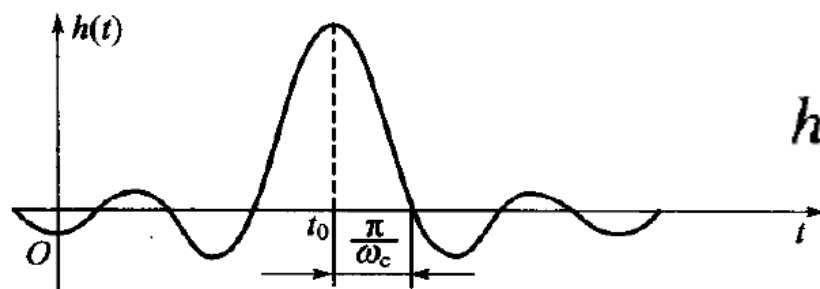
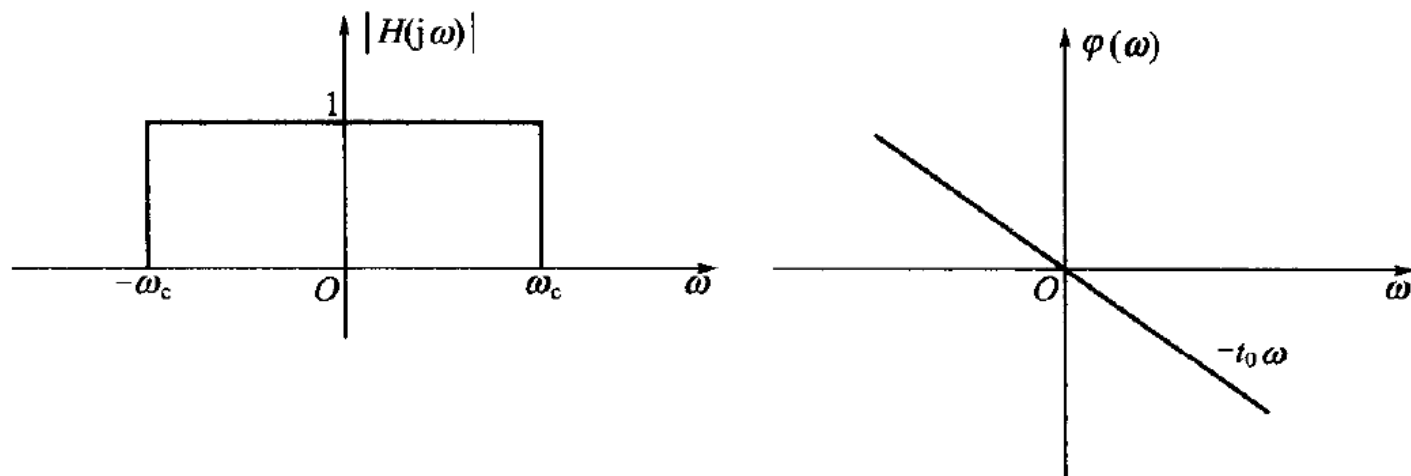


滤波器设计初步

胡浩基

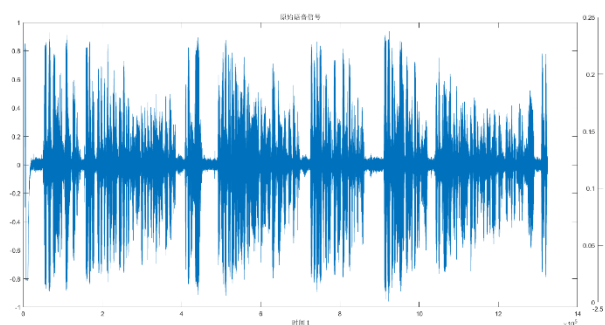
2022.04.08

理想低通滤波器

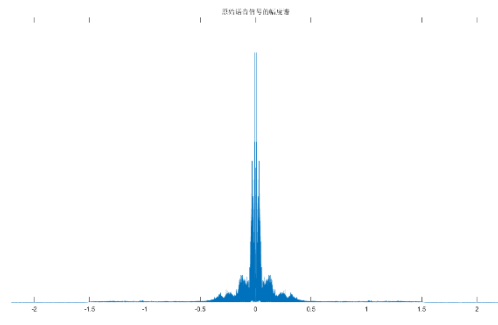


$$h(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin[\omega_c(t - t_0)]}{\omega_c(t - t_0)}$$

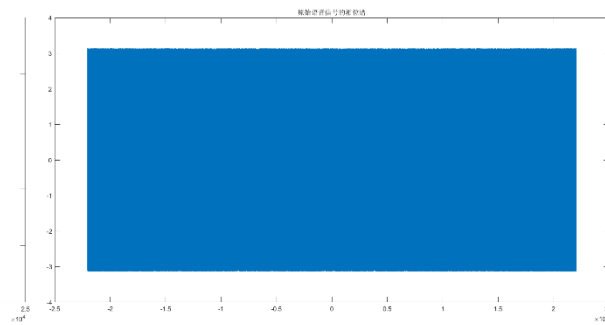
两个声音信号时域和频域波形



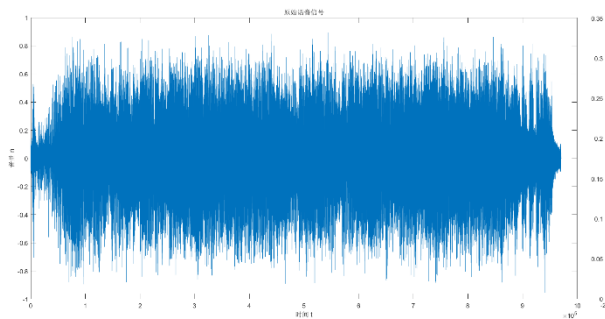
声音1时域波形



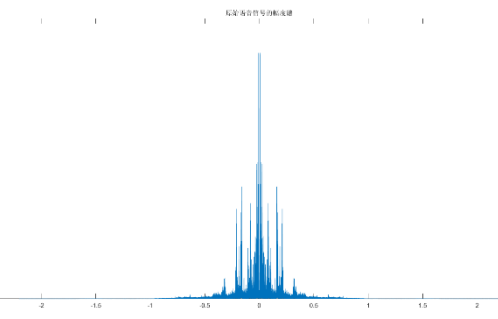
声音1幅度谱



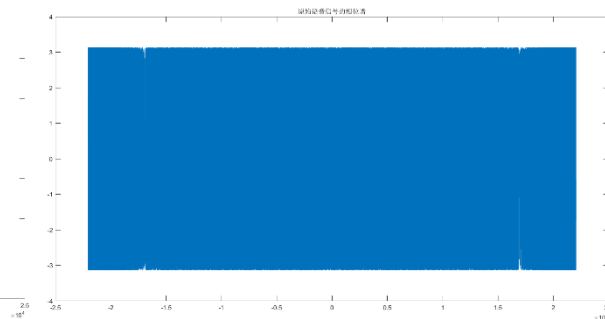
声音1相位谱



声音2时域波形



声音2幅度谱



声音2相位谱



二维信号的傅里叶变换和反变换

(1) 二维信号傅里叶变换

如果我们将二维灰度图像表示为 $f(x, y)$ ，其中 (x, y) 分别代表空间域的坐标值，而 $f(x, y)$ 代表相应点的灰度值（8比特图像灰度值取0-255范围）。那么，可以定义二维图像的傅里叶变换为：

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j(ux+vy)} dx dy$$

$$\|F(u, v)\| = \sqrt{\operatorname{Re}\{F(u, v)\}^2 + \operatorname{Im}\{F(u, v)\}^2} \quad (\text{幅度谱})$$

$$\theta(u, v) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{F(u, v)\}}{\operatorname{Re}\{F(u, v)\}}\right) \quad (\text{相位谱})$$

(2) 二维信号傅里叶反变换

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv$$

三张图像和它们的幅度谱



图1

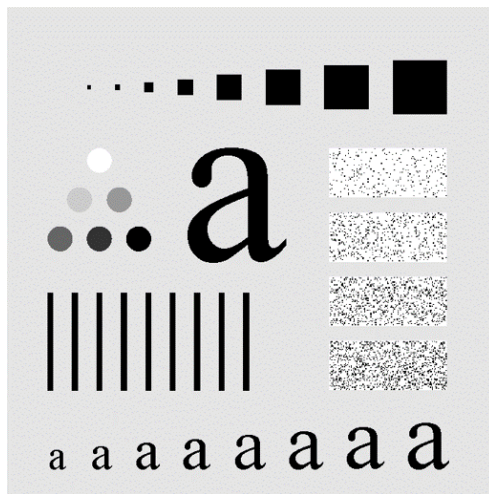


图2



图3

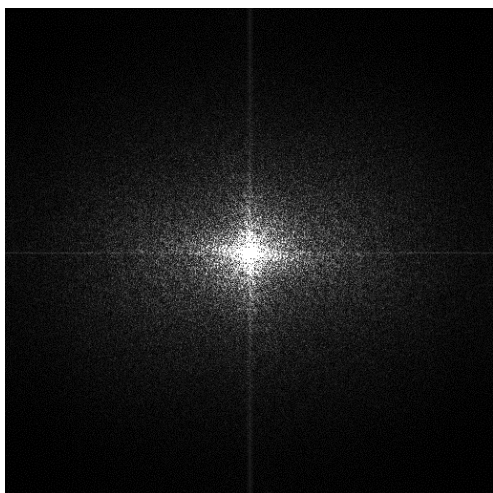


图1的幅度谱

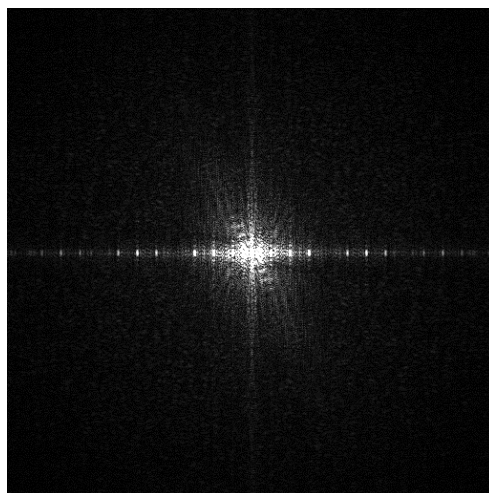


图2的幅度谱

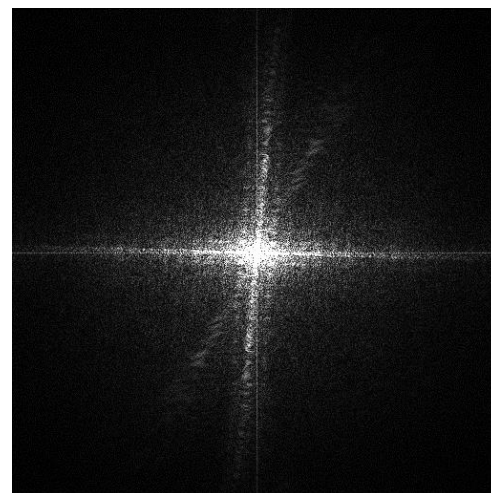
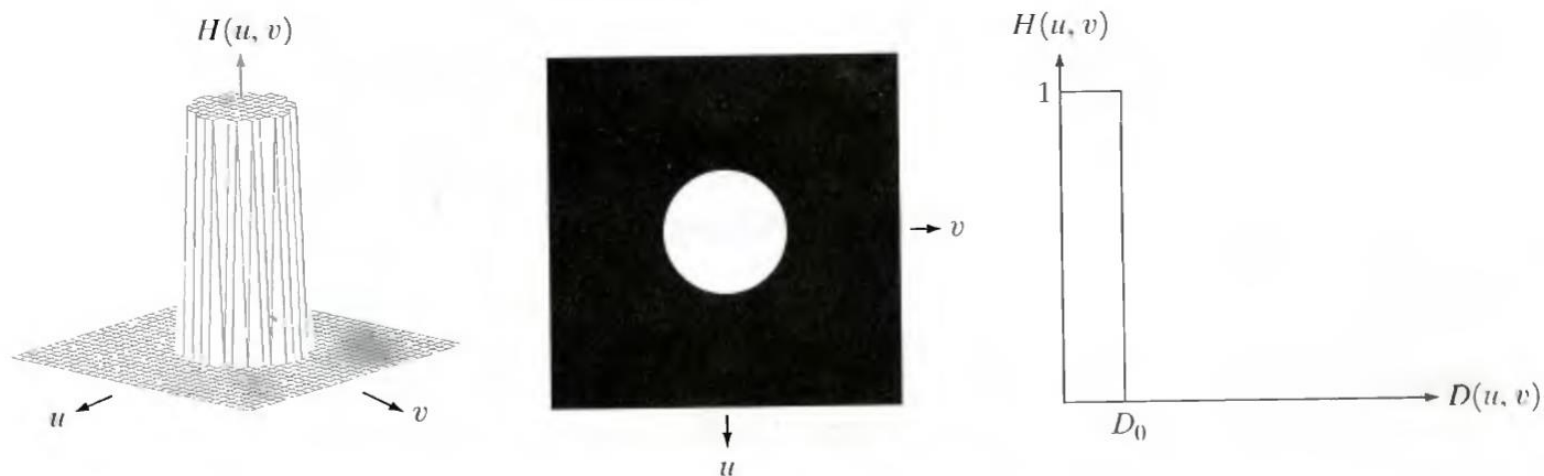


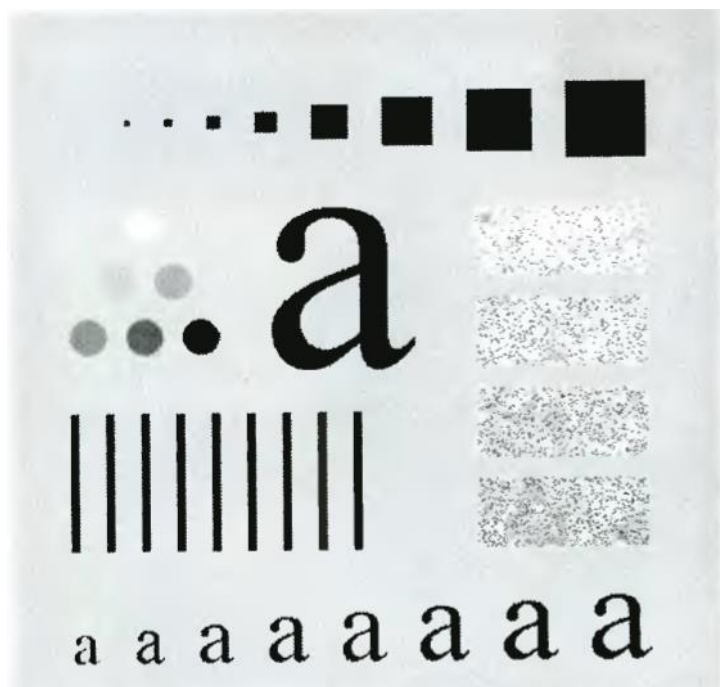
图3的幅度谱

二维理想低通滤波器

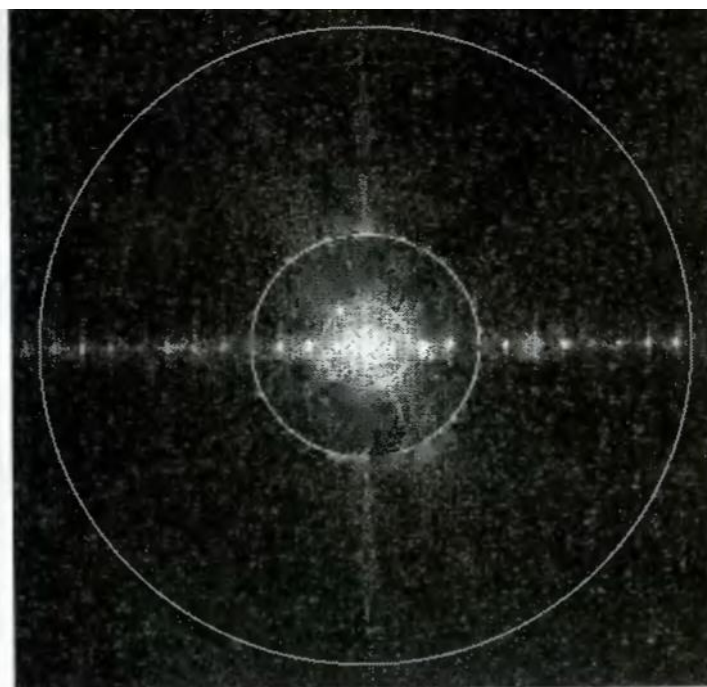


图像的理想低通滤波器 (1) 理想滤波器的传递函数; (2) 传递函数的图像表示; (3) 传递函数的截面图。

二维理想低通滤波器



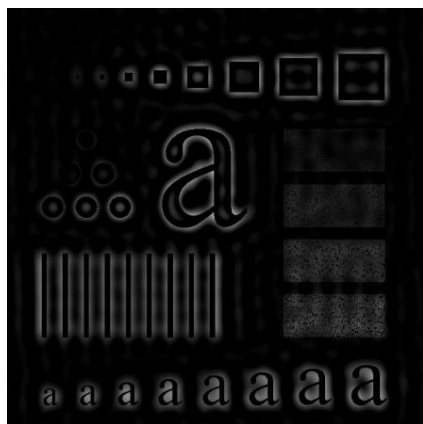
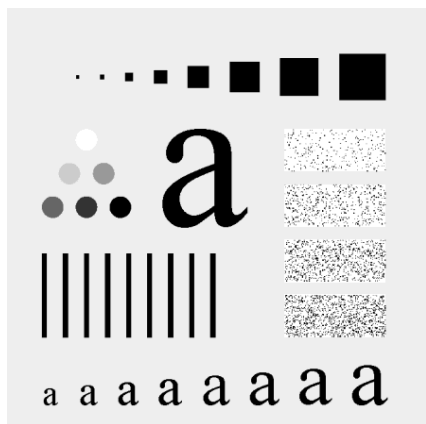
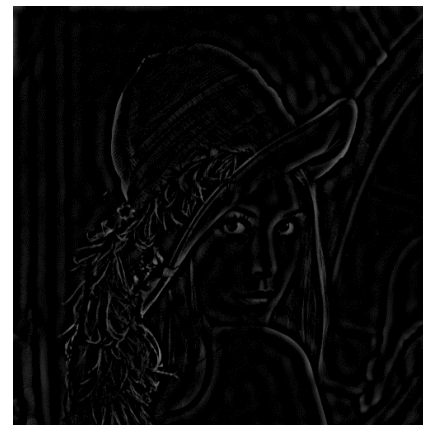
(1)



(2)

图像的频谱： (1) 原图 (500*500像素)； (2) 频谱图

二维理想低通滤波器

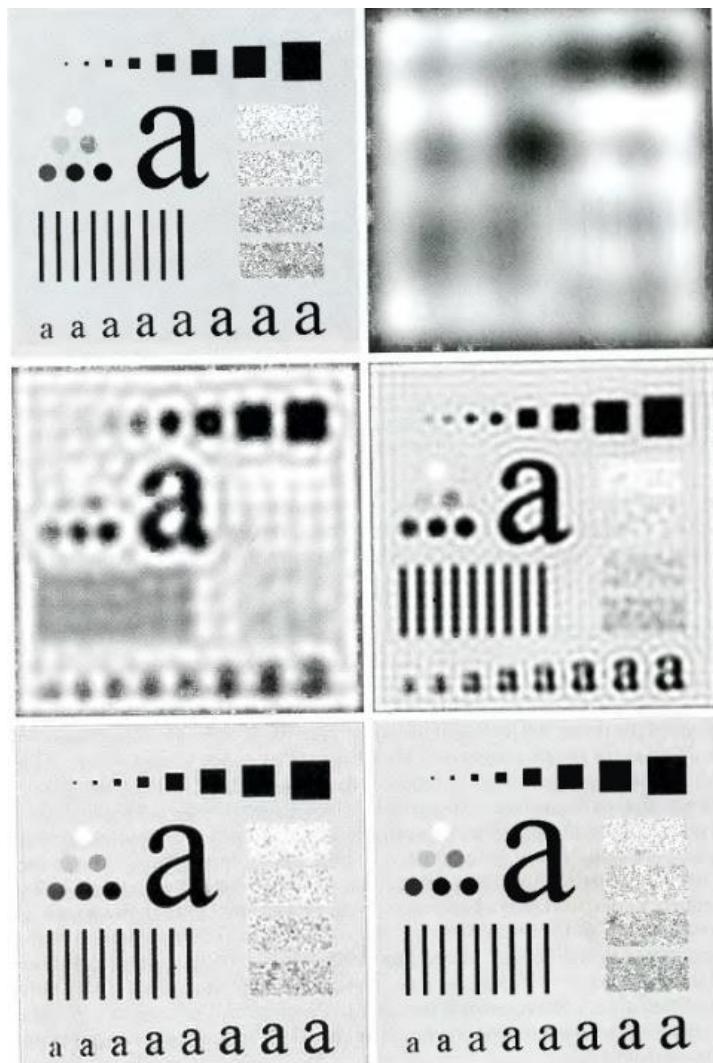


原图

理想低通滤波图

理想高通滤波图

二维理想低通滤波器



原图及经过理想低通滤波器后的图像。理想低通滤波器的半径分别为5,15,30,80,230个像素。对应着保留的能量为92%, 94.6%, 96.4%, 98%, 99.5%

理想低通滤波器的缺点

理想低通滤波器的两个缺点：

(1) 非因果性，导致无法实时。

(2) 有明显的“年轮效应”。

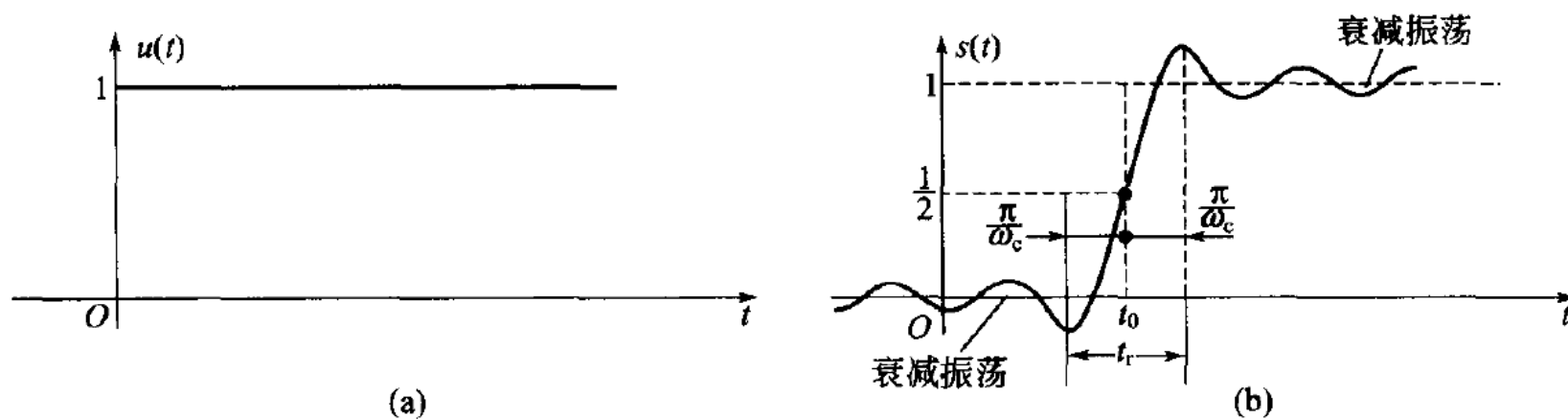


图 3-32 理想低通滤波器的阶跃响应

巴特沃斯低通滤波器

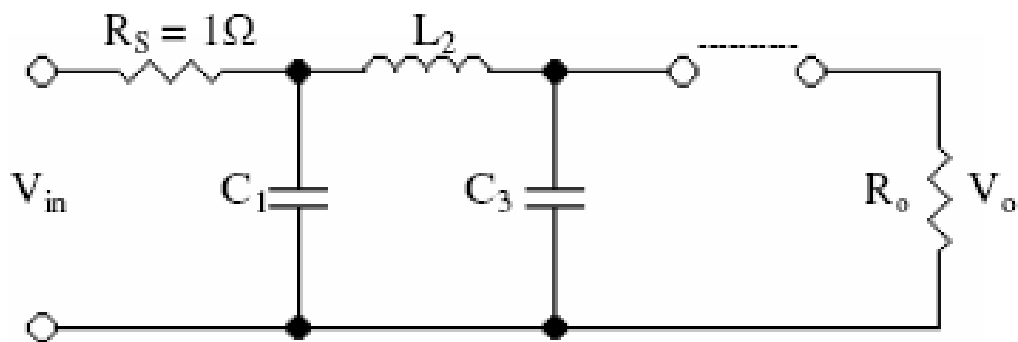
巴特沃斯低通滤波器的传递函数：

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}$$

其中n 叫做阶数， ω_c 叫做截止频率。

巴特沃斯低通滤波器

巴特沃斯低通滤波器的电路图：

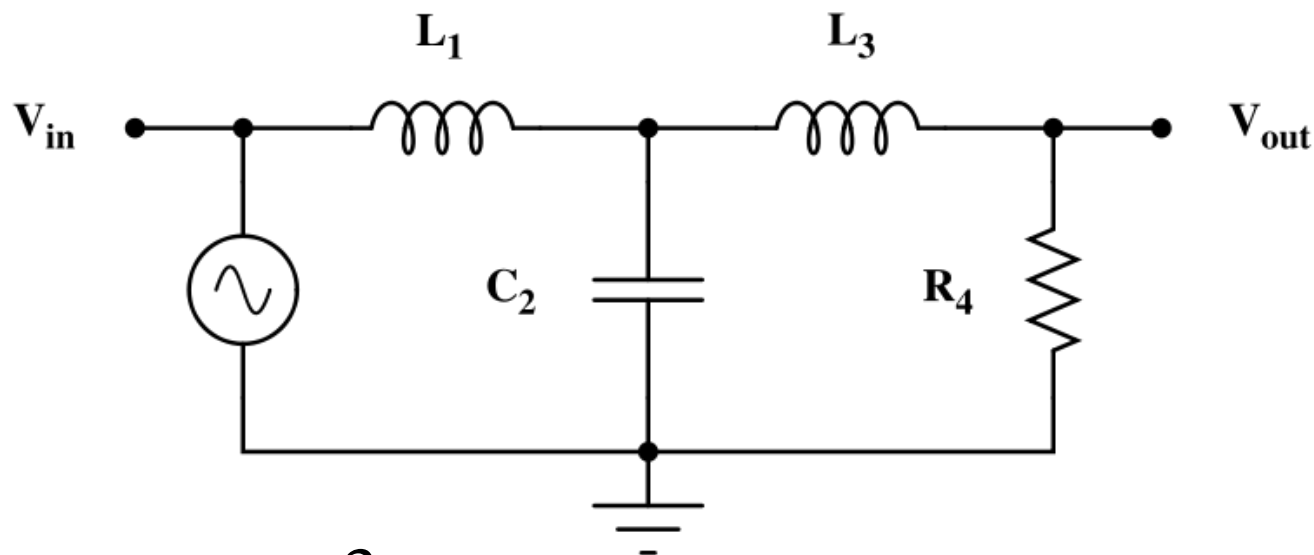


k 阶巴特沃斯滤波器的考尔第一型电子线路图如下：其中：

- 电容 $C_k = 2 \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right]$; $k = \text{奇数}$
- 电感 $L_k = 2 \sin \left[\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right]$; $k = \text{偶数}$

巴特沃斯低通滤波器

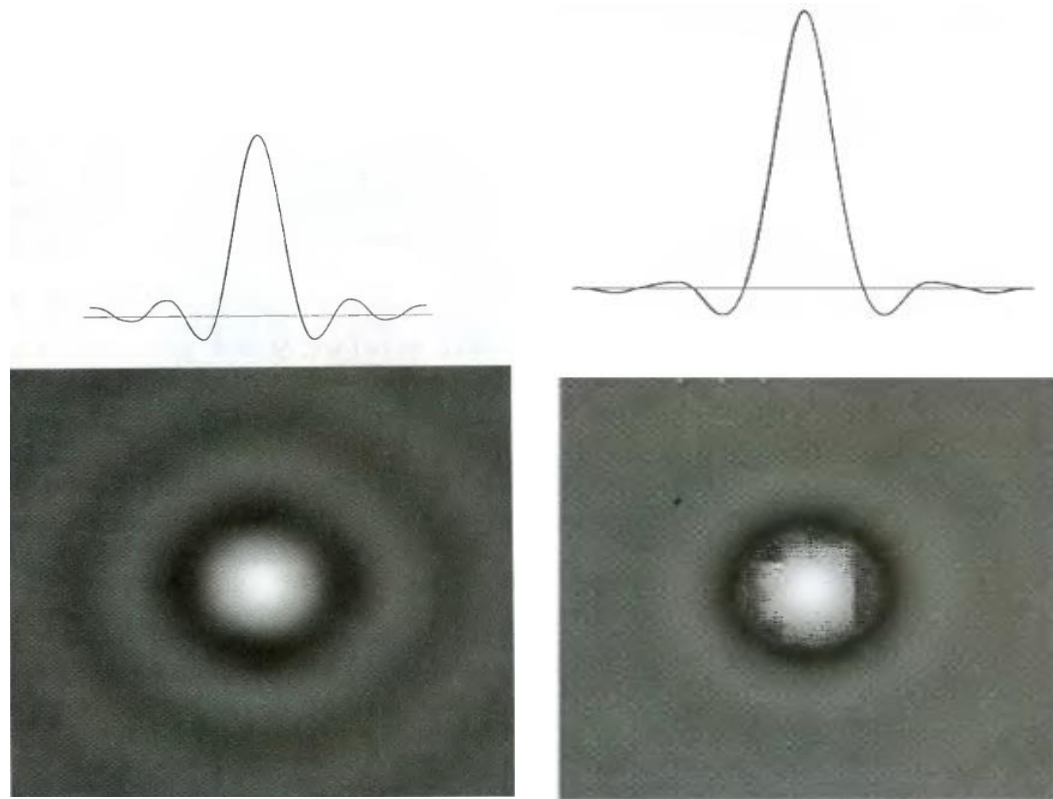
举例：3阶巴特沃斯滤波器电路图



$$L_1 = \frac{3}{2} \quad L_3 = \frac{1}{2} \quad C_2 = \frac{4}{3} \quad R_4 = 1$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^3 + 2(j\omega)^2 + 2(j\omega) + 1}$$

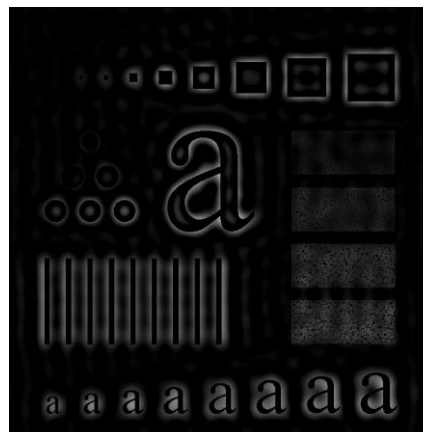
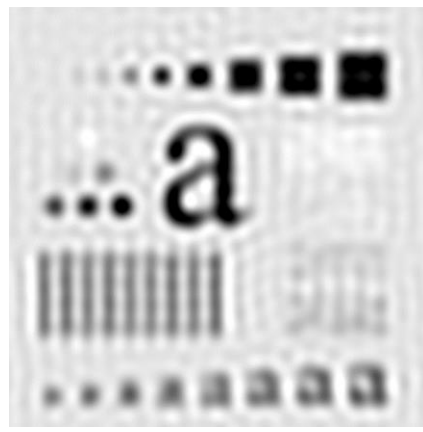
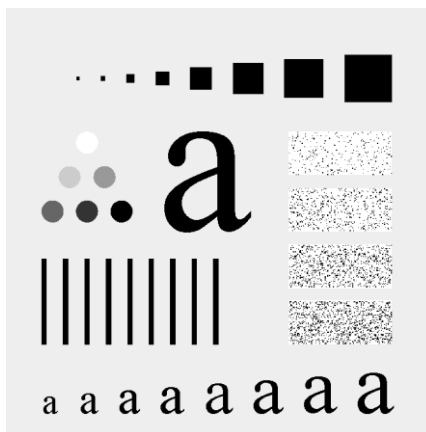
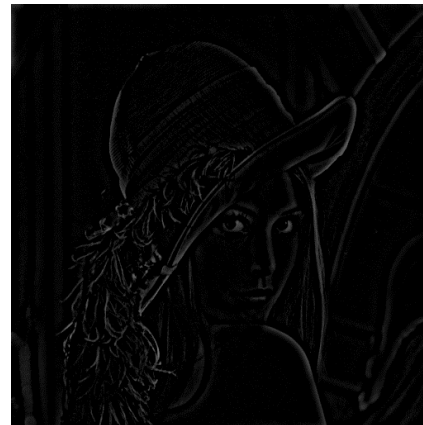
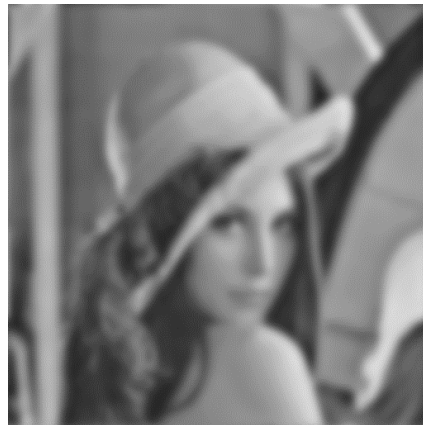
巴特沃斯低通滤波器



图像的理想低通滤波器与5阶巴特沃斯滤波器的频率响应比较。

巴特沃斯低通滤波器

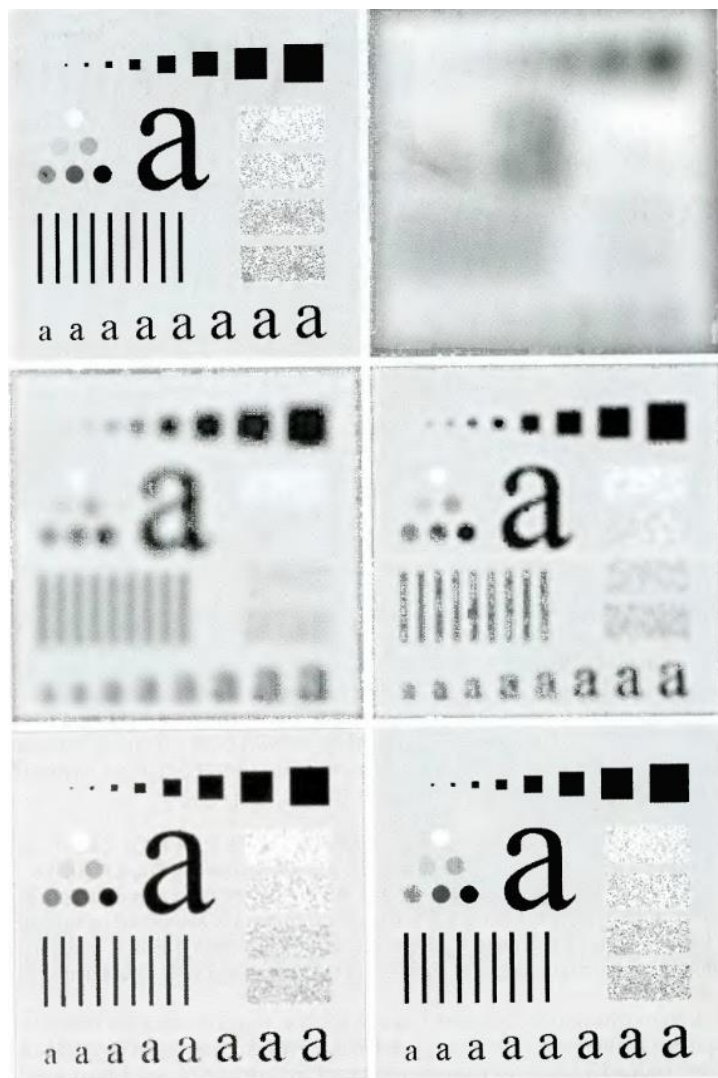
巴特沃斯低通滤波器作用于图像



原图

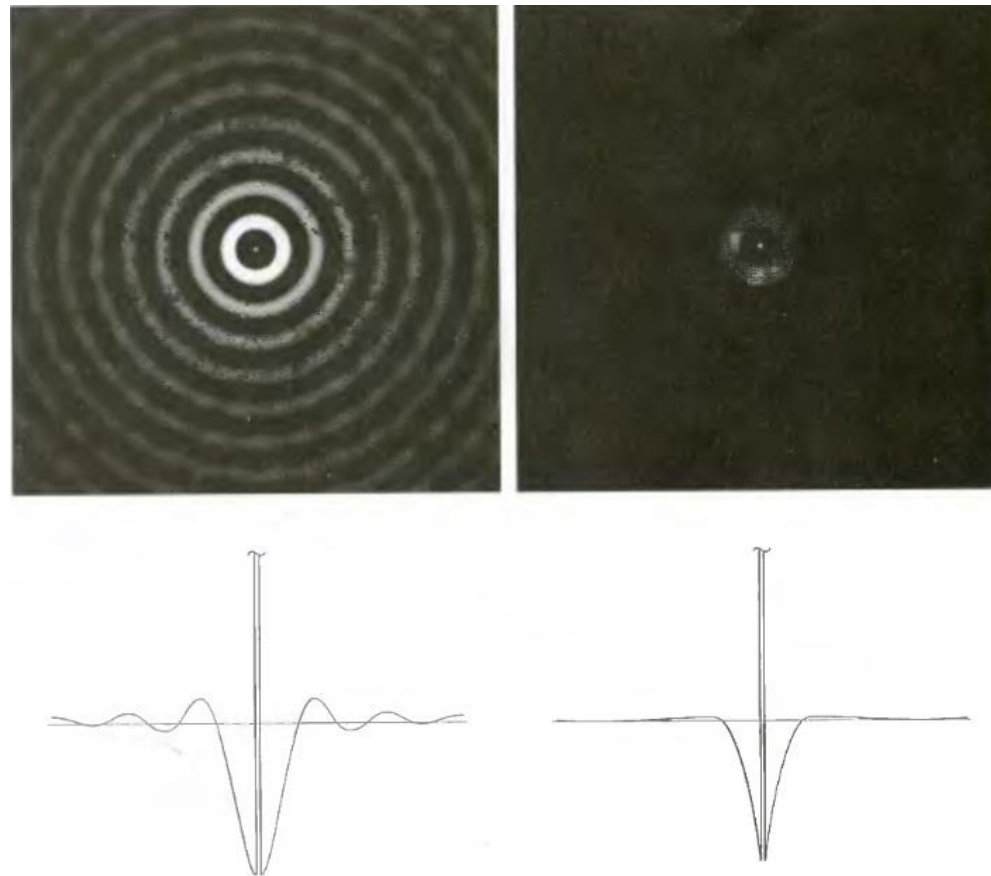
巴特沃斯低通滤波图 巴特沃斯高通滤波图

巴特沃斯低通滤波器



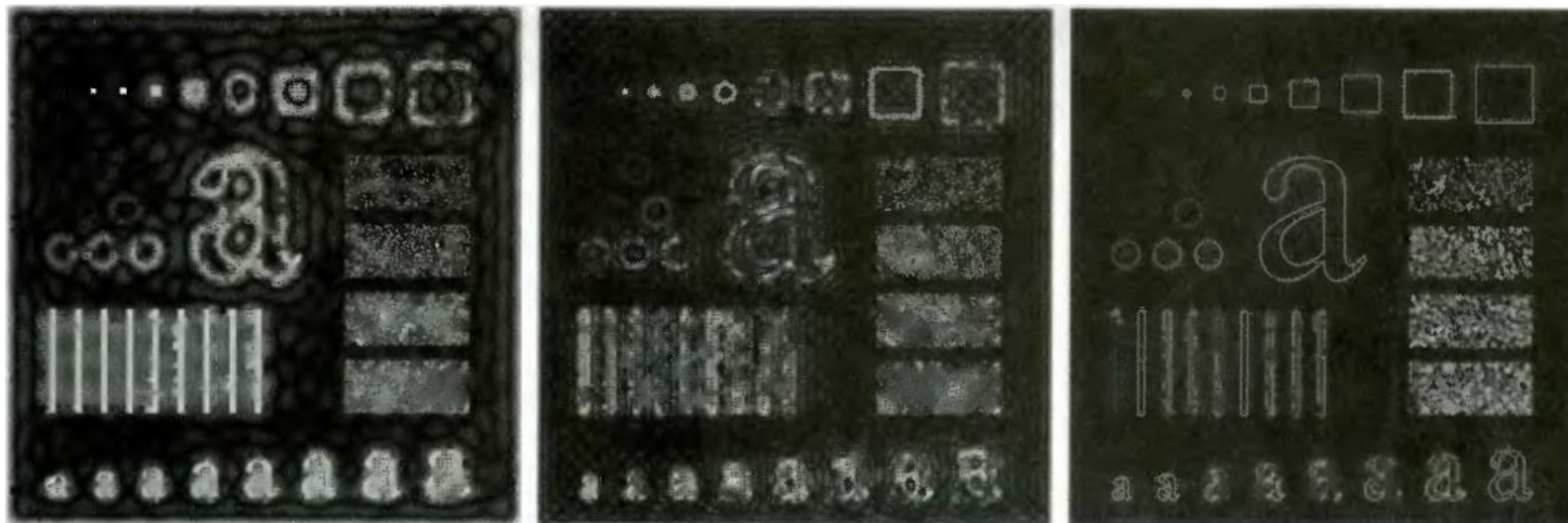
原图及经过巴特沃斯低通滤波器后的图像。巴特沃斯低通滤波器的半径分别为 5,15,30,80,230个像素。

高通滤波器



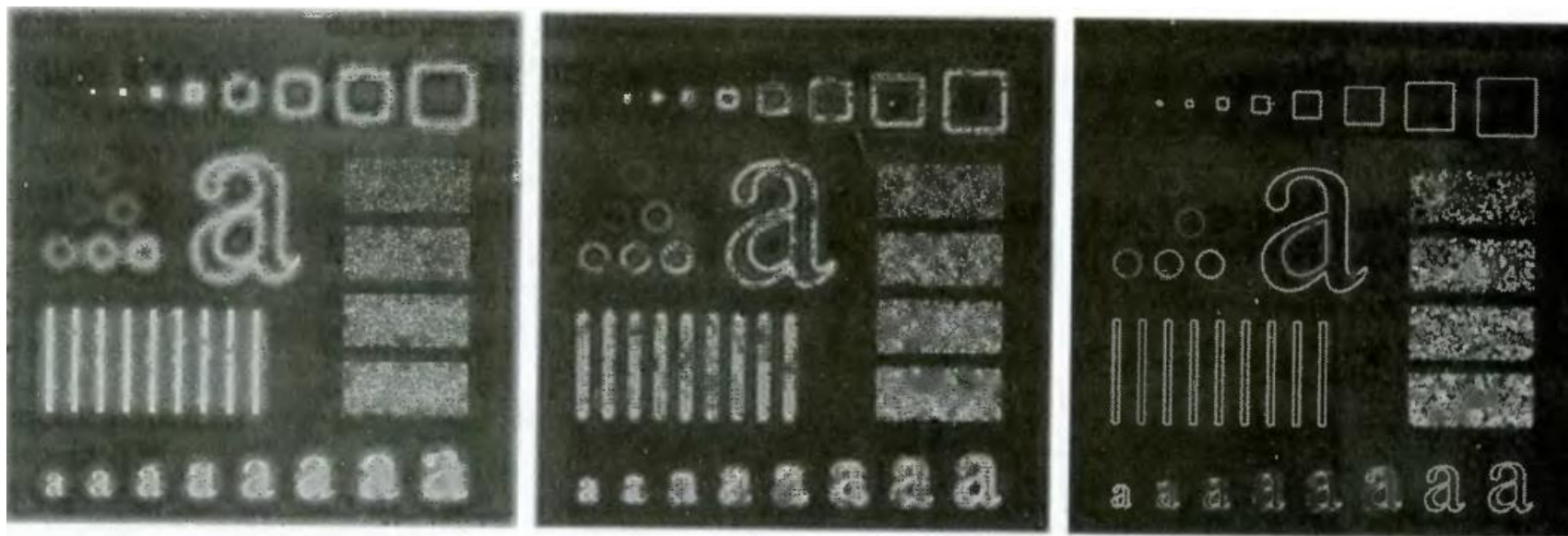
理想高通与巴特沃斯高通滤波器的频率响应。

高通滤波器



理想高通滤波器，截止频率分别为15,30,80像素。

高通滤波器



二阶巴特沃斯高通滤波器，截止频率分别为15,30,80像素。