信号与系统第三次测试（2021 年）

姓名： **学号：**

1. 已知一因果连续 LTI 系统的微分方程为

$$y''(t)+4y'(t)+3y(t)=x'(t)+2x(t)$$

试求：

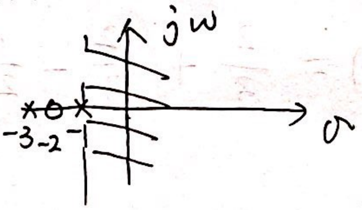
（1）系统的 H(s)，画出 H(s)零极图并判断系统的稳定性；

（2）画出模拟框图；

（3）$y(0^-)=-1, y'(0^-)=1$，$x(t)=e^{-2t}u(t)$ 时，求 $y(t)\ (t>0)$ 的全响应、零输入响应和零状态响应。

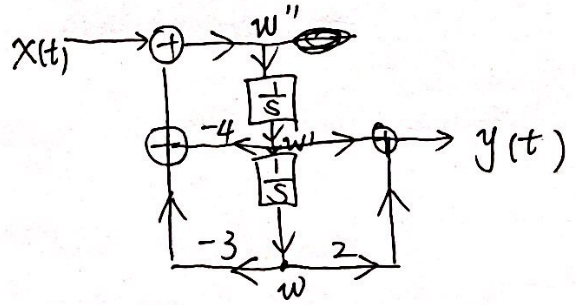
（4）当激励 $x(t)=u(-t)+2u(t)$ 时，求 $y(t)\ (-\infty<t<\infty)$。

① $H(S)=\dfrac{S+2}{(S+1)(S+3)}$



稳定

②



③ $S^2Y(S)-Sy(0)-y'(0)+4[SY(S)-y(0)]+3Y(S)=(S+2)\cdot\dfrac{1}{S+2}$

$(S^2+4S+3)Y(S)=1+Sy(0)+y'(0)+4y(0)$

$=1+(-S+1-4)$

$=1+(-S-3)$

$$Y(S)=\underbrace{\frac{1}{(S+1)(S+3)}}_{y_{zs}(t)}-\underbrace{\frac{\cancel{S+3}}{(S+1)\cancel{(S+3)}}}_{y_{zi}(t)}$$

$$=\underbrace{\frac{\frac{1}{2}}{S+1}-\frac{\frac{1}{2}}{S+3}}_{y_{zs}(t)}-\underbrace{\frac{1}{S+1}}_{y_{zi}(t)}$$

$$y(t)=\underbrace{\frac{1}{2}\left(e^{-t}-e^{-3t}\right)u(t)}_{y_{zs}(t)}-\underbrace{e^{-t}u(t)}_{y_{zi}(t)}=-\frac{1}{2}\left[e^{-t}u(t)+e^{-3t}u(t)\right]$$

④ $x(t) = 1 + u(t)$

$$1 = e^{0t} \xrightarrow{LTI} H(0)e^{0t} = \frac{2}{3}$$

再求$u(t)$对应输出

$$(s^2+4s+3)Y(s) = \frac{s+2}{s} \qquad Re\{s\} > 0$$

$$Y(s) = \frac{s+2}{s(s+1)(s+3)}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{s} - \frac{\frac{1}{2}}{s+1} - \frac{\frac{1}{6}}{s+3}$$

$$y(t) = \frac{2}{3}u(t) - \frac{1}{2}e^{-t}u(t) - \frac{1}{6}e^{-3t}u(t)$$

因此：

$$y(t) = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}e^{-t} - \frac{1}{6}e^{-3t}\right)u(t)$$