

05-C

二叉树

有根有序树 = 二叉树

当地平线消失
躯体保持水平
大地保持水平
但别的一切
都垂直

宝玉终是不安本分之人，竟一味的随心所欲，因此又发了癖性，又特向秦钟悄说道：
“咱们两个人一样的年纪，况又是同窗，以后不必论叔侄，只论弟兄朋友就是了。”

邓俊辉

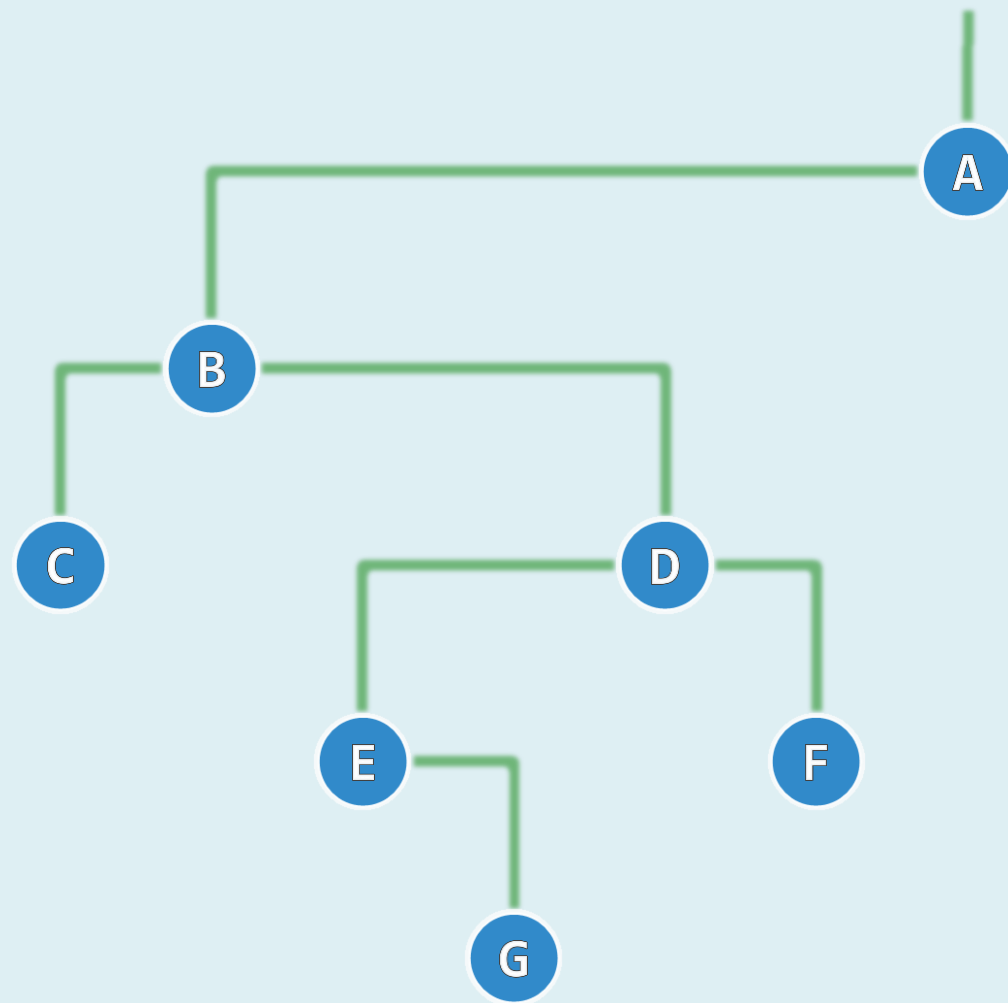
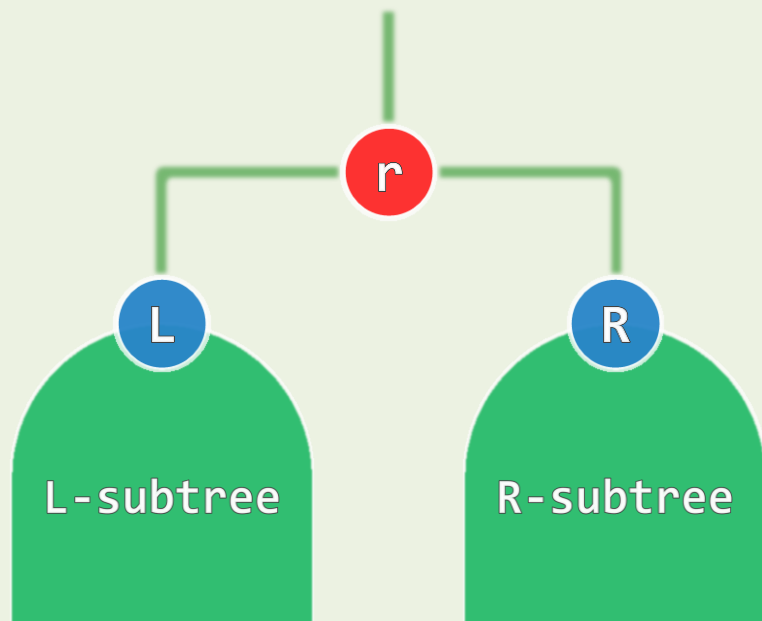
deng@tsinghua.edu.cn

二叉树

❖ Binary Tree: 节点度数不超过2

孩子（子树）可以左、右区分（隐含有序）

- lc() ~ lSubtree()
- rc() ~ rSubtree()

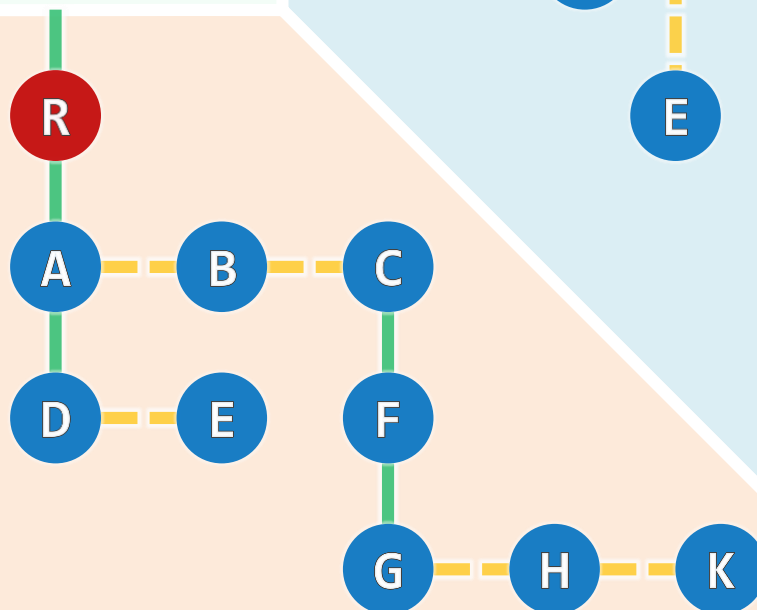
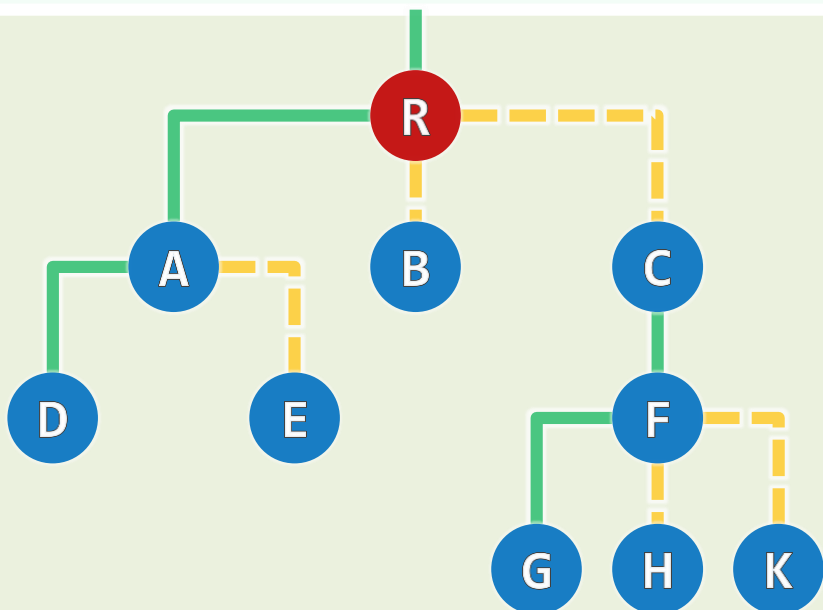


描述多叉树：长子-兄弟表示法

❖ 有根且有序的多叉树，均可转化并表示为二叉树

❖ 长子 ~ 左孩子 `firstChild()` ~ `lc()`

兄弟 ~ 右孩子 `nextSibling()` ~ `rc()`



基数：设度数为0、1和2的节点，各有 n_0 、 n_1 和 n_2 个

❖ 边数 $e = n - 1 = n_1 + 2n_2$

1/2度节点各对应于1/2条入边

❖ 叶节点数 $n_0 = n_2 + 1$

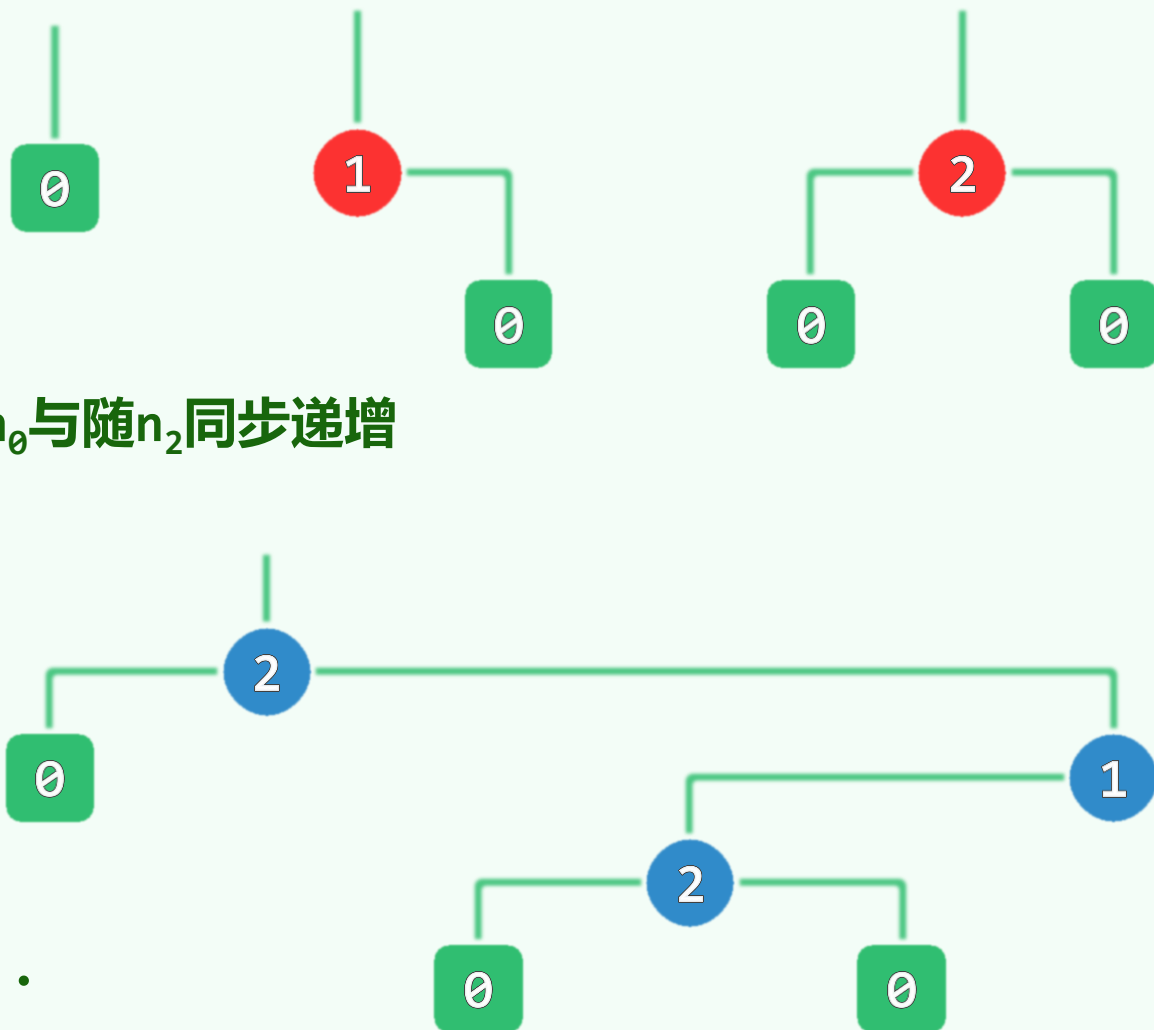
n_1 与 n_0 无关： $h = 0$ 时， $1 = 0 + 1$ ；此后， n_0 与随 n_2 同步递增

❖ 节点数 $n = n_0 + n_1 + n_2 = 1 + n_1 + 2n_2$

❖ 特别地，当 $n_1 = 0$ 时，有

$$e = 2n_2 \text{ 和 } n_0 = n_2 + 1 = (n + 1)/2$$

此时，节点度数均为偶数，不含单分支节点...

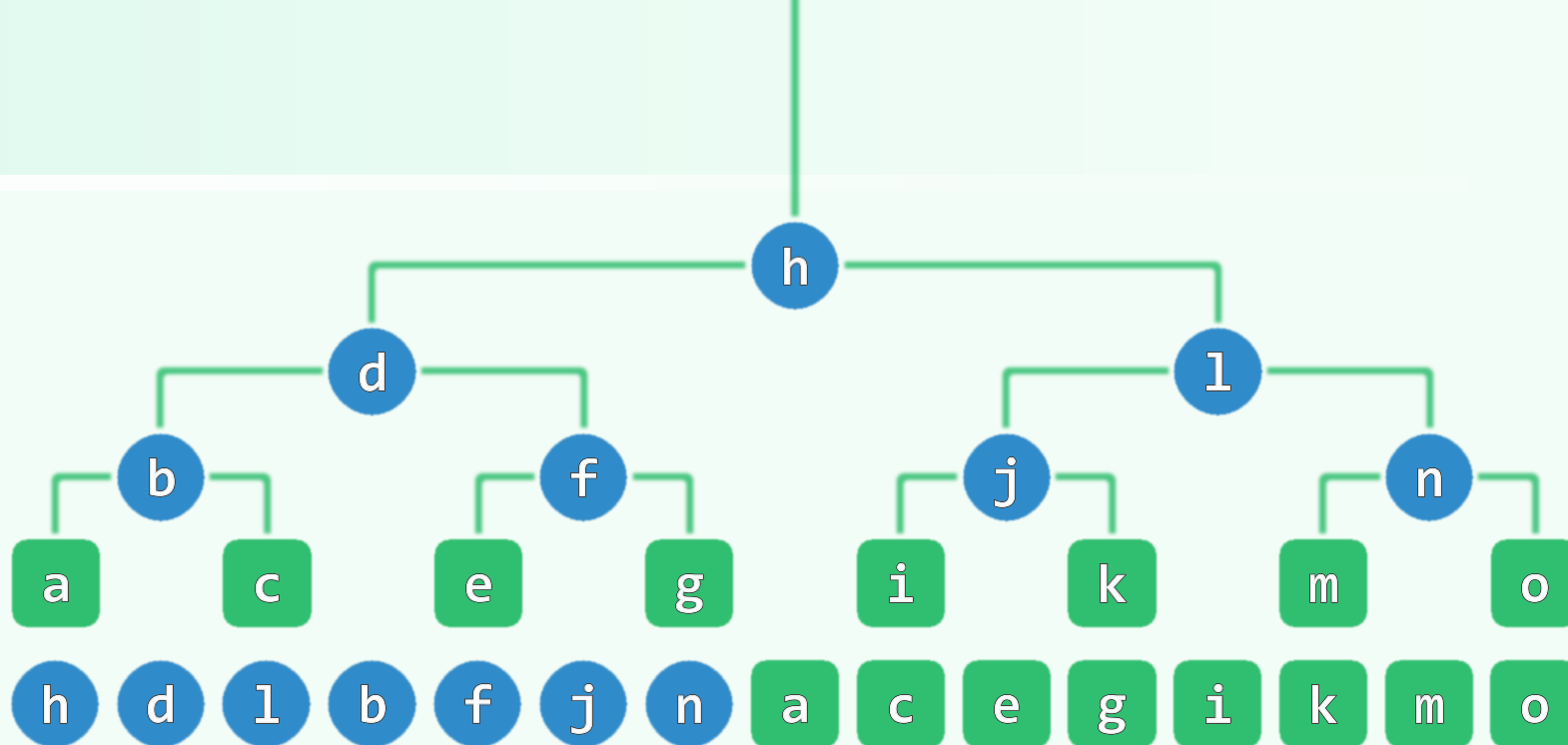


满树

❖ 深度为k的节点，至多 2^k 个

❖ n个节点、高h的二叉树满足

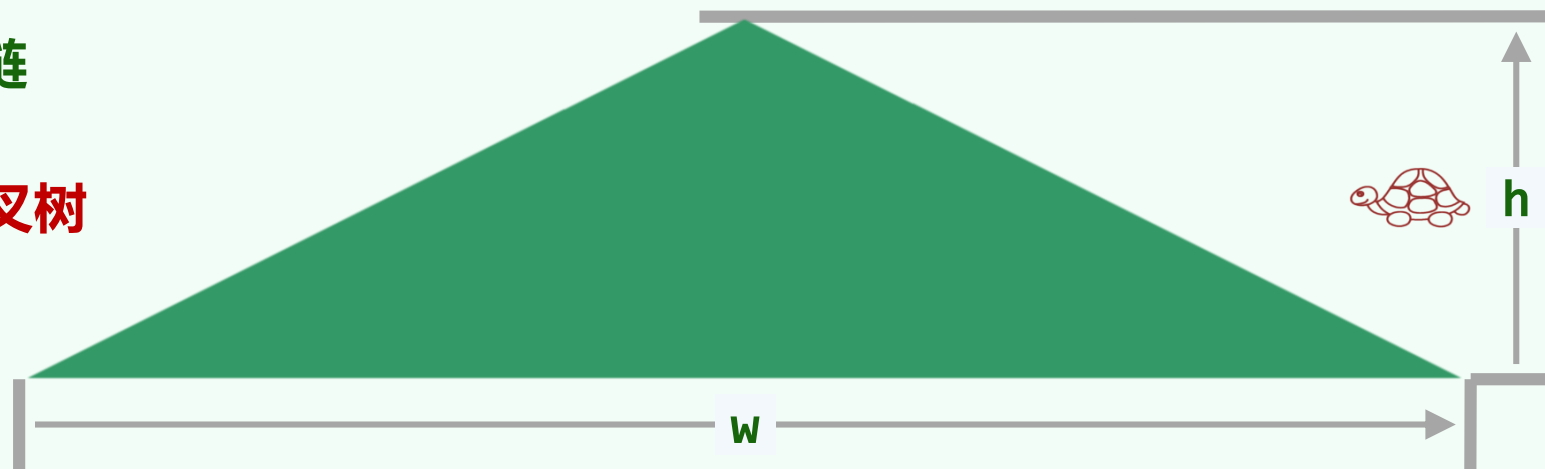
$$h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$$



❖ 特殊情况

- $n = h + 1$: 退化为一条单链
- $n = 2^{h+1} - 1$: 即所谓**满二叉树**

full binary tree



真二叉树

❖ 通过引入 $n_1 + 2n_0$ 个外部节点

可使原有节点度数统一为2

❖ 如此，即可将任一二叉树

转化为真二叉树 (proper binary tree)

❖ 验证： 如此转换之后，

全树自身的复杂度并未实质增加

❖ 对于红黑树之类的结构，真二叉树

可以简化描述、理解、实现和分析

