

求证：将一个函数 $x(t)$ 表示为一个奇函数 $x_o(t)$ 和一个偶函数 $x_e(t)$ 的方式是唯一的。

证明：(反证法) 假设表示方式不唯一，则有

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t) = x_e'(t) + x_o'(t)$$

其中 $x_e(t), x_e'(t)$ 是偶函数

$x_o(t), x_o'(t)$ 是奇函数

$$\text{则有: } y(t) = x_e(t) - x_e'(t) = x_o'(t) - x_o(t) \quad (1)$$

由于两个偶函数相减仍是偶函数，两个奇函数相减仍是奇函数，

所以 $y(t)$ 既是奇函数又是偶函数，即

$$y(t) = y(-t) \quad (\text{偶函数})$$

$$y(t) = -y(-t) \quad (\text{奇函数})$$

$$\text{因此 } y(t) = -y(t) \Rightarrow y(t) = 0$$

所以将 $y(t) = 0$ 代入①立刻有：

$$x_e(t) = x_e'(t)$$

$$x_o(t) = x_o'(t)$$

命题得证。