

向量

有序向量：插值查找

02-D6

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

.....那么在最后剩下的一万个猎手中，肯定有人会做出这样的选择：向那个位置开一枪试试...

原理与算法

❖ 大数定律：越长的序列，元素的分布越有规律

最为常见：独立且均匀的随机分布

❖ 于是：[lo, hi]内各元素应大致呈线性趋势增长

$$\frac{mi - lo}{hi - lo} \approx \frac{e - A[lo]}{A[hi] - A[lo]}$$

❖ 因此：通过猜测轴点mi，可以极大地提高收敛速度

$$mi \approx lo + (hi - lo) \cdot \frac{e - A[lo]}{A[hi] - A[lo]}$$

❖ 以英文词典为例：binary大致位于2/26处

search大致位于19/26处

[lo]	0	A	1	[1,53)
	1	B	74	[53,104)
	2	C	158	[104,156)
	3	D	292	[156,208)
	4	E	368	[208,259)
	5	F	409	[259,311)
	6	G	473	[311,363)
	7	H	516	[363,414)
	8	I	562	[414,466)
	9	J	607	[466,518)
	10	K	617	[518,569)
	11	L	628	[569,621)
	12	M	681	[621,673)
	13	N	748	[673,724)
	14	O	771	[724,776)
	15	P	806	[776,827)
	16	Q	915	[827,879)
	17	R	922	[879,931)
	18	S	1002	[931,982)
	19	T	1176	[982,1034)
	20	U	1253	[1034,1086)
	21	V	1271	[1086,1137)
	22	W	1289	[1137,1189)
	23	X	1337	[1189,1241)
	24	Y	1338	[1241,1292)
	25	Z	1341	[1292,1344)
[hi]	26		1344	

实例

❖ 查找目标: $e = 50$

5	10	12	14	19	23	29	36	39	41	44	51	54	59	72	79	82	86	92
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

❖ $lo = 0, hi = 18$

插值: $mi = 0 + (18 - 0) * (50 - 5) / (92 - 5) = 9$

比较: $A[9] = 41 < e$

5	10	12	14	19	23	29	36	39	41	44	51	54	59	72	79	82	86	92
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

❖ $lo = 10, hi = 18$

插值: $mi = 10 + (18 - 10) * (50 - 44) / (92 - 44) = 11$

比较: $A[11] = 51 > e$

❖ $lo = hi = 10$

5	10	12	14	19	23	29	36	39	41	44	51	54	59	72	79	82	86	92
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

插值: $mi = 10$

比较: $A[10] = 44 < e$, 故返回: NOT_FOUND

性能

❖ 最坏: $hi - lo = \mathcal{O}(n)$

//具体实例?

❖ 平均: 每经一次比较, 待查找区间宽度由 n 缩至 \sqrt{n} // [Yao76, PIA78], 习题解析[2-24]

$$n \rightarrow \sqrt{n} \rightarrow \sqrt{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{\sqrt{\sqrt{n}}} \rightarrow \dots \rightarrow 2$$

$$\underbrace{n \rightarrow n^{1/2^1} \rightarrow n^{1/2^2} \rightarrow n^{1/2^3} \rightarrow \dots \rightarrow 2}_{\mathcal{O}(\log \log n)}$$

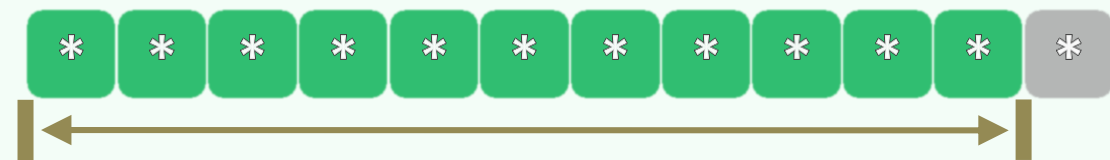
❖ 每经一次比较,

查找区间宽度的数值 n 开方, 有效字长 $\log n$ 减半

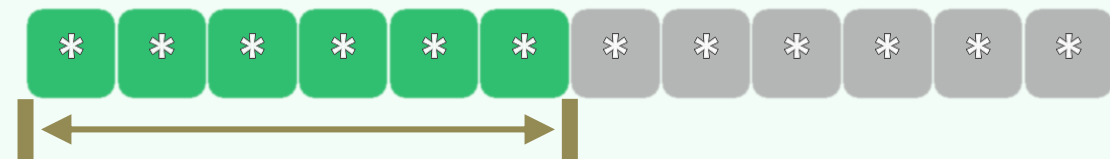
- 插值查找 = 在字长意义上的折半查找
- 二分查找 = 在字长意义上的顺序查找



$\log n$



$\log(n/2) = \log n - 1$



$\log(n^{1/2}) = 0.5 * \log n$

综合评价

❖ 从 $O(\log n)$ 到 $O(\log \log n)$, 优势**并不**明显

(除非查找表极长, 或比较操作成本极高)

比如, $n = 2^{(2^5)} = 2^{32} = 4\text{G}$ 时

- $\log_2(n) = 32$

- $\log_2(\log_2(n)) = 5$

❖ 须引入**乘法**、**除法**运算

❖ 易受**畸形分布**的干扰和“蒙骗”

❖ 实际可行的方法

- 首先通过**插值**查找

迅速将查找范围缩小到一定的尺度

- 然后再进行**二分**查找

进一步缩小范围

- 最后 (当数据项只有200 ~ 300时)

使用**顺序**查找