

# 11-C

图应用

优先级搜索

邓俊辉

deng@tsinghua.edu.cn

堯舜之知而不遍物，急先務也；堯舜之仁不遍愛人，急親賢也。

# 通用算法

- ❖ 各种遍历算法的区别，仅在于选取顶点进行访问的**次序**
  - 广度/深度**：优先访问与**更早/更晚**被发现的顶点相邻接者；...
- ❖ 不同的遍历算法，取决于顶点的**选取策略**
- ❖ 不同的顶点选取策略，取决于存放和提供顶点的**数据结构**——Bag
- ❖ 此类结构，为每个顶点 $v$ 维护一个**优先级数**—— $\text{priority}(v)$ 
  - 每个顶点都有**初始**优先级数；并可能随算法的推进而**调整**
- ❖ 通常的习惯是，优先级数越**大/小**，优先级越**低/高**
  - 特别地， $\text{priority}(v) == \text{INT\_MAX}$ ，意味着 $v$ 的优先级最低

## 统一框架 (1/2)

```
template <typename Tv, typename Te>

template <typename PU> //优先级更新器 (函数对象)

void Graph<Tv, Te>::PFS( Rank v, PU prioUpdater ) { //PU的策略, 因算法而异

    priority(v) = 0; status(v) = VISITED; //起点v加至PFS树中

    while (1) { //将下一顶点和边加至PFS树中

        /* ... 依次引入n-1个顶点 (和n-1条边) ... */

    } //while

} //如何推广至非连通图?
```

## 统一框架 (2/2)

```
while (1) { //依次引入n - 1个顶点 (和n - 1条边)

    for ( Rank u = firstNbr(v); -1 != u; u = nextNbr(v, u) ) //对v的每一个邻居u
        prioUpdater( this, v, u ); //更新其优先级及其父亲

    int shortest = INT_MAX;

    for ( Rank u = 0; u < n; u++ ) //从尚未加入遍历树的顶点中, 选出下一个优先级
        if ( ( shortest > priority(u) ) && ( UNDISCOVERED == status(u) ) ) //最高的
            { shortest = priority(u); v = u; } //顶点v

    if ( INT_MAX == shorest ) break; //直至所有顶点均已加入

    status(v) = VISITED; type( parent(v), v ) = TREE; //将v加入遍历树

} //while
```

# 复杂度

- ❖ 执行时间主要消耗于内、外两重循环；其中两个内循环前、后并列
- ❖ 前一内循环的累计执行时间：若采用邻接矩阵，为 $O(n^2)$ ；若采用邻接表，为 $O(n+e)$   
后一循环中，优先级更新的次数呈算术级数变化 $\{ n, n - 1, \dots, 2, 1 \}$ ，累计为 $O(n^2)$   
两项合计，为 $O(n^2)$
- ❖ 后面将会看到：若采用优先级队列，以上两项将分别是 $O(e \log n)$ 和 $O(n \log n)$  //保持兴趣  
两项合计，为 $O((e+n) \log n)$
- ❖ 这是很大的改进——尽管对于稠密图而言，反而是倒退 //已有接近于 $O(e + n \log n)$ 的算法
- ❖ 基于这个统一框架，如何解决具体的应用问题...