Hong Kong Mathematics Olympiad 2005-2006
Heat Event (Individual)

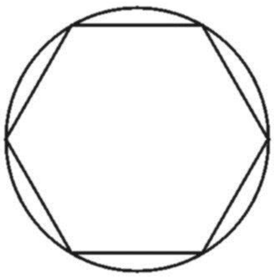
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.
除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

1. 設 $\sqrt{20+\sqrt{300}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$ 及 $w=x^2+y^2$，求 w 的值。

   Let $\sqrt{20+\sqrt{300}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$ and $w=x^2+y^2$, find the value of w.

2. 如圖一，一個正六邊形內接於一個圓周為 4 m 的圓內。設該正六邊形的面積是 A m^2，求 A 的值。(取 $\pi=\frac{22}{7}$)

   In Figure 1, a regular hexagon is inscribed in a circle with circumference 4 m. If the area of the regular hexagon is A m^2, find the value of A. (Take $\pi=\frac{22}{7}$)



圖一
Figure 1

3. 已知 $\dfrac{1}{2+\dfrac{3}{1+\dfrac{1}{x}}}=\dfrac{5}{28}$，求 x 的值。

   Given that $\dfrac{1}{2+\dfrac{3}{1+\dfrac{1}{x}}}=\dfrac{5}{28}$, find the value of x.

4. 設 $A=\dfrac{2006}{20052005^2-20052004\times 20052006}$，求 A 的值。

Let $A=\dfrac{2006}{20052005^2-20052004\times 20052006}$, find the value of A.

5. 已知 $4\sec^2\theta°-\tan^2\theta°-7\sec\theta°+1=0$ 及 $0\le\theta°\le 180°$，求 θ 的值。

Given that $4\sec^2\theta°-\tan^2\theta°-7\sec\theta°+1=0$ and $0\le\theta°\le 180°$, find the value of θ.

6. 已知 w、x、y 和 z 是正整數且滿足方程 $w+x+y+z=12$。若方程有 W 組不同的正整數解，求 W 的值。

Given that w, x, y and z are positive integers which satisfy the equation $w+x+y+z=12$. If there are W sets of different positive integral solutions of the equation, find the value of W.

7. 已知在數列 1001，1001001，1001001001，…，$1\underbrace{00}_{2}1\underbrace{00}_{2}1\ldots1\underbrace{00}_{2}1$，… 中有 R 個質數，求 R 的值。

Given that the number of prime numbers in the sequence 1001, 1001001, 1001001001, …, $1\underbrace{00}_{2}1\underbrace{00}_{2}1\ldots1\underbrace{00}_{2}1$, … is R, find the value of R.

8. 設 $\lfloor x\rfloor$ 表示不大於 x 的最大整數，例如 $\lfloor 2.5\rfloor=2$。若 $B=\left\lfloor\log_7\left(462+\log_2\lfloor\tan 60°\rfloor+\sqrt{9872}\right)\right\rfloor$，求 B 的值。

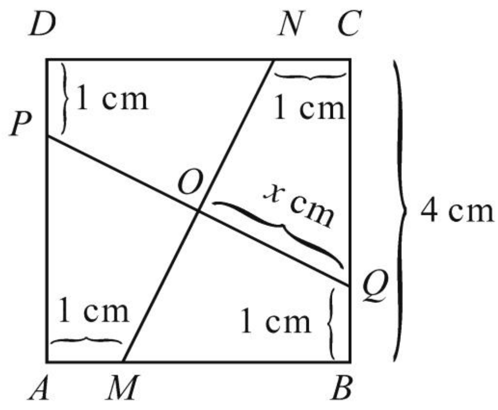
Let $\lfloor x\rfloor$ be the largest integer not greater than x, for example, $\lfloor 2.5\rfloor=2$. If $B=\left\lfloor\log_7\left(462+\log_2\lfloor\tan 60°\rfloor+\sqrt{9872}\right)\right\rfloor$, find the value of B.

9. 已知 7^{2006} 的個位數是 C，求 C 的值。

Given that the units digit of 7^{2006} is C, find the value of C.

10. 如圖二，$ABCD$ 是一正方形，其邊長為 4 cm。線段 PQ 和 MN 相交於點 O。若 PD 、 NC 、 BQ 和 AM 的長度是 1 cm, OQ 的長度是 x cm，求 x 的值。

In Figure 2, $ABCD$ is a square with side length equal to 4 cm. The line segments PQ and MN intersect at the point O. If the lengths of PD, NC, BQ and AM are 1 cm and the length of OQ is x cm, find the value of x.



圖二

Figure 2

.

***　全卷完　***

***　End of Paper　***