

Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες

2η Εργαστηριακή Άσκηση

Σπυρίδων Παυλάτος 03116113
Ομάδα A2 - Συνεργάτης : Νεοκλής Βαϊνδηρλής
spyrospavlatos4@gmail.com

Σκοπός Εργαστηριακής Άσκησης

Στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση θα μελετηθούν οι ψηφιακές διαμορφώσεις **BPAM** (Binary Pulse Amplitude Modulation) και οι **BPSK**, **QPSK**, **8-PSK**, οι οποίες είναι παραλλαγές του γενικότερου σχήματος διαμόρφωσης **MPSK** (M-Phase Shift Keying), για $M = 2, 4, 8$ αντίστοιχα. Θα μελετηθούν οι αστερισμοί(constellations) των παραπάνω διαμορφώσεων και θα προσομοιωθεί η μετάδοση των διαμορφωμένων σημάτων σε δίαυλο με θόρυβο **AWGN** (Additive White Gaussian Noise), με σκοπό να υπολογιστεί η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (**BEP** - Bit Error Probability) για διάφορες τιμές του σηματοθορυβικού λόγου **SNR**. Επίσης, θα γίνει επεξεργασία δύο αρχείων, ένα κειμένου και ένα ήχου, τα οποία θα διαμορφωθούν κατά QPSK και θα περάσουν από δίαυλο με AWGN και στη συνέχεια θα υλοποιηθεί ο δέκτης για την αποδιαμόρφωση των σημάτων.

1^ο Ερώτημα

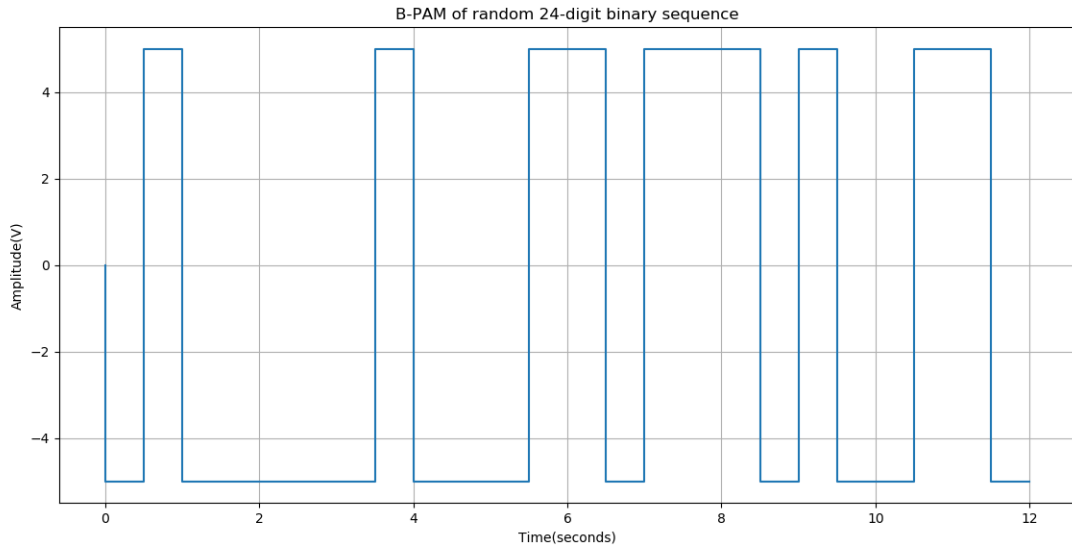
α' Η BPAM είναι μία διαμόρφωση πλάτους για τη μετάδοση δυαδικής πληροφορίας και ισοδυναμεί με την κωδικοποίηση γραμμής NRZ (Non Return to Zero) Polar. Για την αναπαράσταση του ψηφίου 1 χρησιμοποιείται παλμός τάσης πλάτους A Volts διάρκειας T_b (διάρκεια συμβόλου), ενώ για την αναπαράσταση του ψηφίου 0 χρησιμοποιείται παλμός τάσης πλάτους $-A$ Volts και διάρκειας T_b . Έτσι, η μετάδοση του ψηφίου 1 ισοδυναμεί με το σήμα

$$s_1(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq T_b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

και όμοια το σήμα για τη μετάδοση του ψηφίου 0 είναι

$$s_0(t) = \begin{cases} -A, & 0 \leq t \leq T_b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Με χρήση της συνάρτησης `random.randint()` της `numpy` παράγουμε μία τυχαία δυαδική ακολουθία 24 ψηφίων. Στη συνέχεια διαμορφώνουμε την παραπάνω ακολουθία κατά BPAM πλάτους $= 5$ Volts και διάρκεια ψηφίου $T_b = 0.5s$.

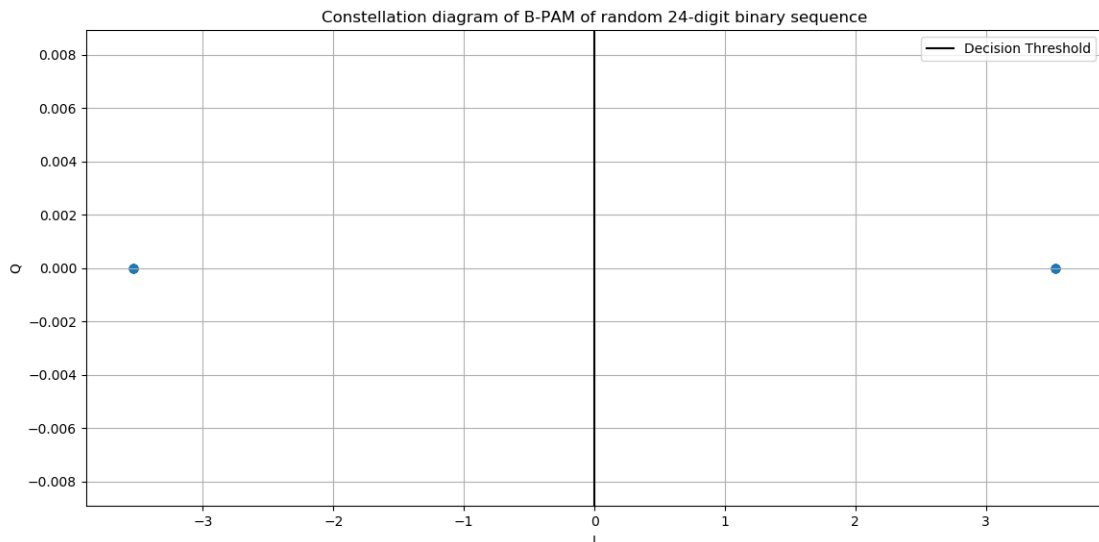


Ερώτημα 1.α' - Διαμόρφωση κατά BPAM τυχαίας δυαδικής ακολουθίας 24 ψηφίων

β' Η ενέργεια των $s_0(t), s_1(t)$ (ή ενέργεια ψηφίου) είναι $E_1 = E_2 = A^2 T_b = E_{BPAM}$. Η μία συνάρτηση βάσης για την BPAM τότε μπορεί να γραφεί ως

$$\phi_1(t) = \begin{cases} \sqrt{E_{BPAM}}, & 0 \leq t \leq T_b \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Προφανώς, ισχύει πως $s_1(t) = \sqrt{E_{BPAM}} \cdot \phi_1(t)$ και $s_0(t) = -\sqrt{E_{BPAM}} \cdot \phi_1(t)$ και άρα έχουμε ένα μονοδιάστατο αστερισμό (στον άξονα I). Τα σημεία που αντιστοιχίζονται τα s_1, s_2 στο επίπεδο $I - Q$ είναι τα $(\sqrt{E_{BPAM}}, 0)$ και $(-\sqrt{E_{BPAM}}, 0)$ αντίστοιχα. Αν θεωρήσουμε τα δυαδικά ψηφία ισοπίθανα, τότε το decision threshold ταυτίζεται με τον κατακόρυφο άξονα Q.



Ερώτημα 1.β' - Αστερισμός του σήματος BPAM

γ' Το διαμορφωμένο κατά BPAM σήμα περνάει μέσα από διάλυο, όπου του προστίθεται AWGN θόρυβος. Ο θόρυβος προσομοιώνεται ως μιγαδική στοχαστική διαδικασία $Z = X + jY$. Οι τυχαίες διαδικασίες X, Y είναι ανεξάρτητες και κάθε μία εξ'αυτών ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 0 και τυπική απόκλιση, τέτοια ώστε η μονόπλευρη φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου να είναι $N_0/2$, δηλαδή $X \sim \mathcal{N}(0, \frac{N_0}{2})$

και $Y \sim \mathcal{N}(0, \frac{N_0}{2})$. Αφού ο θόρυβος είναι προσθετικός, το λαμβανόμενο σήμα στην πλευρά του δέκτη είναι

$$r(t) = s_i(t) + Z(t)$$

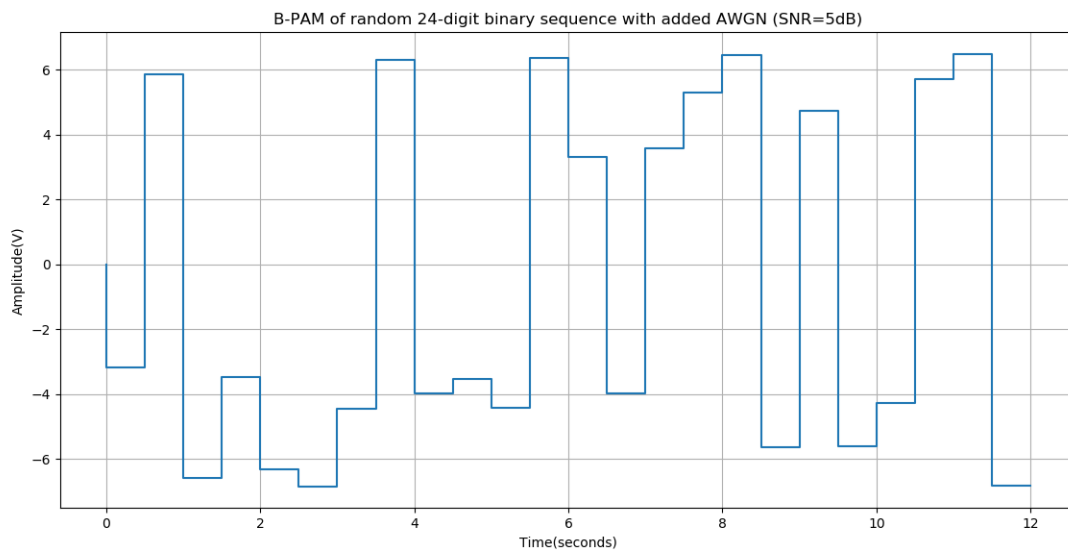
Η τιμή του N_0 καθορίζεται από το σηματοθορυβικό λόγο του διαύλου

$$SNR = \frac{E_b}{N_0}$$

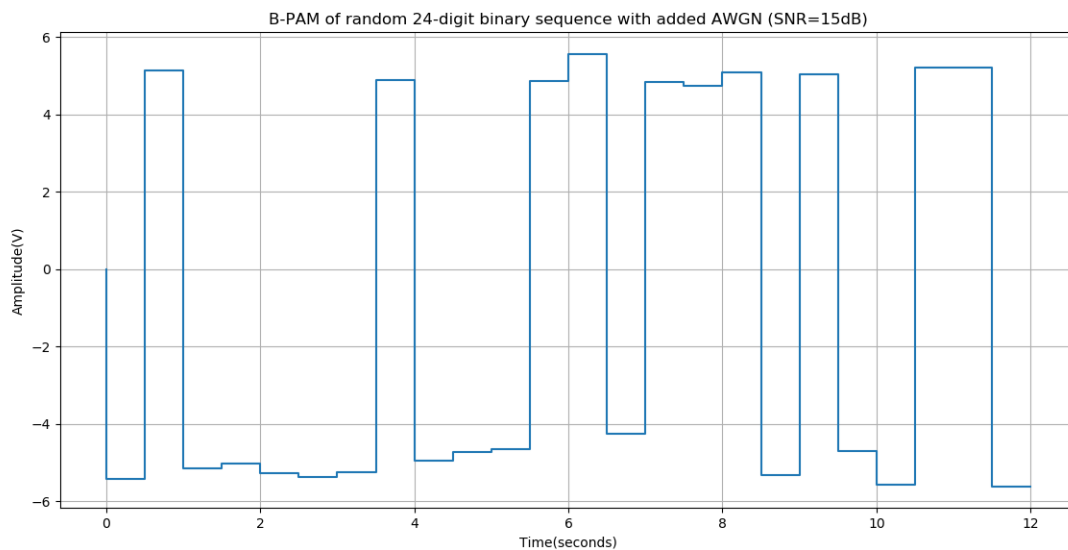
όπου E_b η ενέργεια του ψηφίου, που ισούται με την E_{BPAM} για την BPAM. Αν ο σηματοθορυβικός λόγος είναι εκφρασμένος σε dB, τότε θα ισχύει :

$$N_0 = \frac{E_b}{10^{SNR/10}}$$

Προσθέτουμε στο διαμορφωμένο κατά BPAM σήμα θόρυβο AWGN για δύο τιμές SNR : i. 5dB ii. 15dB.



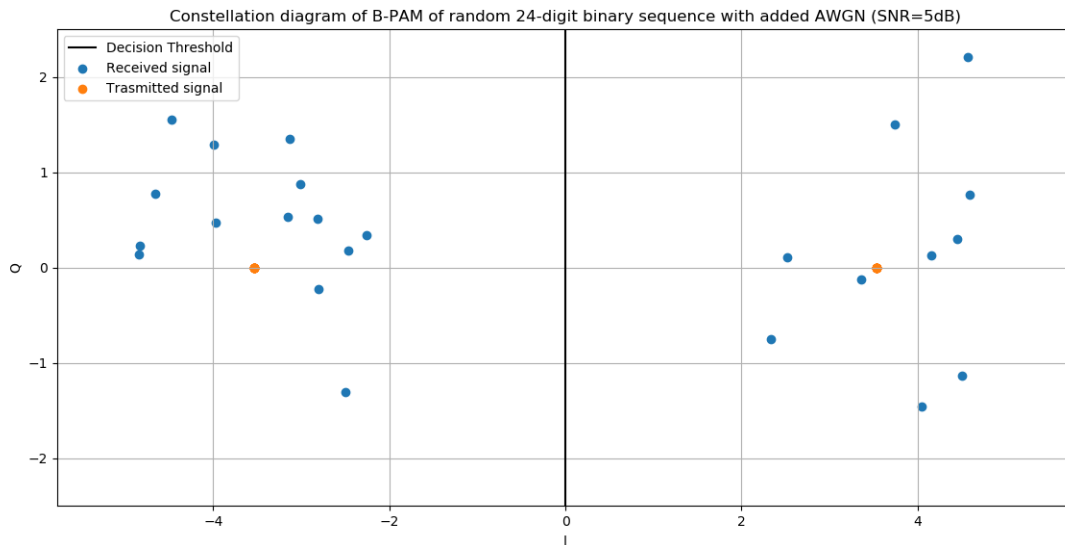
Ερώτημα 1.γ' - Προσθήκη AWGN στο BPAM διαμορφωμένο σήμα με $E_b N_0 = 5dB$



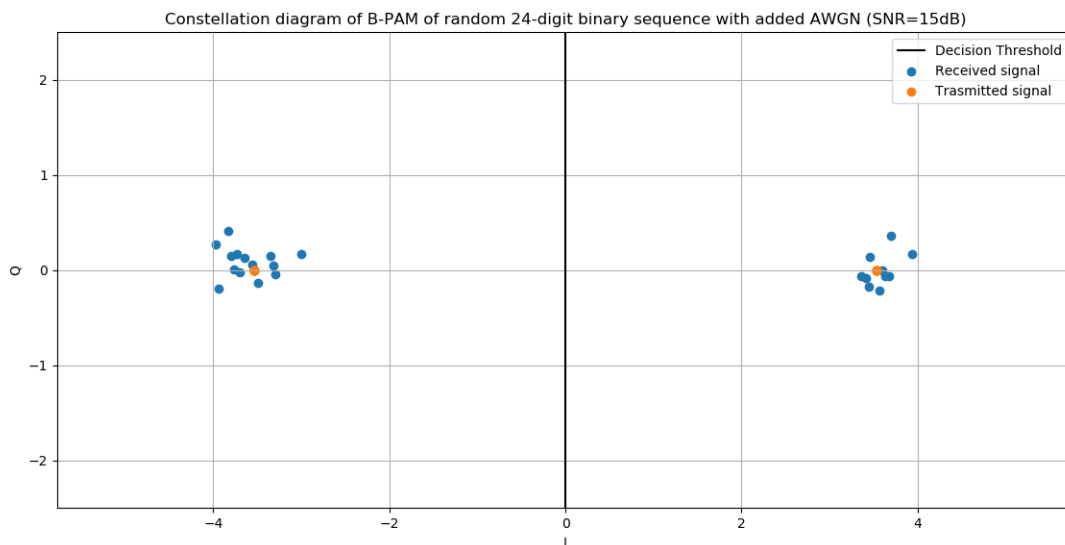
Ερώτημα 1.γ' - Προσθήκη AWGN στο BPAM διαμορφωμένο σήμα με $E_b N_0 = 15dB$

Παρατηρούμε αλλοίωση του λαμβανόμενου σήματος και στις δύο περιπτώσεις, με μεγαλύτερη αλλοίωση στα 5dB, όπως αναμέναμε.

δ' Οι αστερισμοί για τα παραπάνω σήματα αναμένουμε να σχηματίζουν ένα «νέφος» γύρω από τον αστερισμό του διαμορφωμένου BPAM. Παρατηρούμε ότι για τη χαμηλή τιμή του SNR τα λαμβανόμενα σήματα είναι



Ερώτημα 1.δ' - Αστερισμός λαμβανόμενου σήματος με προστιθέμενο AWGN με $E_b/N_0 = 5dB$



Ερώτημα 1.δ' - Αστερισμός λαμβανόμενου σήματος με προστιθέμενο AWGN με $E_b/N_0 = 15dB$

αρκετά πιο απομακρυσμένα από τον αστερισμό της BPAM, γεγονός που δυσχεραίνει την απόφαση.

ε' Η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (Bit Error Probability) ορίζεται ως

$$P[Error] = P[(0 \text{ transmitted } 1 \text{ decided}) \text{ or } (1 \text{ transmitted } 0 \text{ decided})] = P[(0_T, 1_D) \text{ or } (1_T, 0_D)]$$

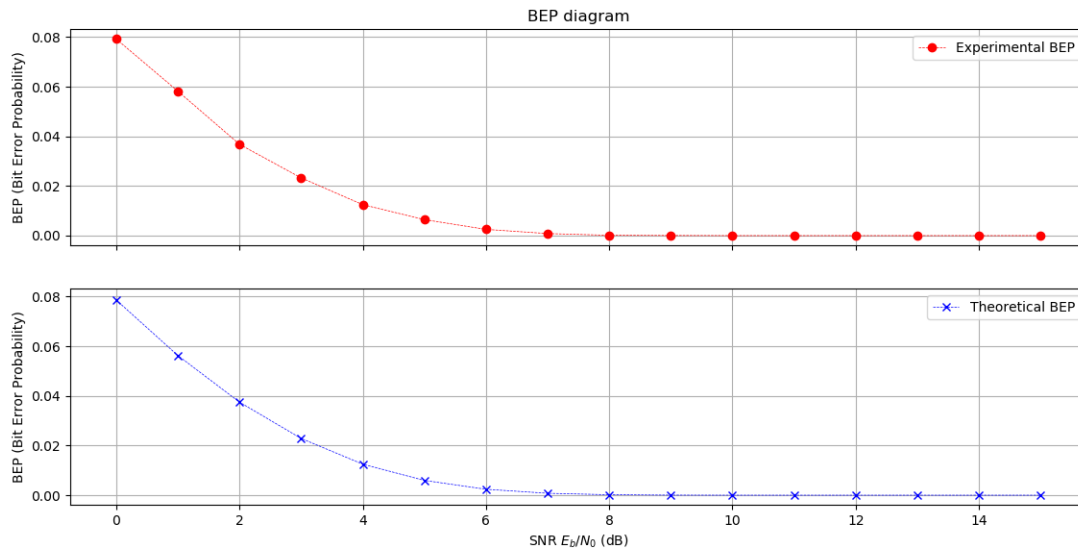
Τα ενδεχόμενα $(0_T, 1_D)$ και $(1_T, 0_D)$ είναι ξένα μεταξύ τους και άρα $P[Error] = P[0_T, 1_D] + P[1_T, 0_D]$. Από τον ορισμό της δεσμευμένης πιθανότητας προκύπτει $P[Error] = P[0_T]P[0_T|1_D] + P[1_T]P[1_T|0_D]$. Θεωρώντας τα bits ισοπίθανα και αφού ο προστιθέμενος θόρυβος ακολουθεί Gaussian κατανομή, προκύπτει για το βέλτιστο δέκτη ότι η πιθανότητα λάθους είναι

$$P[Error] = Q\left(\frac{\text{άπόσταση μεταξύ των σημάτων}}{2 \times \text{noise RMS value}}\right)$$

όπου $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp(-\frac{\lambda^2}{2}) d\lambda$. Στην περίπτωση της BPAM η απόσταση των σημάτων είναι $2 \times \sqrt{E_{BPAM}}$ και άρα προκύπτει ότι η θεωρητική πιθανότητα λάθους είναι

$$P[Error]_{BPAM} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_{BPAM}}{N_0}}\right)$$

Για τον πειραματικό προσδιορισμό της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου παράγουμε 10^5 τυχαία bits με τη συνάρτηση `random.randint()` της `numpy` και μετράμε τον αριθμό των λανθασμένων bits έπειτα από την προσθήκη AWGN θορύβου για τιμές SNR από 0 έως 15dB με βήμα 1dB. Η αναγνώριση των λάθους ψηφίων γίνεται συγκρίνοντας το bitstream πριν την διαμόρφωση με το λαμβανόμενο bitstream, το οποίο προκύπτει έπειτα απο αποκωδικοποίηση βάση της περιοχής απόφασης του λαμβανόμενου αστερισμού. Κατασκευάζουμε το πειραματικό διάγραμμα για την BER και συγκρίνουμε τις θεωρητικές με τις πειραματικές τιμές.



Ερώτημα 1.ε' - Πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου για την BPAM (πειραματική καμπύλη και θεωρητικές τιμές)

Παρατηρούμε πως οι πειραματικές τιμές συμφωνούν σε πολύ μεγάλο βαθμό με τις θεωρητικές.

2ο Ερώτημα

Η γενική μορφή διαμόρφωσης MPSK είναι μία διαμόρφωση μετατόπισης φάσης, δηλαδή η πληροφορία που θέλουμε να μεταδώσουμε βρίσκεται στη στιγμιαία φάση του διαμορφωμένου σήματος. Το bitstream προς μετάδοση χωρίζεται σε ομάδες με $\log_2 M$ bits η κάθε μία. Η κάθε ομάδα από bits αντιστοιχεί σε ένα σύμβολο προς μετάδοση (είναι προφανές πως έχουμε $\log_2 M$ σύμβολα) και σε κάθε σύμβολο αντιστοιχεί μία ημιτονοειδής κυματομορφή. Ο γενικός τύπος για τις μεταδιδόμενες κυματομορφές για την MPSK είναι :

$$s_i = A \cos(2\pi f_c t + 2\pi \frac{i}{M}), \quad 0 \leq i \leq M, \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad f_c \text{ carrier frequency,}$$

Η ενέργεια της κάθε κυματομορφής είναι $E_s = A^2 T_s / 2$ Joules και οι συναρτήσεις βάσης είναι

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} A \cos(2\pi f_c t) \quad \text{και} \quad \phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}} A \sin(2\pi f_c t)$$

Ο αστερισμός της MPSK περιλαμβάνει τα σήματα τοποθετημένα σε έναν κύκλο ακτίνας $\sqrt{E_s}$ και να απέχουν $\frac{2\pi}{M}$ ακτίνια μεταξύ τους.

BPSK	
0	s_1
1	s_2
QPSK	
00	m_1
01	m_2
11	m_3
10	m_4
8PSK	
000	q_1
001	q_2
011	q_3
010	q_4
110	q_5
111	q_6
101	q_7
100	q_8

α' Για την BPSK μεταδίδεται 1 bit ανά σύμβολο, για την QPSK 2 bit ανά σύμβολο και για την 8PSK 3 bit ανά σύμβολο. Με κωδικοποίηση Gray έχουμε τον παρακάτω πίνακα για την αντιστοιχία συμβόλων με ομάδες bit :

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, όπως αυτά τυπώθηκαν στην κονσόλα είναι τα ακόλουθα:

BPSK symbol sequence : 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0

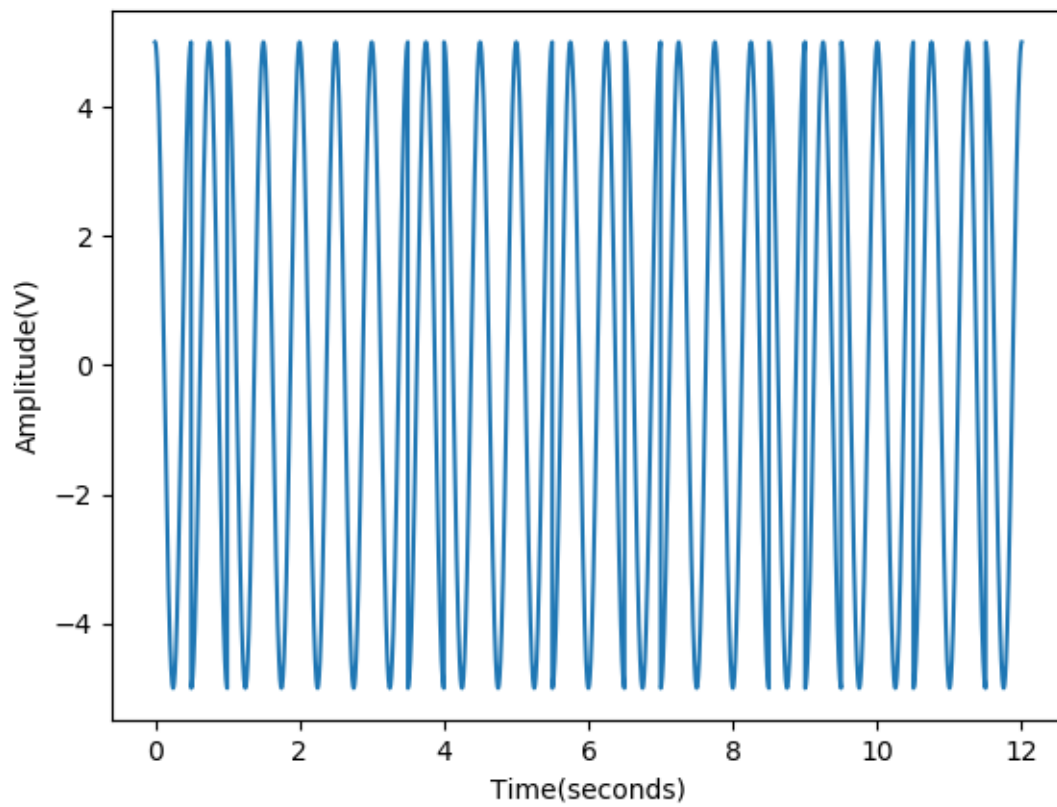
QPSK symbol sequence : 01, 00, 00, 01, 00, 01, 10, 11, 10, 10, 01, 10

8-PSK symbol sequence : 010, 000, 010, 001, 101, 110, 100, 110

Προφανώς η διάρκεια των συμβόλων είναι $T_s = \log_2 MT_b$

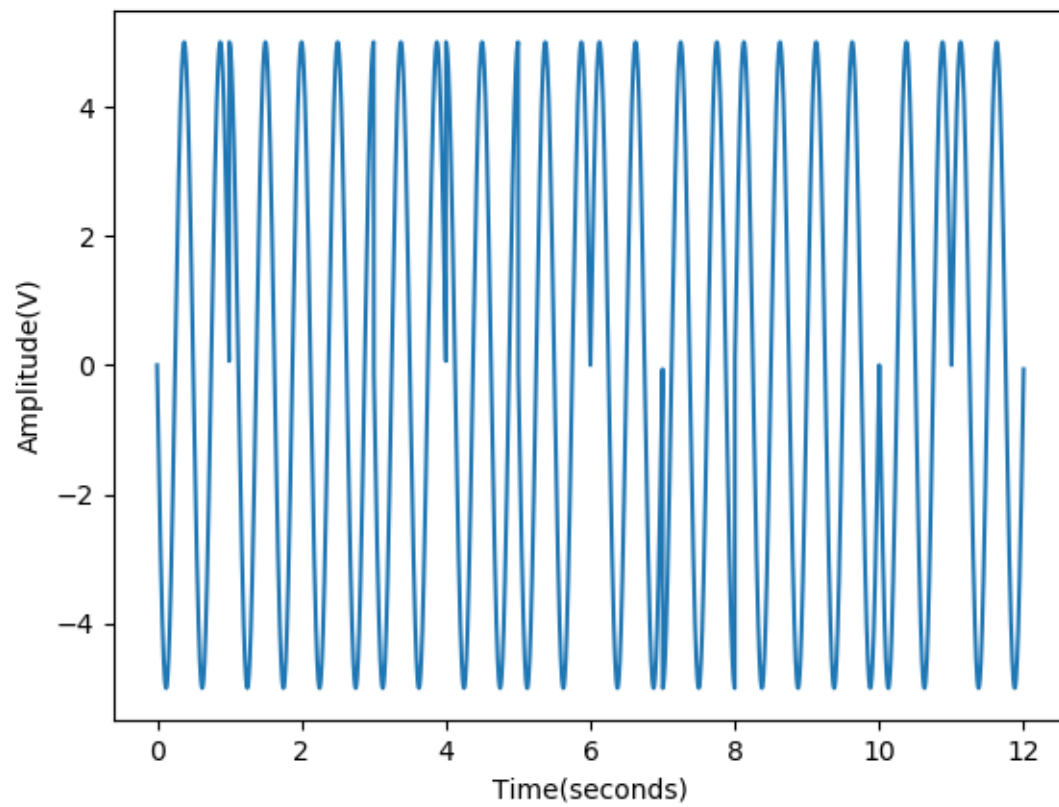
β' Για τα διαμορφωμένα σήματα θεωρούμε φέρουσα συχνότητα $f_c = 2Hz$, πλάτος $A = 5Volts$ και κωδικοποίηση Gray. Τα αποτελέσματα είναι τα παρακάτω :

BPSK modulation with carrier frequency 2Hz and symbol duration 0.5s



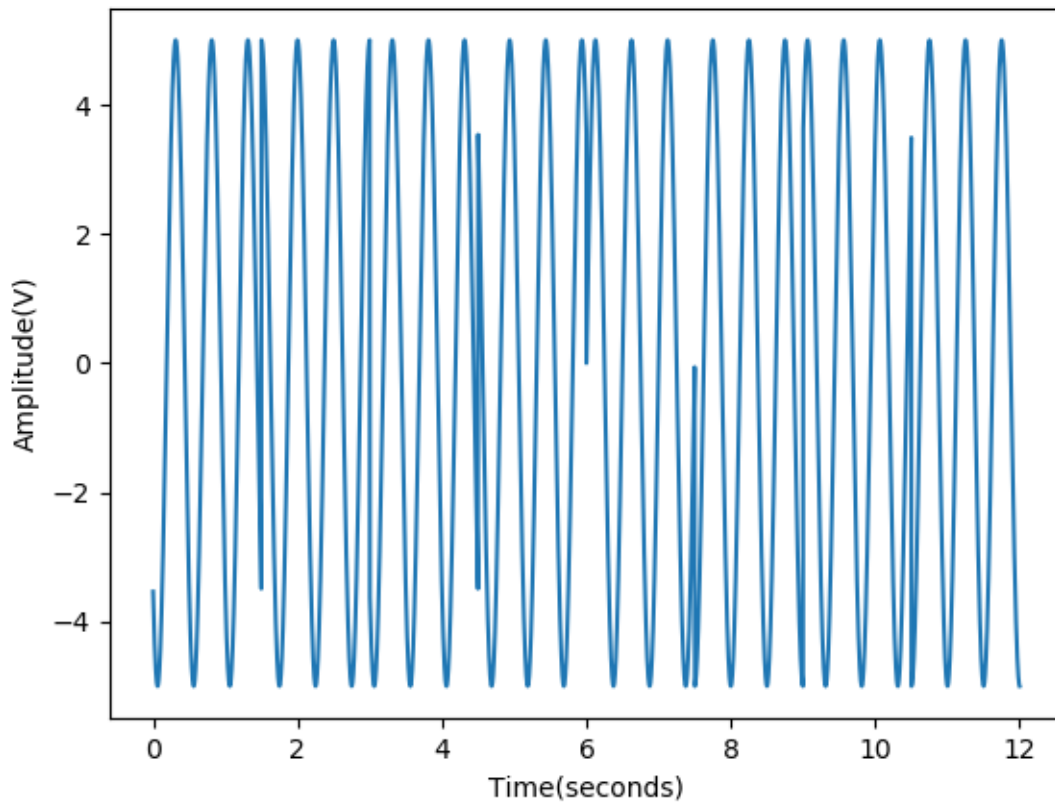
Ερώτημα 2.β' - Διαμορφωμένο κατά BPSK σήμα του ερωτήματος 1

QPSK modulation with carrier frequency 2Hz and symbol duration 1.0s



Ερώτημα 2.β' - Διαμορφωμένο κατά QPSK σήμα του ερωτήματος 1

8-PSK modulation with carrier frequency 2Hz and symbol duration 1.5s



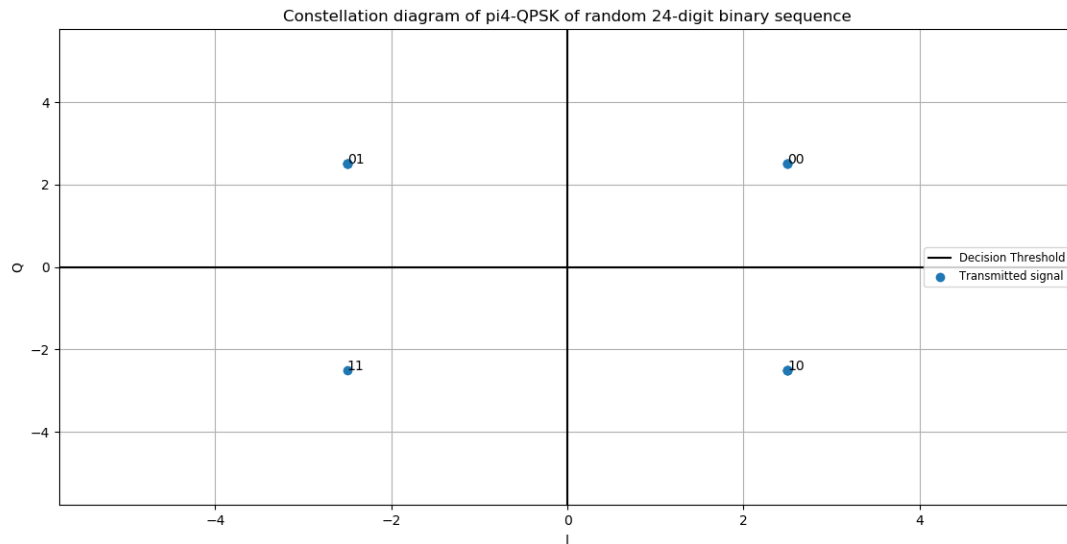
Ερώτημα 2.β' - Διαμορφωμένο κατά 8PSK σήμα του ερωτήματος 1

3^ο Ερώτημα

α' Η QPSK με κωδικοποίηση $(\pi/4)$ Gray, προσθέτει στη φάση των διαμορφωμένων κυματομορφών $\pi/4$ ακτίνια και έτσι οι διαμορφωμένες κυματομορφές είναι :

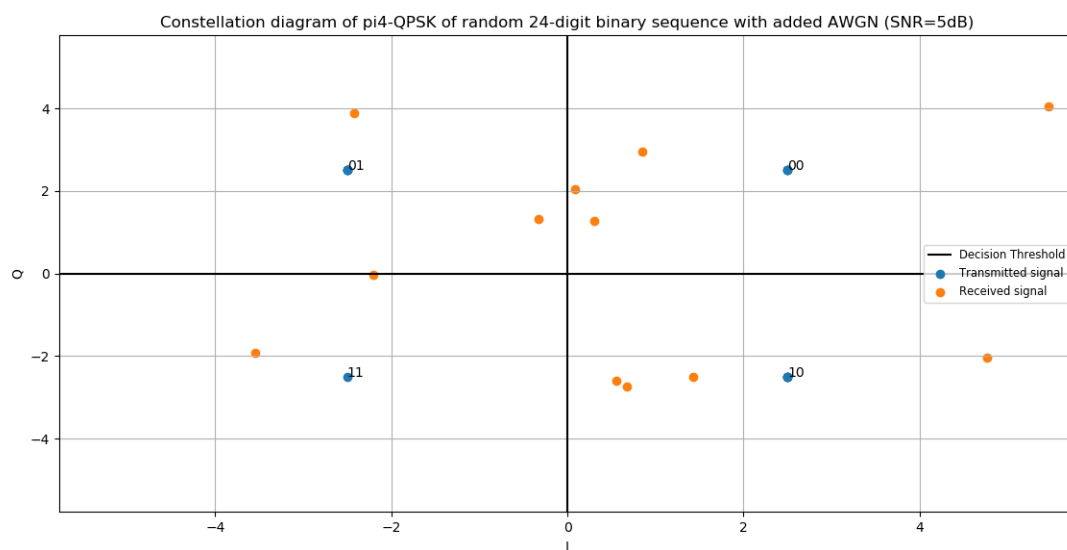
$$s_i = A \cos(2\pi f_c t + 2\pi \frac{i}{4} + \pi/4), \quad 0 \leq i \leq 4, \quad 0 \leq t \leq T_s = 2T_b$$

Αποτέλεσμα αυτού είναι η τοποθέτηση των σημάτων στις γωνίες $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$ στον κύκλο ακτίνας $\sqrt{E_s}$ του αστερισμού. Έτσι, διευκολύνεται η οριοθέτηση των περιοχών απόφασης, καθώς κάθε τεταρτημόριο αντιστοιχεί σε ένα σύμβολο.

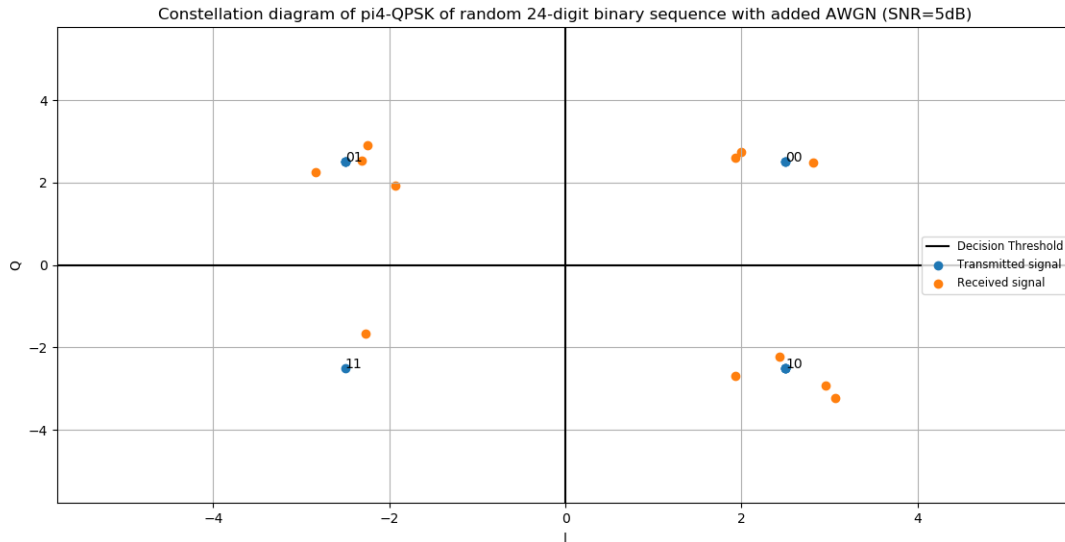


Ερώτημα 3.α' - Αστερισμός για την $\pi/4$ QPSK

β' Προσθέτουμε στο διαμορφωμένο κατά $\pi/4$ QPSK σήμα το θόρυβο AWGN για δύο τιμές SNR ($\frac{E_s}{N_0}$) :
i. 5dB ii. 15dB.



Ερώτημα 3.β' - Αστερισμός λαμβανόμενου σήματος μετά από διαμόρφωση $\pi/4$ QPSK με προστιθέμενο AWGN με $E_s/N_0 = 5dB$



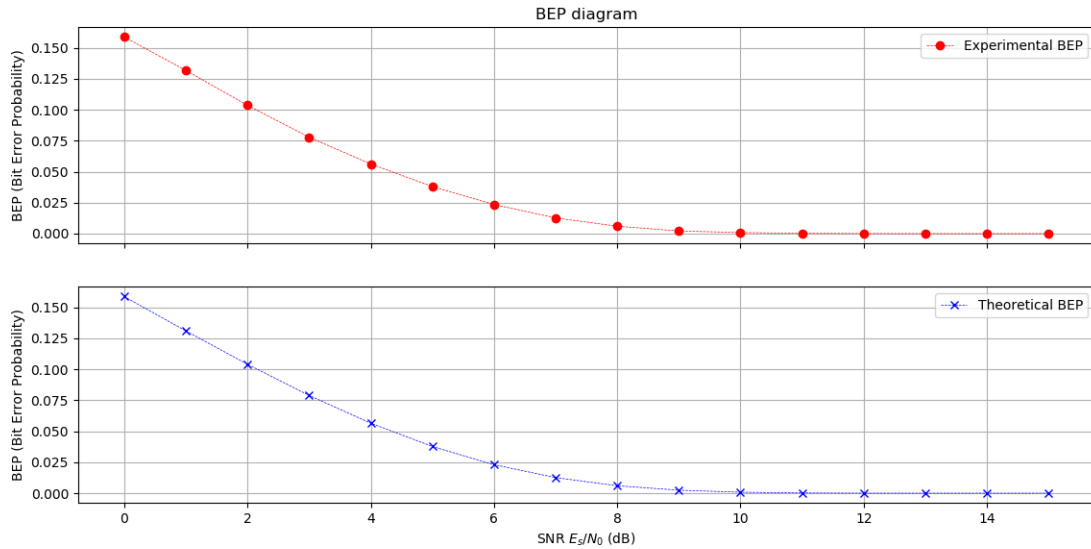
Ερώτημα 3.β' - Αστερισμός λαμβανόμενου σήματος μετά από διαμόρφωση $\pi/4$ QPSK με προστιθέμενο AWGN με $E_s/N_0 = 15dB$

Παρατηρούμε ότι για τη χαμηλή τιμή του SNR τα λαμβανόμενα σήματα είναι αρκετά πιο απομακρυσμένα από τον αστερισμό της $\pi/4$ QPSK, γεγονός που δυσχεραίνει την απόφαση.

γ' Με παρόμοια ανάλυση, όπως αυτής του ερωτήματος 1.ε', καταλήγουμε στη σχέση για την πιθανότητα λάθους της QPSK :

$$P[Error]_{QPSK} = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

Για τον πειραματικό προσδιορισμό της πιθανότητας εσφαλμένου ψηφίου παράγουμε 10^5 τυχαία bits με τη συνάρτηση `random.randint()` της `numpy` και μετράμε τον αριθμό των λανθασμένων bits έπειτα από την προσθήκη AWGN θορύβου για τιμές SNR από 0 έως 15dB με βήμα 1dB. Η αναγνώριση των λάθους ψηφίων γίνεται συγκρίνοντας το `bitstream` πριν την διαμόρφωση με το λαμβανόμενο `bitstream`, το οποίο προκύπτει έπειτα από αποκωδικοποίηση βάση των περιοχών απόφασης (στην προκειμένη τεταρτημόρια) του λαμβανόμενου αστερισμού. Κατασκευάζουμε το πειραματικό διάγραμμα για την BER και συγκρίνουμε τις θεωρητικές με τις πειραματικές τιμές.



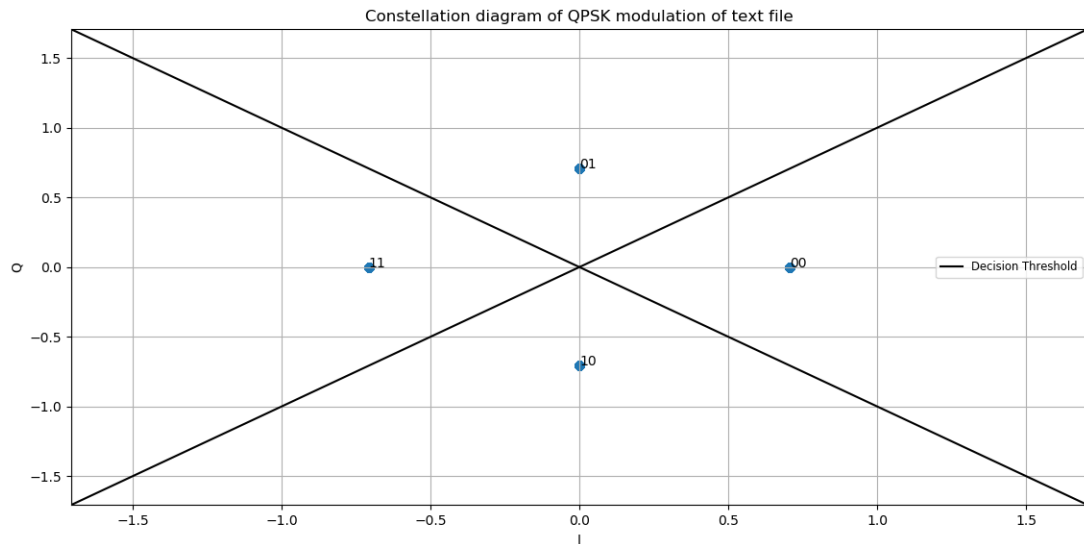
Ερώτημα 3.γ' - Πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου για την $\pi/4$ QPSK (πειραματική καμπύλη και θεωρητικές τιμές)

Παρατηρούμε πως οι τιμές για την QPSK διαφέρουν από αυτές τις BPAM που υπολογίσαμε στο 1.ε'. Αυτό είναι λογικό, καθώς για την QPSK θεωρήσαμε το SNR σαν E_s/N_0 , ενώ για την BPAM ως E_b/N_0 . Είναι προφανές, πως λόγω της σχέσης $E_s = 2E_b$ θα προκύψει διαφορά της τιμής του N_0 για κάθε τιμή του SNR, καθώς αυτό κινείται στο εύρος 0-15dB με βήμα 1dB. Έτσι, η ενέργεια E_b κάθε ψηφίου στην QPSK είναι υποδιπλάσια της αντίστοιχης στην BPAM, με αποτέλεσμα να υπάρχουν περισσότερα λάθος ψηφία σε σχέση με την BPAM.

δ' Στο ερώτημα αυτό θα διαμορφώσουμε κατά QPSK ένα bitstream που προκύπτει από την μετατροπή σε binary ενός ASCII αρχείου κειμένου. Στη συνέχεια μελετάμε τον αστερισμό του, το περνάμε από δίαυλο με θόρυβο AWGN και στη συνέχεια αποκωδικοποιούμε το λαμβανόμενο bitstream και το μετατρέπουμε ξανά σε κείμενο, συγκρίνοντας το τελικό με το αρχικό κείμενο για διάφορες τιμές SNR.

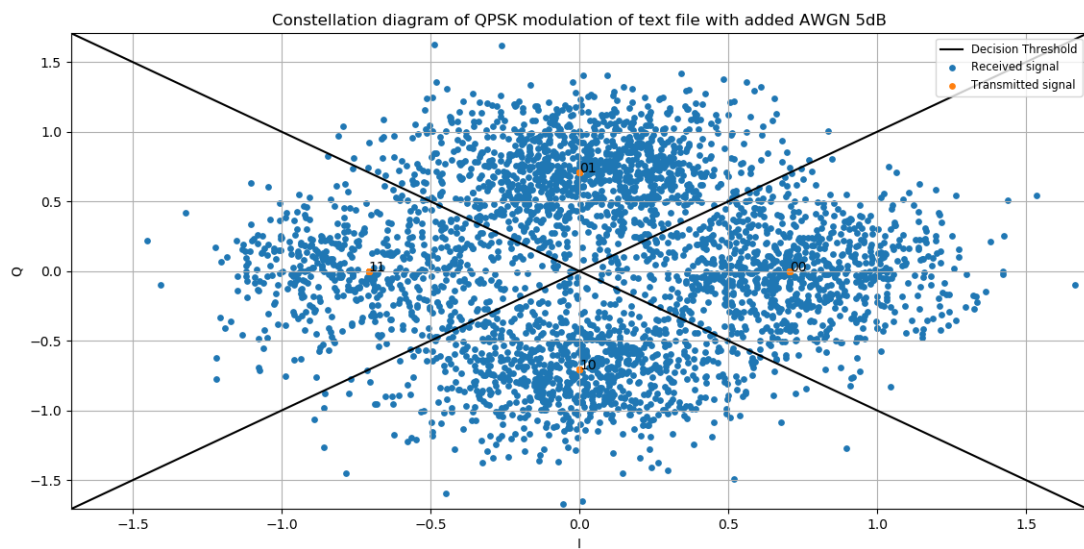
Σημείωση: Επειδή στο αρχικό .txt αρχείο περιέχονταν χαρακτήρες που δεν αντιστοιχούν σε ASCII, έγινε αλλαγή αυτών των χαρακτήρων με αντίστοιχους ASCII.

(i,iii) Αρχικά διαβάζουμε το αρχείο κειμένου με τη συνάρτηση `read()` της Python και μετατρέπουμε το ASCII κείμενο σε bitstream μετατρέποντας τους ASCII χαρακτήρες στους αντίστοιχους δεκαδικούς αριθμούς και κατόπιν παίρνουμε τον αντίστοιχο δυαδικό αριθμό. Έπειτα διαμορφώνουμε σε βασική ζώνη το παραπάνω bitstream κατά QPSK με κωδικοποίηση Gray. Λαμβάνουμε τον αναμενόμενο αστερισμό για QPSK διαμόρφωση :

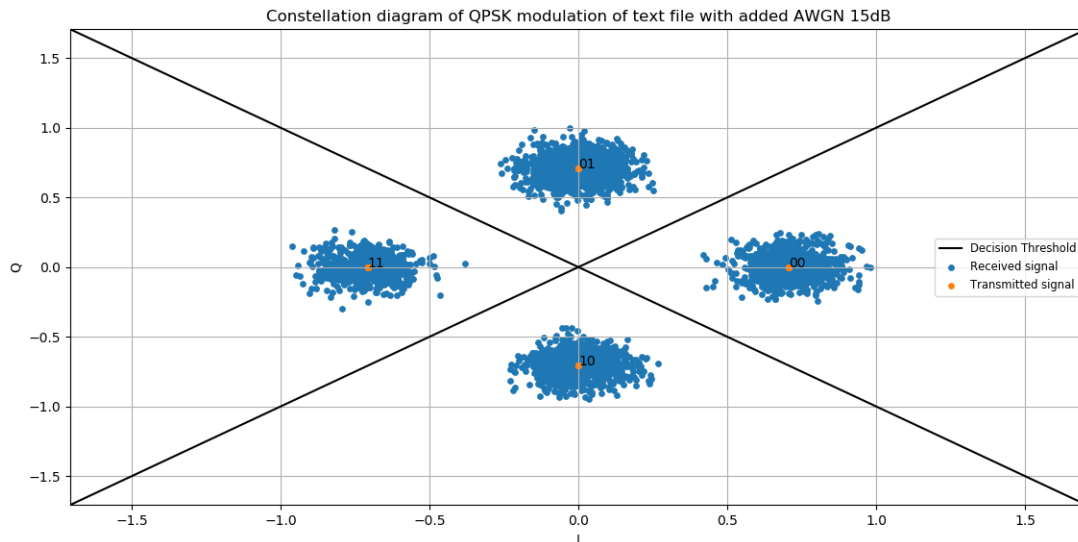


Ερώτημα 3.δ' - Αστερισμός διαμορφωμένου κατά QPSK αρχείου κειμένου

(iv,v) Στη συνέχεια προσθέτουμε στον αστερισμό AWGN θόρυβο με SNR ($\frac{E_s}{N_0}$) : i. 5dB ii. 15dB. Έτσι, οι λαμβανόμενοι αστερισμοί είναι οι ακόλουθοι:



Ερώτημα 3.δ' - Αστερισμός διαμορφωμένου κατά QPSK αρχείου κειμένου με προσθήκη θορύβου με SNR 5dB



Ερώτημα 3.δ' - Αστερισμός διαμορφωμένου κατά QPSK αρχείου κειμένου με προσθήκη θορύβου με SNR 15dB

Παρατηρούμε πως στην περίπτωση του SNR ίσου με 15dB τα λαμβανόμενα σήματα είναι πολύ πιο συγκεντρωμένα κοντά στον αστερισμό της QPSK σε αντίθεση με SNR ίσο με 5dB.

(vi) Τα σύνορα απόφασης (decision thresholds) αποτελούν σε αυτήν την περίπτωση οι ευθείες $y = x$ και $y = -x$, χωρίζοντας έτσι τις 4 περιοχές απόφασης. Ο δέκτης αποκωδικοποιεί τα λαμβανόμενα σύμβολα βάση του προσήμου των συντεταγμένων s_I και s_Q των λαμβανόμενων σημάτων και της διαφοράς $|s_I - s_Q|$.

Η θεωρητική πιθανότητα λάθους υπολογίζεται βάση της σχέσης του ερωτημάτος 3.β'. Για την πειραματική πιθανότητα λάθους υπολογίζουμε το πλήθος των λάθους ψηφίων συγκρίνοντας το λαμβανόμενο bitstream με το αρχικό και διαιρούμε με το πλήθος των bits. Τα αποτελέσματα, όπως τυπώθηκαν στην κονσόλα είναι τα ακόλουθα :

Experimental BEP for QPSK with SNR=5dB: 0.03684059633027523. 257 errors at 6976bits

Theoretical BEP for QPSK with SNR=5dB: 0.03767898814746339

Experimental BEP for QPSK with SNR=15dB: 0.0. 0 errors at 6976 bits

Theoretical BEP for QPSK with SNR=15dB: 9.361039990685109e-09

Παρατηρούμε πως η θεωρητική τιμή και η πειραματική τιμή συμφωνούν σε πολύ μεγάλο βαθμό.

(vii) Αφού ο δέκτης κάνει την αποκωδικοποίηση των λαμβανόμενων συμβόλων, φτιάχνουμε το λαμβανόμενο bitstream και μετατρέπουμε το binary σε κείμενο. Ακολουθούν τα ανακατασκευασμένα αρχεία κειμένου :
Received text after channel with 5dB AWGN:

Gnalm'txe!gOïd dey3 in the year,!onçci2iSôlas Et-old Scrooge'sa4 buY in hiq kcuîtina,houSe. It oas cole<0blea[(hétIng we'dher: fogg8 Vitb'l: ane he(could h asçtHe\$peoqlen t(e bourt ottside, g wheEzino uP a.d dêwF(beaténg dhEir(h'n\$s upoi dheir 'reasTs,"aïd sôampand themr æet!upon the pavEment ston%\$ to wArm them. The cI4y cloaksha\$ mn|y just\$gone three, bet ét was qqte àark already-ithad iot\$been light"@in diy)and ca Dles Wgze flariîg in p(e wiîdowsof the neighjouri.c\$officaó IYke ruDd} smears u'on(Phd palpable brown aiz. The fng cam% Pkuring in at ever})chink andie}hole, AnD was rO denqâsitêout, that alloôeh t8â court was ov t'e nárrwdUT,!the houses opvosite wmre oere phan4/ms(®)"To sGe the dIîgù loud ome drooting down, obra5rifg gvdrydjMîg,înd mkgHt hafâ"4hought that âturgli÷%e har' by, And was breWing on alaðge saalgn

Received text after channel with 15dB AWGN:

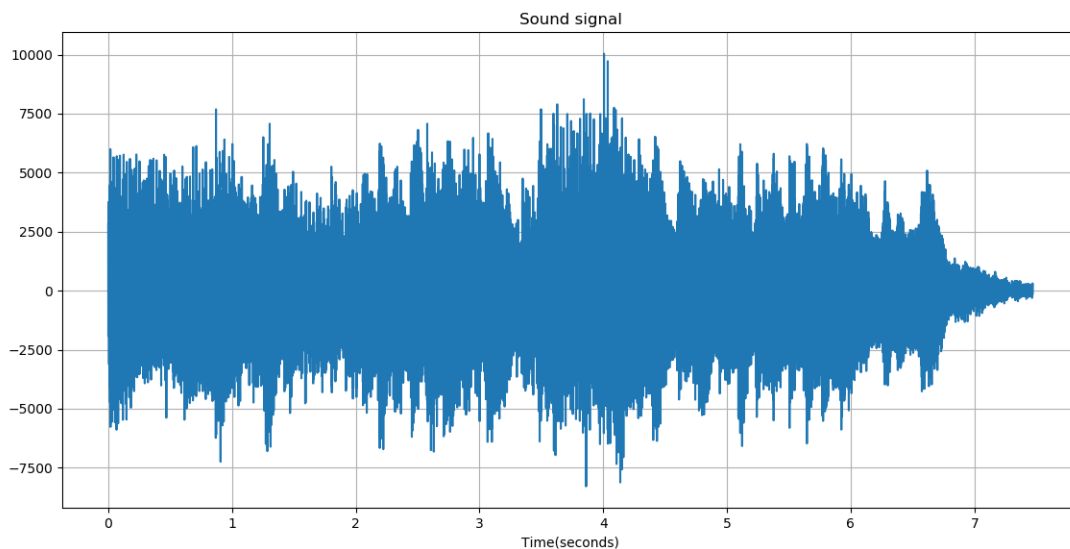
Once upon a time-of all the good days in the year, on Christmas Eve-old Scrooge sat busy in his counting-house. It was cold, bleak, biting weather: foggy withal: and he could hear the people in the court outside, go wheezing up and down, beating their hands upon their breasts, and stamping their feet upon the pavement stones to warm them. The city clocks had only just gone three, but it was quite dark already-it had not been light all day-and candles were flaring in the windows of the neighbouring offices, like ruddy smears upon the palpable brown air. The fog came pouring in at every chink and keyhole, and was so dense without, that although the court was of the narrowest, the houses opposite were mere phantoms. To see the dingy cloud come drooping down, obscuring everything, one might have thought that Nature lived hard by, and was brewing on a large scale.

Παρατηρούμε πως για SNR ίσο με 15dB δεν έχουμε κανένα λάθος bit και έτσι το τελικό κείμενο είναι ολόιδιο με το αρχικό. Αντίθετα, για SNR ίσο με 5dB παρουσιάζονται 257 bit errors και το τελικό κείμενο διαφοροποιείται πολύ από το αρχικό.

4^ο Ερώτημα

Στο ερώτημα αυτό θα διαμορφώσουμε κατά QPSK ένα bitstream που προκύπτει ως έξοδο ενός 8bit κβαντιστή στην είσοδο του οποίου έχουμε ένα αρχείο ήχου. Στη συνέχεια μελετάμε τον αστερισμό του σήματος αυτού, το περνάμε από δίαυλο με θόρυβο AWGN και στη συνέχεια αποκωδικοποιούμε το λαμβανόμενο bitstream και ανακατασκευάζουμε το αρχείο ήχου, συγκρίνοντας το τελικό με το αρχικό αρχείο για διάφορες τιμές SNR.

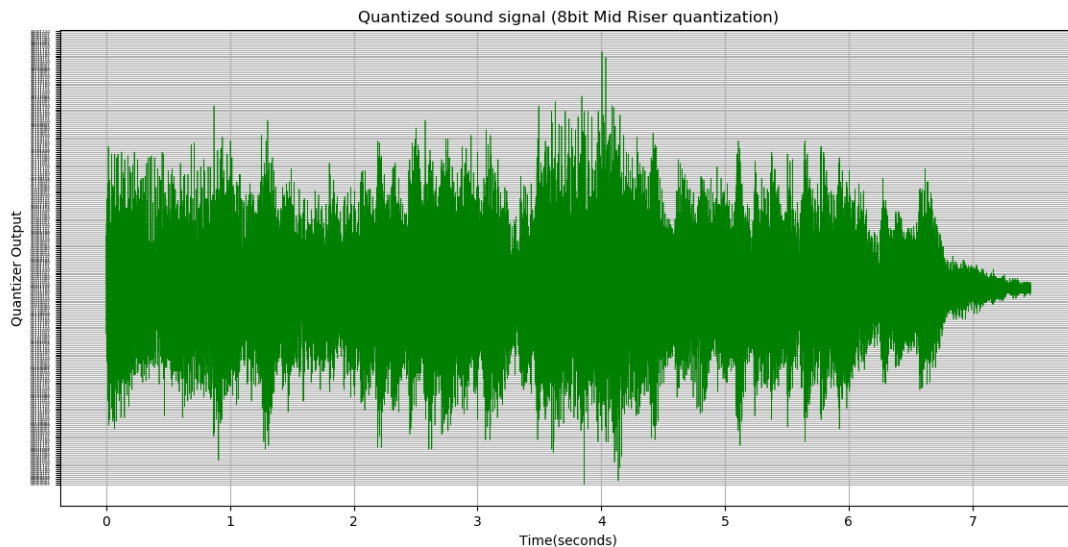
α' Το αρχείο ήχου που χρησιμοποιείται είναι της μορφής signed 16-bit PCM Mono 44100Hz. Το διάγραμμα του αρχείου γίνεται με τη χρήση της συνάρτησης read() από τη βιβλιοθήκη scipy.io.wavfile της Python. Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει το sampling rate, το οποίο είναι 44100Hz και τα δεδομένα (data) του σήματος ήχου. Το διάγραμμα της κυματομορφής του σήματος είναι το ακόλουθο :



Ερώτημα 4.α' - Κυματομορφή του σήματος ήχου

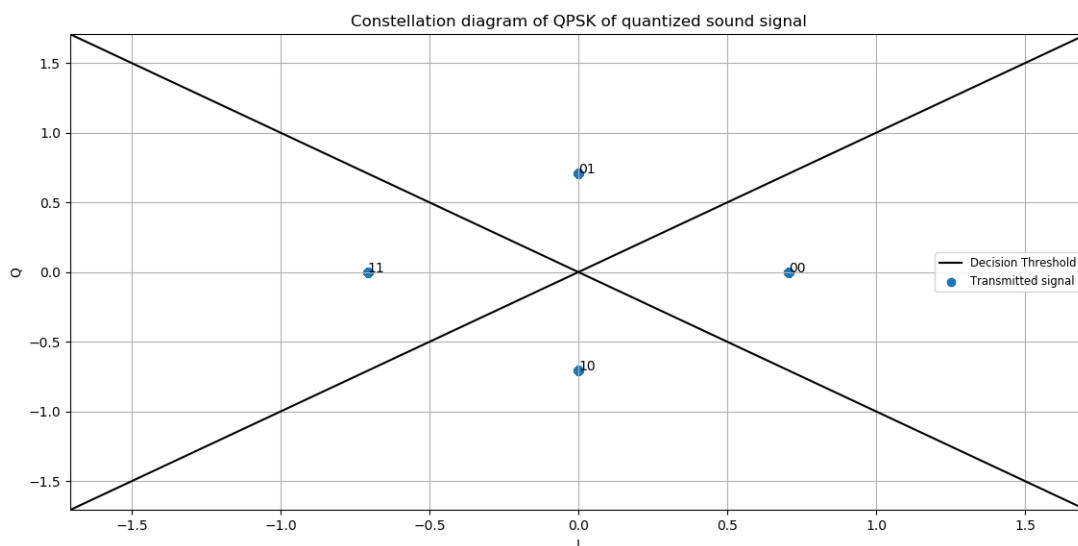
β' Για να δημιουργήσουμε το bitstream που αντιστοιχεί στο σήμα ήχου, χρησιμοποιούμε έναν 8bit Mid Riser κβαντιστή. Επειδή το σήμα ήχου αναμένεται να έχει κάποια συμμετρία μεταξύ αρνητικών και θετικών τιμών, δηλαδή η διαφορά μεταξύ μέγιστης θετικής και μέγιστης κατά απόλυτο αρνητικής τιμής θα είναι αρκετά κοντά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για βήμα κβάντισης το $\Delta = \frac{\max(\max(data), |\min(data)|)}{L}$, όπου το $L = 2^8 = 256$, αφού ο κβαντιστής είναι 8bit, δηλαδή έχουμε 256 επίπεδα κβάντισης (με την επιλογή

του παραπάνω βήματος χάνονται λίγα επίπεδα κβάντισης που θα μπορούσαν να είχαν χρησιμοποιηθεί, χωρίς όμως να έχει σημαντική επίπτωση στο αποτέλεσμα). Χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση Gray παίρνουμε το ακόλουθο διάγραμμα στην έξοδο του κβαντιστή :



Ερώτημα 4.β' - Έξοδος κβαντιστή Mid Riser 8bit με είσοδο το σήμα ήχου. Οι τιμές στους άξονες που δεν διακρίνονται αντιστοιχούν σε κώδικα Gray 8bit

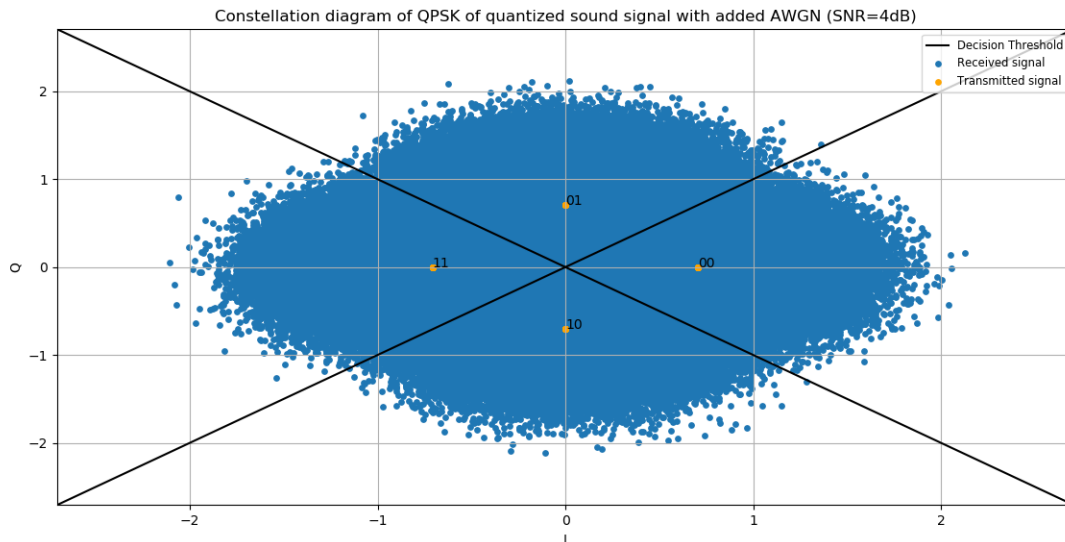
γ' Κατασκευάζουμε στη συνέχεια το bitstream από τις εξόδους του κβαντιστή. Έπειτα διαμορφώνουμε το bitstream κατά QPSK στη βασική ζώνη με κωδικοποίηση Gray. Ο αστερισμός για το σήμα αυτό είναι ο ακόλουθος :



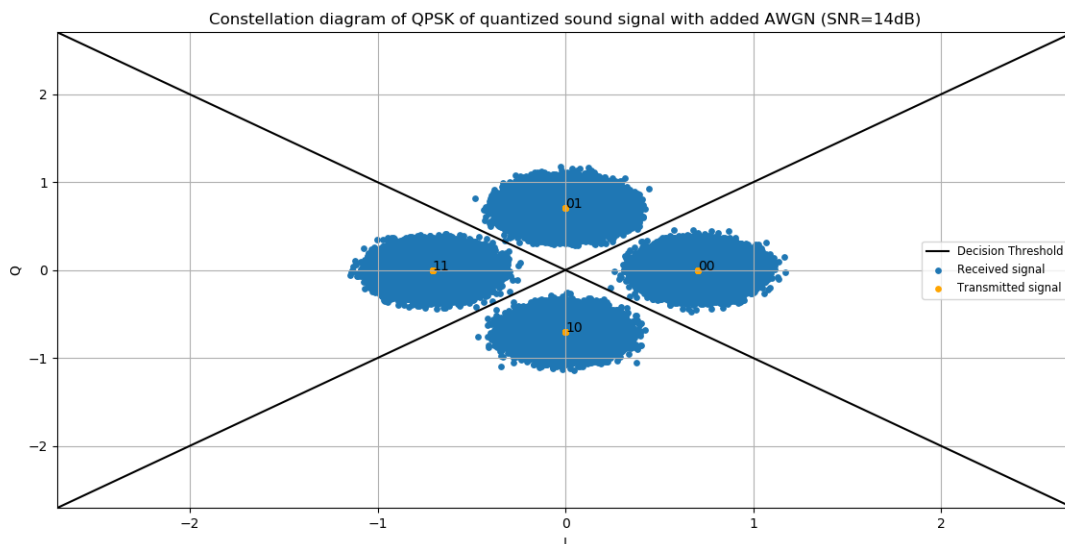
Ερώτημα 4.γ' - Αστερισμός της διαμόρφωσης κατά QPSK στη βασική ζώνη του bitstream του σήματος ήχου

δ' Στη συνέχεια προσθέτουμε στον αστερισμό AWGN θόρυβο με SNR ($\frac{E_s}{N_0}$) : i. 4dB ii. 14dB.

ε' Έτσι, οι λαμβανόμενοι αστερισμοί είναι οι ακόλουθοι:



Ερώτημα 4.ε' - Αστερισμός διαμορφωμένου κατά QPSK σήματος ήχου με προσθήκη θορύβου με SNR 5dB



Ερώτημα 4.ε' - Αστερισμός διαμορφωμένου κατά QPSK σήματος με προσθήκη θορύβου με SNR 15dB

Παρατηρούμε πως στην περίπτωση του SNR ίσου με 14dB τα λαμβανόμενα σήματα είναι πολύ πιο συγκεντρωμένα κοντά στον αστερισμό της QPSK σε αντίθεση με SNR ίσο με 4dB, όπου τα σήματα περνάνε σε μεγάλο βαθμό σε άλλη περιοχή. Οι περιοχές απόφασης είναι ίδιες με αυτές του ερωτήματος 3.δ' και με ίδιο τρόπο γίνεται η αποκωδικοποίηση των συμβόλων.

στ' Η θεωρητική πιθανότητα λάθους υπολογίζεται βάση της σχέσης του ερωτημάτων 3.β'. Για την πειραματική πιθανότητα λάθους υπολογίζουμε το πλήθος των λάθους ψηφίων συγκρίνοντας το λαμβανόμενο bitstream με το αρχικό και διαιρούμε με το πλήθος των bits. Τα αποτελέσματα, όπως τυπώθηκαν στην κονσόλα είναι τα ακόλουθα :

Experimental BEP for QPSK with SNR=4dB: 0.056479252488517456

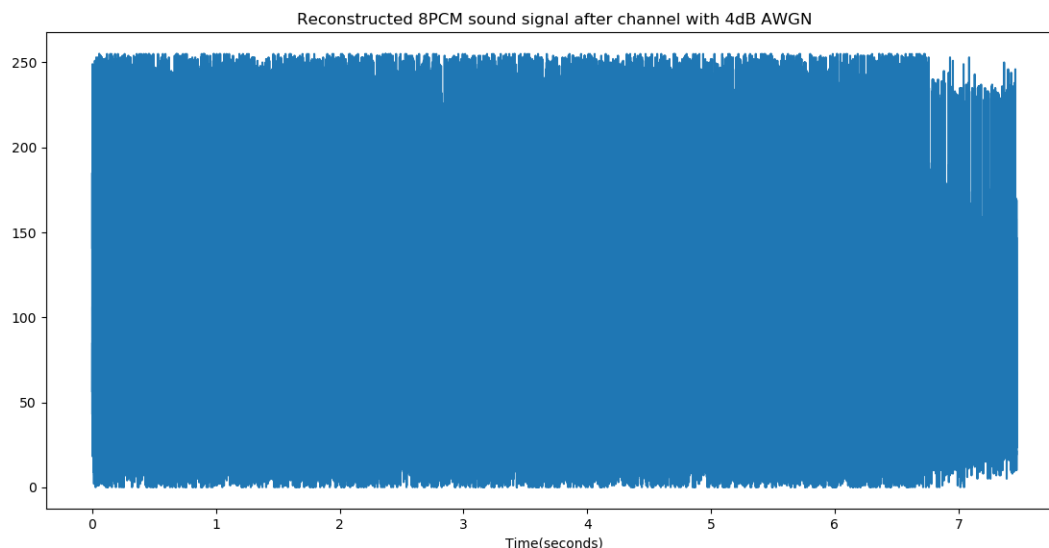
Theoretical BEP for QPSK with SNR=4dB: 0.05649530174936167

Experimental BEP for QPSK with SNR=14dB: 0.0

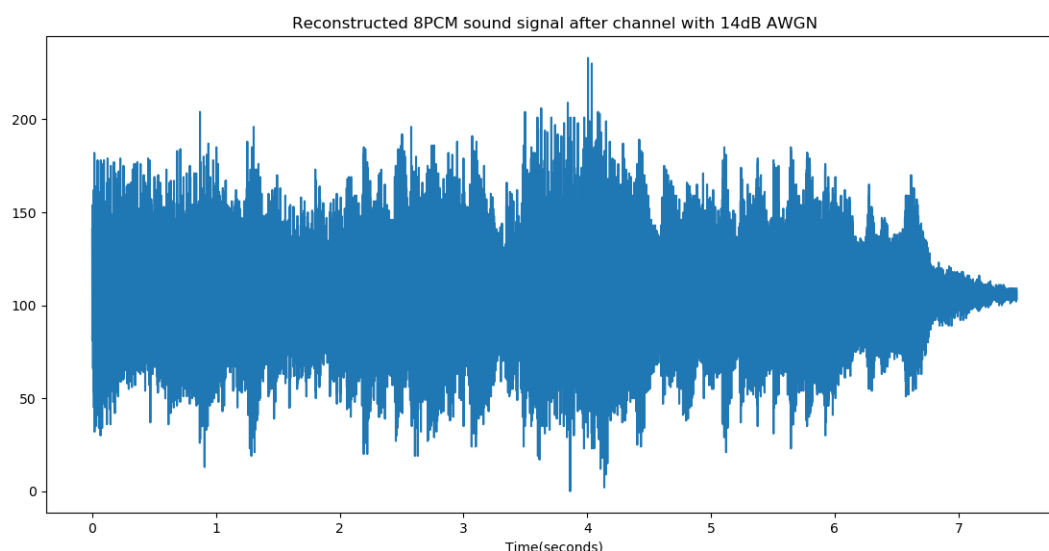
Theoretical BEP for QPSK with SNR=14dB: 2.6951481173667145e-07

Παρατηρούμε πως για SNR ίσο με 14dB δεν γίνεται κανένα λάθος στη μετάδοση του bitstream. Επίσης, και οι δύο πειραματικές τιμές συμφωνούν σε πολύ μεγάλο βαθμό με τις αντίστοιχες θεωρητικές.

ζ' Για την ανακατασκευή του αρχείου ήχου χωρίζουμε το bitstream σε ομάδες των 8bits, και αντιστοιχίζουμε κάθε οκτάδα σε μία τιμή στο εύρος 0-255 (σύμφωνα με τον κωδικό Gray της κάθε οκτάδας). Τα κανονικοποιημένα σήματα που προκύπτουν είναι τα ακόλουθα :



Ερώτημα 4.ζ' - Κανονικοποιημένο σήμα ήχου στην πλευρά του δέκτη για SNR 4dB



Ερώτημα 4.ζ' - Κανονικοποιημένο σήμα ήχου στην πλευρά του δέκτη για SNR 14dB

Με χρήση της συνάρτησης `write()` της βιβλιοθήκης `scipy.io.wavfile` δημιουργούμε ένα wav αρχείο της μορφής unsigned 8-bit PCM Mono 44100Hz. Στη συνέχεια ακούμε τα αρχεία ήχου και καταλήγουμε στα ακόλουθα συμπεράσματα :

- Για SNR ίσο με 4dB το ανακατασκευασμένο αρχείο ήχου είναι σχεδόν κατεστραμμένο, καθώς επικρατεί ο θόρυβος και η μελωδία μπορεί ίσα ίσα να γίνει αντιληπτή
- Το αρχικό αρχείο ήχου ήταν 16-bit PCM Mono, δηλαδή είχε 2^{16} στάθμες τιμών, ενώ για την επεξεργασία του χρησιμοποιήθηκε κβαντιστής 8bit και στη συνέχεια στην πλευρά του δέκτη χρησιμοποιήθηκαν 2^8 στάθμες για την ανακατασκευή, δηλαδή μορφή 8-bit PCM Mono. Αποτέλεσμα αυτού είναι στο αρχείο που αντιστοιχεί στα 14dB να ακούμε έναν πολύ χαμηλό θόρυβο «πίσω» από τη μελωδία (το πρόβλημα αυτό υπάρχει και για τα 4dB, αλλά δεν μπορεί να ξεχωρίσει αυτός ο θόρυβος από τον AWGN που επικρατεί).

Βιβλιογραφία

- [1] Κωττής, Π. (2017) *Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες*, 1η έκδοση
- [2] Oppenheim, Alan V., and Willsky, Alan S., and Nawad, S.Hamid.(1997) *Signals and Systems*, 2nd ed.
- [3] Haykin, S., and Moher, M.(2010) *Communication Systems*, 5th ed.
- [4] Lathi B.P., and Ding Zhi.(2011) *Modern Digital and Analog Communication Systems*, 4th ed.