

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.

Συμβολομετρία

Θωμόπουλος Σπύρος
Α.Μ ge19042
E-mail spyros.thomop@gmail.com

Ημερομηνία Παράδοσης 07/01/2022

Συμβολόμετρο Michelson

Μία δέσμη φωτός εκπέμπεται απ' την πηγή laser (Π) και προσπίπτωντας στο ημιδιαπερατό κάτοπτρο ΔΔ διαχωρίζεται στα δύο, μία ανακλώμενη που κατευθύνεται προς το κάτοπτρο ΚΚ και μία διαθλώμενη που κατευθύνεται προς το ΣΚ. Οι δύο δέσμες συμβάλλουν στην τελική δέσμη σ. Η συμβολή μπορεί να είναι ενισχυτική είτε αναιρετική ανάλογα με την διαφορά δρόμου τους δ. Πιο συγκεκριμένα:

$$\text{Ενισχυτική: } \delta = m\lambda/2, |m| = 1, 3, 5, \dots \quad (1)$$

$$\text{Αναιρετική: } \delta = m\lambda/2, |m| = 0, 2, 4, \dots$$

Αυτό ισχύει αν τα δύο κάτοπτρα είναι σταθερά, όμως στην περίπτωσή μας το ΚΚ κινείται με ταχύτητα v και ως συνέπεια τα μέγιστα της έντασης των δεσμών που συμβάλλουν αλλάζουν συνεχώς σε ελάχιστα και αντιστρόφως. Υπάρχει δηλαδή μία συχνότητα εναλλαγής μεγίστου-ελαχίστου ίση με

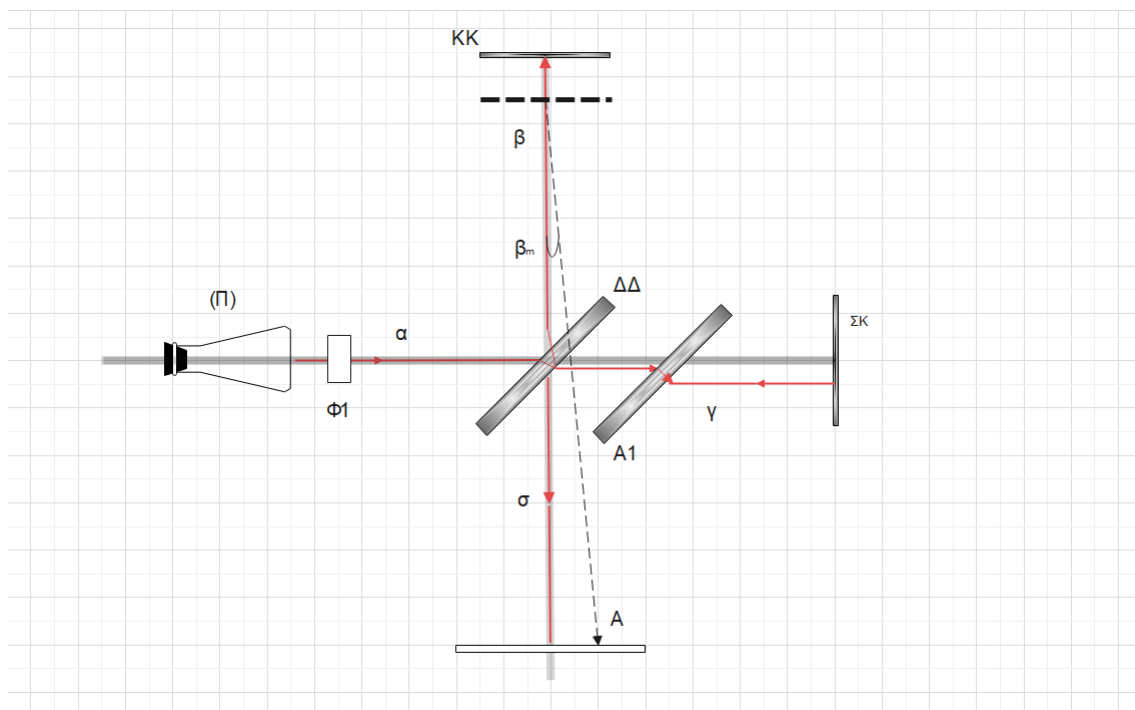
$$\Delta f = \frac{2v}{\lambda}$$

Προσθέτωντας έναν φακό Φ1 εμπρός του laser κάνουμε την δέσμη κωνική και στην εικόνα συμβολής παρατηρούμε φωτεινούς και σκοτεινούς δασχυτλούς. Έτσι αν β_m η γωνία που αποκλίνουν οι δέσμες που προσπίπτουν στο κινούμενο κάτοπτρο, τότε οι συνθήκες ενίσχυσης-απόσβεσης γίνονται:

$$\text{Ενισχυτική: } 4x\cos\beta_m = m\lambda, |m| = 1, 3, 5, \dots \quad (2)$$

$$\text{Αναιρετική: } 4x\cos\beta_m = m\lambda, |m| = 0, 2, 4, \dots \quad (3)$$

Όπου $x = \delta/2$.



Εικόνα. 1: Διάταξη Συμβολομέτρου Michelson

Αφού ευθυγραμμίσουμε την ανακλώμενη δέσμη απ' το ΚΚ έτσι ώστε να επιστρέφει ακριβώς πάνω στην αρχική πηγή laser θα πρέπει στον τοίχο Α να παρατηρούμε κυκλικούς χροσσούς. Καταγράφουμε την θέση του μικρομετρικού κοχλία, θέτουμε σε λειτουργία το μοτέρ και παρατηρούμε να δημιουργούνται διαρκώς νέοι χροσσοί. Αφού μετρήσουμε 100 νέους χροσσούς ενίσχυσης ξαναμετράμε την ένδειξη του μικρομετρικού κοχλία και σημειώνουμε την διαφορά της αρχικής με την τελική ένδειξη.

Έπειτα, χρησιμοποιώντας την σχέση (1) λυμένη ως προς λ υπολογίζουμε το μήκος κύματος και το αντίστοιχο σφάλμα από την διάδοση των σφαλμάτων της μέτρησης στον μικρομετρικό κοχλία και των χροσσών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 1.

$\Delta x(\pm 0.001mm)$	$m(\pm 2\# \text{χροσσών})$	$\lambda(\text{\AA})$	$\Delta\lambda(\text{\AA})$
0.017	100	6800	423
0.016	100	6400	420
0.015	100	6000	418
0.016	100	6400	420
0.017	100	6800	423

Πίνακας. 1

Εν τέλει η μέση τιμή του μήκους κύματος και το αντίστοιχο σφάλμα της είναι

$$\lambda = (6480 \pm 335)\text{\AA}$$

Παρατηρώ πως η τιμή συμπίπτει εντός των ορίων του σφάλματος με την αναμενόμενη των 6328\AA.

Συμβολόμετρο Fabry-Perot

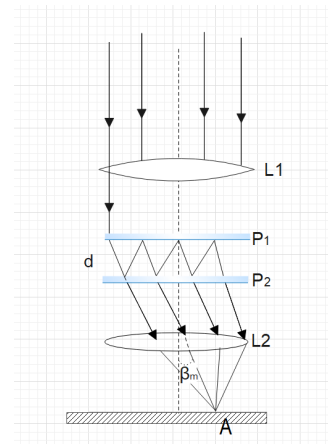
Η διάταξη του συμβολομέτρου Fabry-Perot φαίνεται στην Εικόνα 2. Μία δέσμη laser γίνεται κωνική περτώντας από τον φακό L1 και έπειτα εισέρχεται στην περιοχή με τα δύο ημιδιαφανή κάτοπτρα που απέχουν απόσταση d. Καθώς εισέρχεται, κάθε φορά που προσπίπτει στο P2 ένα μέρος της διέρχεται από αυτό και όλα εστιάζουν, διερχόμενα από έναν φακό L2 σε κάποιο σημείο A μίας οθόνης (στην περίπτωση μας στον τοίχο). Εξ' αιτίας της διαφοράς φάσης του κάθε διαθλώμενου μέρους της ακτίνας, το αποτέλεσμα στο A θα είναι ενισχυτική ή ακυρωτική συμβολή. Συγκεκριμένα θα δημιουργούνται πάλι σκοτεινοί και φωτεινοί χροσσοί συμβολής όπως και στην περίπτωση του συμβολομέτρου Michelson και θα ισχύουν οι σχέσεις (2) και (3) βάζοντας στο αριστερό μέρος έναν παράγοντα για τον δείκτη διάθλασης n του μέσου που βρίσκεται ενδιάμεσα των κατόπτρων.

Η ένταση στα σημεία συμβολής εξαρτάται από την διαφορά φάσης

$$\Delta_m = \frac{4\pi n d \cos(\beta_m)}{\lambda}$$

όπου β_m η γωνιακή απόκλιση του χροσσού m τάξης.

Αφού συναρμολογηθεί η διάταξη, θέτουμε σε λειτουργία το μοτέρ το οποίο μεταβάλλει την απόσταση των δύο κατόπτρων P1, P2 και συνεπώς αλλάζει διαρκώς τον κεντρικό χροσσό από φωτεινό σε σκοτεινό. Εμείς μετράμε τον χρόνο που απαιτείται για να γίνουν 100 τέτοιες εναλλαγές. Τα αποτελέσματα για 5 μετρήσεις φαίνονται στον Πίνακα 2.



Εικόνα. 2: Αρχή Λειτουργίας Fabry-Perot

$\Delta t(\pm 0.5sec)$	$m(\pm 2\# \text{χροσσών})$	$\Delta f(Hz)$	$\delta\Delta f(Hz)$	$u(10^{-6}m/s)$	$\delta u(10^{-6}m/s)$
51.0	100	1.961	0.044	0.62	0.01
51.2	100	1.953	0.044	0.62	0.01
51.0	100	1.961	0.044	0.62	0.01
51.6	100	1.938	0.043	0.61	0.01
51.8	100	1.931	0.043	0.61	0.01

Πίνακας. 2

Οι στήλες 3-6 προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις

$$\Delta f = m/\Delta t$$

$$\delta \Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta f}{\partial m} \delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta f}{\partial \Delta t} \delta \Delta t\right)^2} = \frac{1}{\Delta t} \sqrt{(\delta m)^2 + \left(\frac{m}{\Delta t} \delta \Delta t\right)^2}$$

$$u = \lambda \Delta f / 2, \text{ για } \lambda = 6328 \text{ \AA}$$

$$\delta u = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial \Delta f} \delta \Delta f\right)^2} = \frac{\lambda}{2} \delta \Delta f$$

Η μέση τιμή της συχνότητας εναλλαγής του κεντρικού κροσσού είναι

$$\Delta f = (1.949 \pm 0.014) Hz$$

ενώ για την ταχύτητα του κινούμενου κατόπτρου

$$u = (0.62 \pm 0.01) \times 10^{-6} m/s$$

Γενικά

Μερικές εφαρμογές για τα παραπάνω συμβολόμετρα είναι (Michelson \rightarrow M, Fabry-Perot \rightarrow FP).

Συμβολόμετρο Michelson

(I. M/FP) Η πιο εντυπωσιακή εφαρμογή των παραπάνω συμβολομέτρων θεωρώ πως είναι η χρήση τους για την ανίχνευση βαρυτικών κυμάτων στα πειράματα LIGO/VIRGO. Εκεί οι αποστάσεις των βραχιόνων είναι στα 4km. Καθώς ένα βαρυτικό κύμα περνάει από την περιοχή που υπάρχει ένα τέτοιο συμβολόμετρο στρεβλώνει τον χώρο γύρω του και ως εκτούτου μεταβάλλεται το μήκος των βραχιόνων. Έτσι η ένταση των συμβαλλόμενων δεσμών μεταβάλλεται, αφού μεταβάλλεται η απόσταση που διανύει η κάθε δέσμη, και από αυτή την μεταβολή, αποκóπτοντας φυσικά τον εξωτερικό θόρυβο, μπορούν όχι μόνο να ανιχνεύσουν τα βαρυτικά κύματα αλλά επιπλέον να προσδιορίσουν και την πηγή τους (σύγκρουση μαύρων τρυπών, αστέρων νετρονίων κλπ).

Η διαφορά των αποστάσεων που προκαλούν τα βαρυτικά κύματα είναι της τάξης των $10^{-18}m$ την οποία και ανιχνεύουν. Ωστόσο στοχεύουν σε περεταίρω βελτίωση της διακριτικής ικανότητας και αντιμετωπίζουν προβλήματα/περιορισμούς όπως το shot-Poisson noise που οφείλεται στην τυχαία παραγωγή φωτονίων απ' το laser ή τον θερμικό θόρυβο εξαιτίας της κίνησης Brown και άλλους μη σταθερούς θορύβους όπως περιβαλλοντικές δονήσεις-σεισμούς.

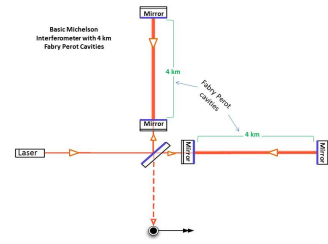
Αρχικά είχε χρησιμοποιηθεί συμβολόμετρο Michelson αλλά προστέθηκαν δύο κάτοπτρα στους βραχίονες των 4km με αποτέλεσμα η δέσμη να ανακλάται ~ 300 φορές πριν εξέλθει από αυτόν. Έτσι βελτιώνεται η ευαισθησία.

(II. M) Βρίσκει εφαρμογή στην τεχνική *Shearography*, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως στον μηχανικό έλεγχο υλικών στην αεροδιαστημική επιστήμη, με την οποία συλλέγουν πληροφορίες για το πως συμπεριφέρεται το υλικό σε ανάλογα με τις διάφορες εσωτερικές του μηχανικές τάσεις. Συγκεκριμένα, στην εν λόγω εφαρμογή, με το συμβολόμετρο Michelson μετράνε την διαφορά φάσης μίας δέσμης laser He-Ne (μήκους κύματος $632.8nm$) εξαιτίας της πρόσπτωσης της στην επιφάνεια ενός υλικού που έχει παραλάβει καθορισμένα φορτία.

(III. M) Μπορούμε να μετρήσουμε τον δείκτη διάθλασης ενός υλικού. Παραδείγματος χάριν, αν τοποθετήσουμε ένα πλακίδιο, γνωστού πάχους L και αγνώστου δείκτη διάθλασης n, στην διαδρομή της μίας δέσμης τότε θα ισχύει η σχέση

$$L(n-1) = \frac{\Delta m \lambda}{2}$$

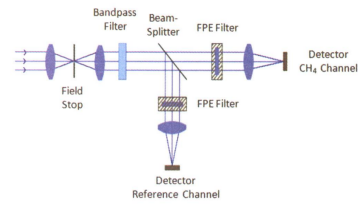
Έτσι για καθορισμένο Δm , γνωστα L και λ , μπορούμε να υπολογίσουμε τον δείκτη διάθλασης.



Εικόνα. 3: LIGO Fabry-Perot

(IV. FP) Χρησιμοποιείται για την ανίχνευση μεθανίου στον Άρη και την μέτρηση της συγκέντρωσής του. Είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να εμφανίζει μέγιστα διάδοσης της ακτινοβολίας από αυτό, σε σημεία τέτοια ώστε να συμπίπτουν με τα 6 μήκη κύματος απορρόφησης του μεθανίου. Η ακτινοβολία προέρχεται από ανάκλαση στην επιφάνεια του Άρη και εν συνεχεία καθώς διασχίζει το συμβολόμετρο Fabry-Perot καταλήγει σε έναν αισθητήρα. Έτσι υπάρχει η δυνατότητα μέτρησης διαφορετικής συγκέντρωσης μεθανίου, η οποία υπολογίστηκε για συνθήκες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας στον Άρη, περίπου ίση με 50ppb.

Το εν λόγω ερώτημα ενδιαφέρει πολύ, καθώς η ακριβής μέτρηση της συγκέντρωσης ενδεχομένως να δείνει ενδείξεις για την ύπαρξη ζωής στον Άρη κάποια περίοδο του παρελθόντος ή ακόμη και στο παρόν, αλλά σε μικροβιακή μορφή.



Εικόνα. 4: Βασική Διάταξη του Methane Sensor for Mars

Βιβλιογραφία

- . https://en.wikipedia.org/wiki/Michelson_interferometer#Fourier_transform_spectrometer
- . (I.) <https://www.ligo.caltech.edu/page/ligos-ifo>
- . (II.) <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/23759857/>
- . (IV.) <https://www.jstor.org/stable/24905819>