



ΕΘΝΙΚΟ
ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

A2 - Τελεστικός Ενισχυτής

Author:

Θωμόπουλος Σπυρίδων

Εργαστήριο Ηλεκτρονικών II

November 20, 2023

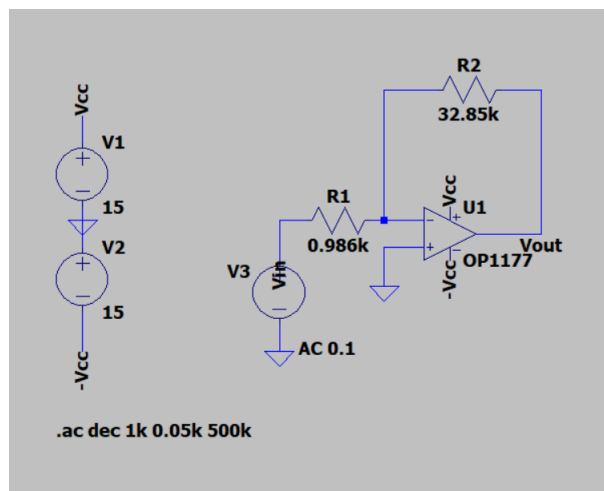
Σκοπός

Στόχος της εν λόγω άσκησης είναι η μελέτη κυκλωμάτων που περιλαμβάνουν τελεστικό ενισχυτή. Συγκεκριμένα, θα κάνουμε αρμονική ανάλυση ενός κυκλώματος και θα μελετήσουμε ακόμη τρία ως προς την ιδιότητά τους να μεταβάλλουν την μορφή του εισαγόμενου σήματος.

(***) Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των δεδομένων βρίσκεται στην σελίδα https://github.com/spyrosthomo/Lab_Reports/tree/main/Electronics_II/02_operational_amp.

Θεωρητικά Στοιχεία

Το βασικό κύκλωμα της άσκησης, το οποίο θα αναλύσουμε και ως προς την απόκρισή του στην συχνότητα, φαίνεται στην Εικόνα (1) και ονομάζεται *αναστρέφων ενισχυτής*. Εξετάζουμε την γενική περίπτωση όπου αντικαθιστούμε τις δύο αντιστάσεις με εμπεδήσεις ώστε στην συνέχεια να είναι ευκολότερη η θεωρητική ανάλυση των κυκλωμάτων του *ακολουθητή*, του *διαφοριστή* και του *ολοκληρωτή*.



Εικόνα. 1: Βασικό υπό ανάλυση κύκλωμα

Θεωρώντας πως στην υποδοχή "-" του ενισχυτή έχουμε έναν διαιρέτη τάσης, μπορούμε να βρούμε τον λόγο των πλατών εισόδου-εξόδου

$$0 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} (V_o(\omega) - V_i(\omega)) + V_i(\omega) \Rightarrow$$

$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (1)$$

Άρα στην πρώτη περίπτωση μας, όπου έχουμε $Z_1 = R_1$ και $Z_2 = R_2$, παίρνουμε

$$H(\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \quad (2)$$

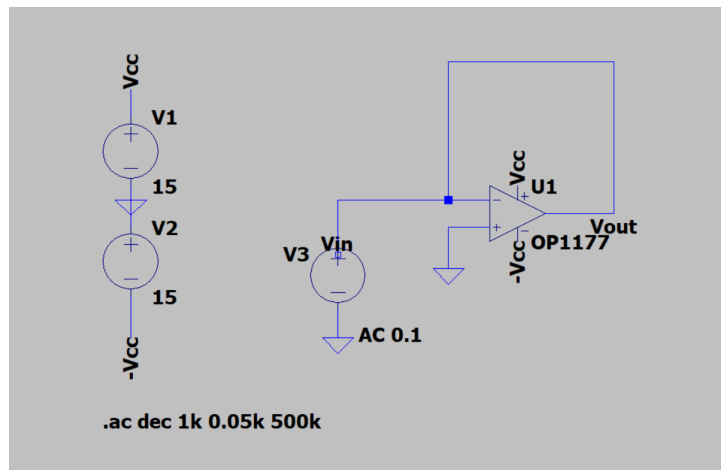
$$|H(\omega)| = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\phi = \pi$$

Από την παραπάνω σχέση, περιμένουμε πως η ενίσχυση θα μεγαλώνει όσο μεγαλώνει η διαφορά μεταξύ των δύο αντιστάσεων. Δηλαδή αν έχουμε δύο περιπτώσεις όπου στην μία $R_1 = 1k\Omega, R_2 = 30k\Omega$ και στην άλλη $R_1 = 1k\Omega, R_2 = 5k\Omega$, τότε θα παρατηρούσαμε μεγαλύτερη ενίσχυση στην πρώτη περίπτωση.

Ακολουθητής

Στον ακολουθητή έχουμε μηδενισμό των R_1 και R_2 , όπως φαίνεται στην Εικόνα (2). Έτσι περιμένουμε το τελικό σήμα να είναι ίδιας μορφής και πλάτους με το αρχικό.

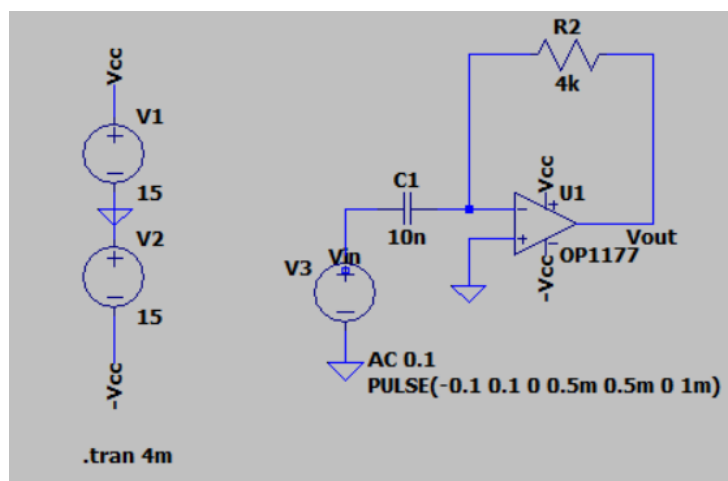


Εικόνα. 2: Κύκλωμα ακολουθητή

Διαφοριστής

Στον διαφοριστή αντικαθιστούμε την πρώτη εμπέδηση με πυκνωτή όπως φαίνεται στην Εικόνα (3). Άρα $Z_1 = 1/j\omega C$, και τότε παίρνουμε

$$H(\omega) = -j\omega CR_2$$



Εικόνα. 3: Κύκλωμα διαφοριστή

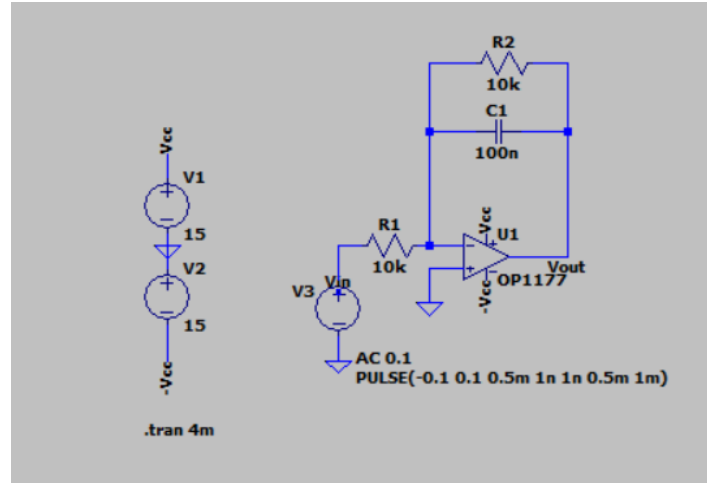
Ολοκληρωτής

Τέλος, στον ολοκληρωτή, αντικαθιστούμε την δεύτερη εμπέδηση με έναν πυκνωτή και μία αντίσταση σε παράλληλη σύνδεση όπως φαίνεται στην Εικόνα (4), επομένως παίρνουμε για την εμπέδηση

$$\begin{aligned} Z_2 &= Z_{R_2} \parallel Z_C \Rightarrow \\ &= R_2 \parallel 1/j\omega C \Rightarrow \\ &= \frac{R_2}{1 + j\omega CR_2} \end{aligned}$$

άρα για την απόκριση

$$H(\omega) = \frac{R_2}{1 + j\omega CR_2} \frac{1}{R_1}$$



Εικόνα. 4: Κύκλωμα ολοκληρωτή

Πειραματικά Δεδομένα & Ανάλυση

Θα μελετήσουμε το κύκλωμα της Εικόνας (2) για δύο διαφορετικές τιμές της αντίστασης R_2 , πρώτα για $R_2 = 32.85k\Omega$ και έπειτα για $R_2 = 4.65k\Omega$. Η τιμή της άλλης αντίστασης είναι πάντα η ίδια $R_1 = 0.986k\Omega$. Πειραματικά, αλλάζοντας την συχνότητα του αρμονικού σήματος εισόδου, θα μετράμε το πλάτος του σήματος εξόδου καθώς και την χρονική διαφορά των δύο σημάτων, μέσω της οποίας θα προσδιορίσουμε και την διαφορά φάσης τους. Το εύρος συχνοτήτων θα είναι από 0.05kHz έως 500kHz. Στις δύο περιπτώσεις το πλάτος του παλμού εισόδου είναι $v_i = (0.10 \pm 0.01)V$.

$R_2 = 32.85k\Omega$

Τα πειραματικά δεδομένα καθώς και κάποια παράγωγά τους φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα (1). Η διαφορά φάσης υπολογίστηκε από την σχέση $\phi = 2\pi f\Delta t$ και το σφάλμα της από διάδοση. Επίσης, η θεωρητικώς αναμενόμενη τιμή του H ισούται με τον λόγο των αντιστάσεων, δηλαδή,

$$|H|_{th} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{32.85}{0.986} = 33.32$$

$$A_{db,th} = 20\log_{10}|H|_{th} = 30.46$$

$$\phi_{th} = \pi$$

$f(kHz)$	$u_o(V)$	$\Delta t(\mu s)$	$A_{db}(db)$	$\phi(rad)$
0.05	3.60 ± 0.20	10000.00 ± 500.00	31.13 ± 0.99	3.14 ± 0.16
0.10	3.40 ± 0.20	5000.00 ± 200.00	30.63 ± 1.01	3.14 ± 0.13
0.20	3.40 ± 0.20	2500.00 ± 100.00	30.63 ± 1.01	3.14 ± 0.13
0.40	3.20 ± 0.20	1250.00 ± 50.00	30.10 ± 1.02	3.14 ± 0.13
0.80	3.00 ± 0.20	620.00 ± 20.00	29.54 ± 1.04	3.12 ± 0.10
1.50	3.20 ± 0.20	330.00 ± 10.00	30.10 ± 1.02	3.11 ± 0.09
3.00	3.20 ± 0.20	165.00 ± 5.00	30.10 ± 1.02	3.11 ± 0.09
5.00	3.00 ± 0.20	100.00 ± 5.00	29.54 ± 1.04	3.14 ± 0.16
10.00	3.00 ± 0.20	44.00 ± 2.00	29.54 ± 1.04	2.76 ± 0.13
20.00	2.60 ± 0.20	20.00 ± 1.00	28.30 ± 1.10	2.51 ± 0.13
40.00	1.70 ± 0.10	8.00 ± 0.50	24.61 ± 1.01	2.01 ± 0.13
80.00	0.95 ± 0.05	3.60 ± 0.20	19.55 ± 0.98	1.81 ± 0.10
150.00	0.52 ± 0.02	1.80 ± 0.10	14.32 ± 0.93	1.70 ± 0.09
300.00	0.26 ± 0.01	0.80 ± 0.05	8.30 ± 0.93	1.51 ± 0.09
500.00	0.16 ± 0.01	0.45 ± 0.05	4.08 ± 1.02	1.41 ± 0.16

Πίνακας. 1: Δεδομένα για $R_2 = 32.85k\Omega$

Οι γραφικές παραστάσεις $A_{db} - f$ και $\phi - f$ φαίνονται στις παρακάτω Εικόνες (5), (6). Συγκριμένα φαίνονται τα πειραματικά δεδομένα, η καμπύλη που έγινε fit και οι προσομοιώσεις με το LTSpice. Επίσης, στην Εικόνα (5) φαίνεται η συχνότητα καμψής f_b που αντιστοιχεί σε μείωση του A_{db} κατά 3db από το μέγιστο. Άρα, απ' τον Πίνακα (1), το πειραματικό μέγιστο είναι $A_{db,max} = 31.13db$ για $f_{max} = 0.05kHz$ και τότε βρίσκουμε γραφικά από την προσαρμοσμένη καμπύλη, πως σε $A_{db,b} = 28.13db$ αντιστοιχεί συχνότητα $f'_b = (15.77 \pm 0.1)kHz$.

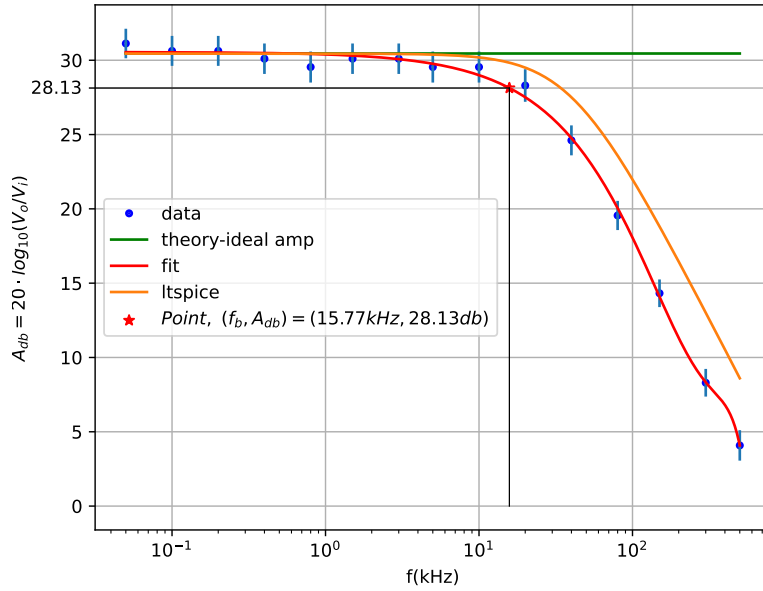
Επίσης, το αρνητικό της ενίσχυσης κλειστού βρόγχου είναι $-A_f = A'_0 = R_2/R_1 = 33.32$.

Το γινόμενο ενίσχυσης-εύρους ζώνης δίνεται από την σχέση

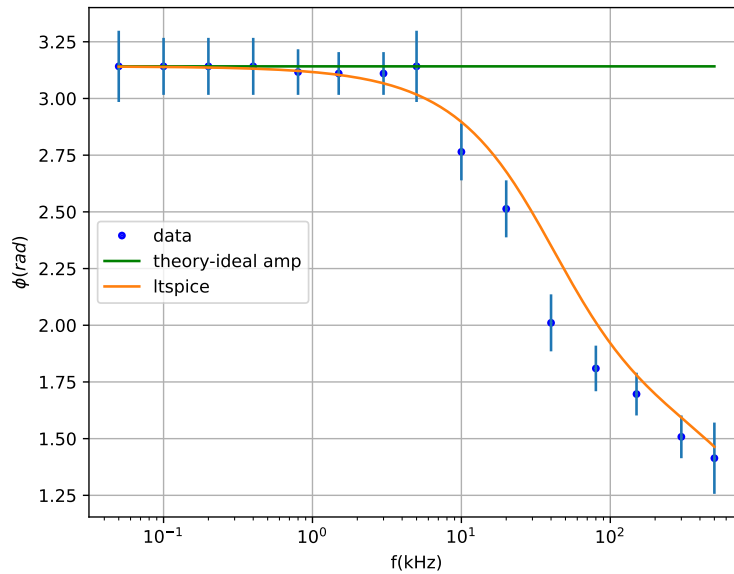
$$f_t = A'_0 f'_b \pm A'_0 \delta f'_b \Rightarrow \\ = (525.5 \pm 3.3)kHz$$

Τέλος, αν $f_b = 5Hz$ τότε η ενίσχυση ανοικτού βρόγχου είναι

$$f_t = A_0 f_b \Rightarrow \\ A_0 = \frac{f_t}{f_b} \pm \frac{\delta f_t}{f_b} \Rightarrow \\ = (105.1 \pm 0.6)kHz$$



Εικόνα. 5: $A_{db} - f.R_2 = 32.85k\Omega$



Εικόνα. 6: $\phi - f.R_2 = 32.85k\Omega$

$$R_2 = 4.65k\Omega$$

Τα πειραματικά δεδομένα καθώς και κάποια παράγωγά τους φαίνονται στον παρακάτω Πίνακα (2).

$f(kHz)$	$u_o(V)$	$\Delta t(\mu s)$	$A_{db}(db)$	$\phi(rad)$
0.05	0.44 ± 0.02	10000.00 ± 200.00	12.87 ± 0.48	3.14 ± 0.06
0.10	0.44 ± 0.02	4800.00 ± 200.00	12.87 ± 0.48	3.02 ± 0.13
0.20	0.44 ± 0.02	2500.00 ± 100.00	12.87 ± 0.48	3.14 ± 0.13
0.40	0.44 ± 0.02	1250.00 ± 50.00	12.87 ± 0.48	3.14 ± 0.13
0.80	0.44 ± 0.02	620.00 ± 20.00	12.87 ± 0.48	3.12 ± 0.10
1.50	0.44 ± 0.02	330.00 ± 10.00	12.87 ± 0.48	3.11 ± 0.09
3.00	0.44 ± 0.02	165.00 ± 5.00	12.87 ± 0.48	3.11 ± 0.09
5.00	0.44 ± 0.02	95.00 ± 5.00	12.87 ± 0.48	2.98 ± 0.16
10.00	0.44 ± 0.02	48.00 ± 2.00	12.87 ± 0.48	3.02 ± 0.13
20.00	0.44 ± 0.02	24.00 ± 1.00	12.87 ± 0.48	3.02 ± 0.13
40.00	0.42 ± 0.02	11.50 ± 0.50	12.46 ± 0.48	2.89 ± 0.13
80.00	0.40 ± 0.02	5.20 ± 0.20	12.04 ± 0.49	2.61 ± 0.10
150.00	0.32 ± 0.02	2.20 ± 0.10	10.10 ± 0.51	2.07 ± 0.09
300.00	0.21 ± 0.01	1.00 ± 0.05	6.44 ± 0.48	1.88 ± 0.09
500.00	0.14 ± 0.01	0.55 ± 0.05	2.92 ± 0.46	1.73 ± 0.16

Πίνακας. 2: Δεδομένα για $R_2 = 4.65k\Omega$

Οι γραφικές παραστάσεις $A_{db} - f$ και $\phi - f$ φαίνονται στις παρακάτω Εικόνες (7), (8). Συγκριμένα φαίνονται τα πειραματικά δεδομένα, η καμπύλη που έγινε fit και οι προσομοιώσεις με το LTSpice. Επίσης, στην Εικόνα (7) φαίνεται η συχνότητα καμψής f_b που αντιστοιχεί σε μείωση του A_{db} κατά 3db από το μέγιστο. Άρα, δεδομένου ότι το πειραματικό μέγιστο είναι $A_{db,max} = 12.87db$ για $f_{max} = 0.05kHz$, τότε βρίσκουμε γραφικά από την προσαρμοσμένη καμπύλη, πως σε $A_{db,b} = 9.87db$ αντιστοιχεί συχνότητα $f'_b = (159.80 \pm 0.1)kHz$.

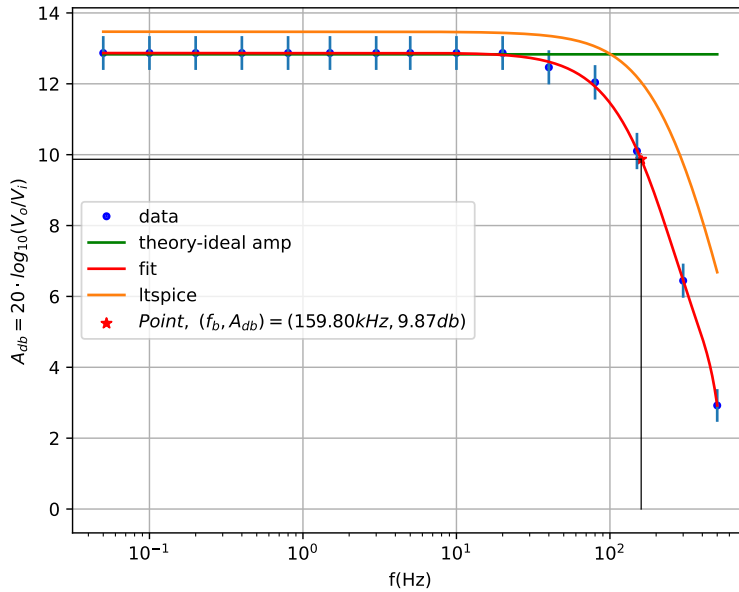
Επίσης, το αρνητικό της ενίσχυσης κλειστού βρόγχου είναι $-A_f = A'_0 = R_2/R_1 = 4.72$.

Το γινόμενο ενίσχυσης-εύρους ζώνης δίνεται από την σχέση

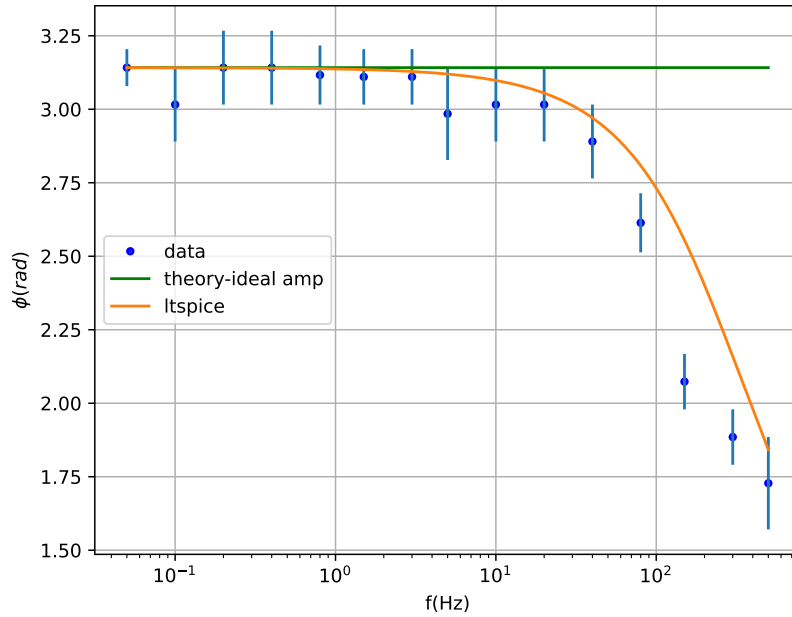
$$f_t = A'_0 f'_b \pm A'_0 \delta f'_b \Rightarrow \\ = (754.3 \pm 0.5)kHz$$

Τέλος, αν $f_b = 5Hz$ τότε η ενίσχυση ανοικτού βρόγχου είναι

$$f_t = A_0 f_b \Rightarrow \\ A_0 = \frac{f_t}{f_b} \pm \frac{\delta f_t}{f_b} = (150.9 \pm 0.1)kHz$$



Εικόνα. 7: $A_{db} - f$, $R_2 = 4.65k\Omega$

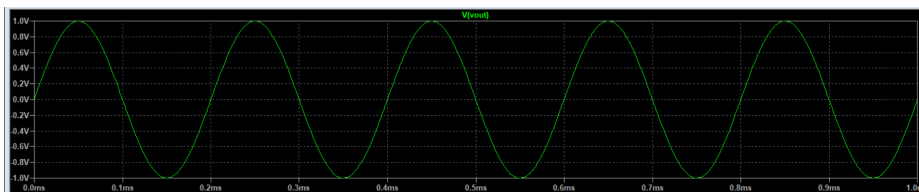


Εικόνα. 8: $\phi - f.R_2 = 4.65k\Omega$

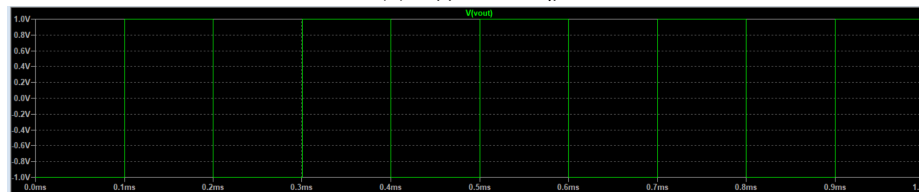
Ποιοτική Συμπεριφορά 3 κυκλωμάτων

1. Ακολουθητής

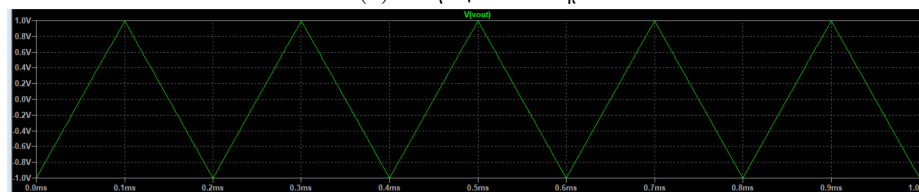
Στις παρακάτω Εικόνες (9) φαίνονται τα αποτελέσματα από την προσομοίωση του ακολουθητή στο LT-Spice (δεν προλάβουμε να τον φτιάξουμε στο εργαστήριο). Στην προσομοίωση χρησιμοποίησα (α.) αρμονικό, (β.) τετραγωνικό και (γ.) τριγωνικό παλμό συχνότητας 5 kHz και επιβεβαιώνονται τα αναμενόμενα, ότι δηλαδή δεν αλλάζει μορφή, ούτε φάση.



(a) Αρμονικό σήμα εισόδου



(b) Τετραγωνικό σήμα εισόδου



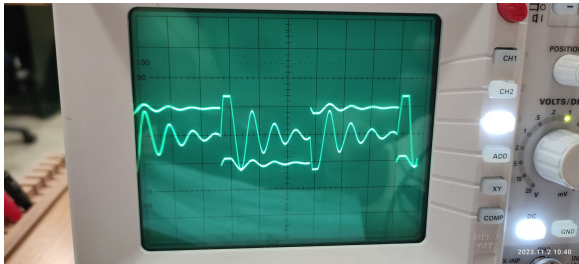
(c) Τριγωνικό σήμα εισόδου

Εικόνα. 9: Σήματα Εξόδου για τρεις διαφορετικούς παλμούς εισόδου στον ακολουθητή.

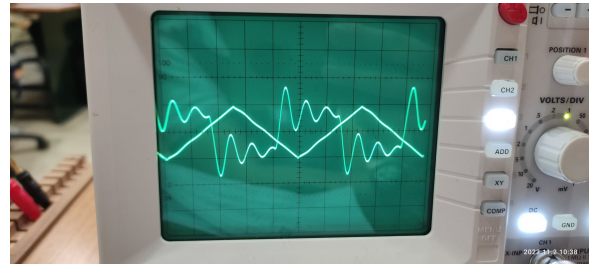
2. Διαφοριστής

Στις παρακάτω Εικόνες (10) και (11) φαίνονται αντίστοιχα τα αποτελέσματα του εργαστηρίου και της προσομοίωσης με LT-Spice. Στην προσομοίωση χρησιμοποίησα (α.) τετραγωνικό και (β.) τριγωνικό παλμό

συχνότητας 1 kHz και πλάτους 0.1V. Δεδομένου ότι μας ενδιαφέρει μόνο η ποιοτική μελέτη, έχω επιλέξει τις τιμές του πυκνωτή και της αντίστασης έτσι ώστε το τελικό σήμα εξόδου να είναι αρκετά ευκρινές. Τόσο στην προσομοίωση όσο και στο εργαστήριο, τα αποτελέσματα που πήραμε φαίνεται να συμπίπτουν κατά μέσο όρο με διαφοριστή. Ιδανικά για τετραγωνικό παλμό εισόδου θα περιμέναμε μία ευθεία στο 0 και για τριγωνικό, ένα σήμα εξόδου τετραγωνικής μορφής.



(a) Τετραγωνικός παλμός εισόδου

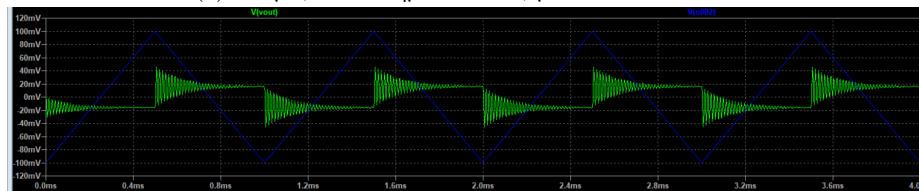


(b) Τριγωνικός παλμός εισόδου

Εικόνα. 10: Πειραματικές Εικόνες του διαφοριστή



(a) Τετραγωνικό σήμα εισόδου, με $C_1 = 10nF$ και $R_2 = 4k\Omega$.

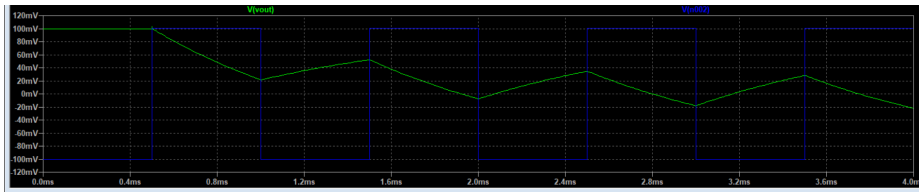


(b) Τριγωνικό σήμα εισόδου, με $C_1 = 10nF$ και $R_2 = 4k\Omega$.

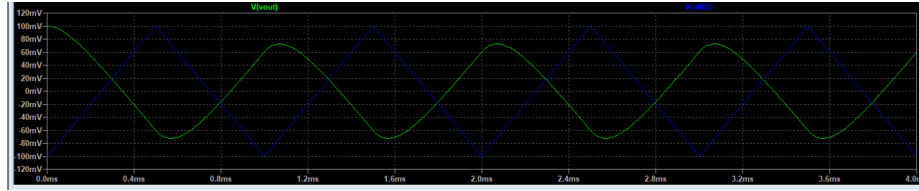
Εικόνα. 11: Σήματα Εξόδου για τρεις διαφορετικούς παλμούς εισόδου στον διαφοριστή.

3. Ολοκληρωτής

Στις παρακάτω Εικόνες (12) φαίνονται αντίστοιχα τα αποτελέσματα από το LT-Spice (δεν προλάβαμε να το υλοποιήσουμε στο εργαστήριο). Στην προσομοίωση χρησιμοποίησα (α.) τετραγωνικό και (β.) τριγωνικό παλμό συχνότητας 1 kHz και πλάτους 0.1V και επιβεβαιώνονται τα αναμενόμενα, ότι δηλαδή το σήμα εξόδου είναι το ολοκλήρωμα του σήματος εισόδου, δηλαδή τριγωνικό παλμός στην πρώτη περίπτωση και παραβολικός στην δεύτερη.



(a) Τετραγωνικό σήμα εισόδου, με $R_1 = 10k\Omega$, $C_1 = 100nF$ και $R_2 = 10k\Omega$.



(b) Τριγωνικό σήμα εισόδου, με $R_1 = 10k\Omega$, $C_1 = 10nF$ και $R_2 = 10k\Omega$.

Εικόνα. 12: Σήματα Εξόδου για τρεις διαφορετικούς παλμούς εισόδου στον ολοκληρωτή.

Συμπεράσματα

Συμπερασματικά τόσο τα ποιοτικά όσο και τα ποσοτικά αποτελέσματα της επεξεργασίας φαίνεται να συμπίπτουν με τα θεωρητικά, στα πλαίσια των σφαλμάτων.