

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Σ.Ε.Μ.Φ.Ε.

Θερμιονική Εκπομπή Ηλεκτρονίων

Θωμόπουλος Σπύρος
Α.Μ ge19042
E-mail spyros.thomop@gmail.com

Ημερομηνία Παράδοσης 26/11/2021

Σκοπός

Ο στόχος της εν λόγω εργαστηριακής άσκησης είναι η μελέτη του φαινομένου της θερμιονικής εκπομπής ηλεκτρονίων από την επιφάνεια μετάλλου. Θα ελεγχθούν δύο νόμοι που το διέπουν, οι νόμοι του Langmuir και του Richardson.

Θεωρητικά Στοιχεία

Μοντέλο Μετάλλου

Για τα μέταλλα θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο των ελεύθερων ηλεκτρονίων, σύμφωνα με το οποίο, τα ηλεκτρόνια του μετάλλου που προκαλούν την ηλεκτρική του αγωγιμότητα είναι ελεύθερα, μη αλληλεπιδρώντα και σε πρώτη φάση περιλαμβάνει το γεγονός ότι έχουν διακριτές ενέργειες και ότι είναι φερμιόνια, δηλαδή ακολουθούν την στατιστική Fermi-Dirac και υπόκεινται στην απαγορευτική Αρχή Pauli.

Θεωρούμε τα ηλεκτρόνια ως επίπεδα κύματα τα οποία ανακλώνται μόνο στο εσωτερικό της επιφάνειάς του. Έτσι παίρνουμε τις δέσμιες καταστάσεις, που σημαίνουν διακριτότητα για την ενέργεια. Επίσης, εξαιτίας της απαγορευτικής αρχής του Pauli, τα ηλεκτρόνια στην θερμοκρασία $T = 0K$ δεν βρίσκονται σε ακινησία, αλλά μόνο ένα ζεύγος από αυτά δύναται να καταλάβει την χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη. Τα υπόλοιπα λαμβάνουν ενέργειες που ανήκουν σε διακριτές στάθμες οι οποίες γίνονται όλο και πιο πυκνές καθώς πλησιάζουμε προς το άνω φράγμα τους, την ενέργεια Fermi.

Μπορούμε να θεωρήσουμε το δυναμικό του μετάλλου $-V_0$ και το δυναμικό εκτός μετάλλου 0 (πηγάδι δυναμικού), τότε η ενέργεια Fermi είναι αρνητική, προκειμένου οι υπόλοιπες στάθμες να έχουν μικρότερη ενέργεια (Εικόνα 1). Η ενέργεια Fermi δίνεται από την σχέση

$$E_f = -\frac{\hbar^2(3\pi^2n)^{2/3}}{8m_e\pi^2} \quad (1)$$

όπου n είναι ο αριθμός ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου.

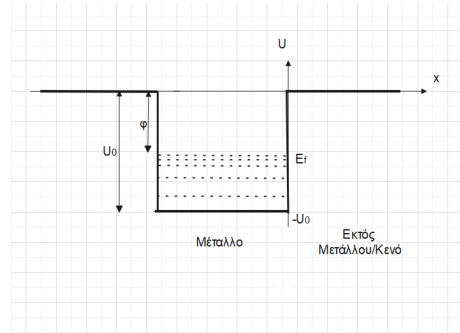
Γενικά, είναι γνωστό από την Μηχανική, ότι σε έναν στοιχειώδη όγκο dV ενός δεδομένου στερεού θα υπάρχει μία στοιχειώδης ποσότητα μάζας dm , ποσότητες που συνδέονται μέσω της πυκνότητας μάζας του στερεού $\rho(r)$, με τον εξής τρόπο: $dm = \rho(r)dV$. Κατ' αναλογία, έχουμε ότι σε μία συγκεκριμένη στοιχειώδη περιοχή ενεργειών, πλάτους dE (δηλαδή για ενέργειες που ανήκουν στο διάστημα $(E, E + dE)$) θα υπάρχει συγκεκριμένος αριθμός ηλεκτρονίων dN , που έχουν ενέργεια εντός του $(E, E + dE)$. Τα δύο αυτά μεγέθη συνδέονται μέσω της πυκνότητας ενεργειακών καταστάσεων $\rho(E)$, σύμφωνα με την σχέση $dN = \rho(E)dV$. Ωστόσο, επειδή τα ηλεκτρόνια είναι φερμιόνια συνεπώς ακολουθούν την στατιστική Fermi-Dirac, το σύστημα δεν είναι ισοπλάσιο να βρίσκεται σε κάθε ενεργειακή κατάσταση. Η κατανομή πιθανότητας δίνεται από την κατανομή Fermi-Dirac $f(E)$, δηλαδή έχουμε ότι $dN = \rho(E)f(E)dV$. Σε άλλη μορφή, έπειτα από την αντικατάσταση της συνάρτησης κατανομής $f(E)$, γράφεται:

$$dN = \rho(E)f(E) = \frac{8\pi}{h^3} \sqrt{2m_e^3} \frac{\sqrt{E}dE}{e^{(E-|E_f|)/kT} + 1} \quad (2)$$

Ακόμη, δεν έχει γίνει ξεκάθαρος ο λόγος για τον οποίον θεωρούμε την ενέργεια Fermi αρνητική. Προκειμένου να ξεφύγουν τα ηλεκτρόνια απ' το πηγάδι δυναμικού, θα πρέπει να έχουν μεγαλύτερη ενέργεια από το ύψος του, πράγμα αδύνατο καθώς είναι παγιδευμένα μέσα στο μέταλλο. Ωστόσο, μπορούμε να τα απεγκλωβίσουμε, είτε προσφέροντάς τους ενέργεια ϕ (έργο εξόδου), ώστε να υπερπηδήσουν το πηγάδι, είτε αν με κάποιον τρόπο μετατρέψουμε το πλάτος του σκαλοπατιού από άπειρο σε πεπερασμένο (φράγμα δυναμικού). Η δεύτερη περίπτωση αναφέρεται στο φαινόμενο της ψυχρής εκπομπής το οποίο εξηγείται με βάση το κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας. Η πρώτη σχετίζεται με το φαινόμενο θερμιονικής εκπομπής, όταν η υπολειπόμενη ενέργεια (έργο εξαγωγής) προσφέρεται στα ηλεκτρόνια μέσω της θέρμανσής τους, η οποία στην περίπτωση μας θα προκληθεί από την εφαρμογή συνεχούς ηλεκτρικού ρεύματος σε μία πλάκα μετάλλου.¹ Άρα για τις ενέργειες ισχύει η σχέση:

$$U_0 = E_f + \phi \quad (3)$$

¹Υπάρχουν και άλλοι τρόποι για να λάβουν τα ηλεκτρόνια την απαιτούμενη ενέργεια ώστε να εξέλθουν απ' το μέταλλο, όπως για παράδειγμα από H/M ακτινοβολία και από προσπίπτοντα ιόντα ή ηλεκτρόνια.



Εικόνα. 1

Αριθμητικά, για το βολφράμιο που θα χρησιμοποιηθεί στην πειραματική διαδικασία, η ενέργεια Fermi είναι $|E_f| = 5.7\text{eV}$ ενώ το έργο εξαγωγής, η ενέργεια δηλαδή που πρέπει να προσφέρουμε στο ηλεκτρόνιο για ξεπεράσει το δυναμικό του μετάλλου είναι $\phi = 4.5\text{eV}$. Υποθετικά, αν τα ηλεκτρόνια δεν είχαν ενέργεια, τότε θα βρίσκονταν στο δυναμικό του μετάλλου $V_0 = -(5.7 + 4.5) = -10.2\text{V}$. Ωστόσο, αυτό είναι αδύνατο και τους "επιβάλλεται" μια ελάχιστη ενέργεια έως $E_f = 5.7\text{eV}$ άρα η ενέργειά τους δύναται να φτάσει έως $E' = -10.2\text{eV} + 5.7\text{eV} = -4.5\text{eV}$, απ' όπου για να φτάσουν στο μηδενικό δυναμικό/μηδενική ενέργεια θα πρέπει να τους προσφερθεί επιπλέον ενέργεια μεγαλύτερη ή ίση με το έργο εξαγωγής ϕ . Ο προσδιορισμός του ϕ είναι ένας από τους πειραματικούς μας στόχους.

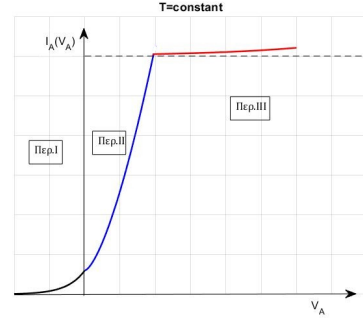
Το φαινόμενο της θερμιονικής εκπομπής

Έστω ότι σε περιοχή υψηλού κενού έχουμε τοποθετήσει έναν μεταλλικό αγωγό, τον οποίο θερμαίνουμε. Τότε, σε μερικά από τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του προσδίδεται το απαιτούμενο ποσό ενέργειας (έργο εξαγωγής) έτσι ώστε να εξέλθουν από την θερμή επιφάνειά του. Ο αγωγός - πηγή ηλεκτρονίων καλείται *κάθοδος*.

Τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια δημιουργούν ένα θερμό νέφος ηλεκτρονίων γύρω απ' την επιφάνεια του αγωγού. Ένα μέρος του νέφους μπορεί συλλεχθεί και να μεταφραστεί ως ηλεκτρικό ρεύμα, από έναν άλλον αγωγό τον οποίο τοποθετούμε απέναντι από την κάθοδο.

Ο αγωγός - συλλέκτης ηλεκτρονίων καλείται *άνοδος*, το ρεύμα που δημιουργείται *ανοδικό ρεύμα* και το σύστημα *καθόδου-ανόδου δίοδος κενού*.

Η θέρμανση της ανόδου επιτυγχάνεται με έναν θερμαντήρα στον οποίο εφαρμόζουμε συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα. Το ανοδικό ρεύμα I_A , ανιχνεύεται όταν η διαφορά δυναμικού ανόδου-καθόδου V_A , είναι θετική. Η εξάρτηση του I_A από την V_A χωρίζεται σε τρεις βασικές περιοχές



Εικόνα. 2

Περιοχή 1, $V_A < 0$

Δεν θα μελετηθεί πειραματικά, αλλά εκεί ανιχνεύεται ανοδικό ρεύμα το οποίο αυξάνεται εκθετικά με την ανοδική τάση ($I_A \sim \exp(-V_A/kT)$) και οφείλεται στα ηλεκτρόνια υψηλής ενέργειας που καταφέρνουν να φτάσουν στην άνοδο παρ'όλη την άπωσή τους από αυτή και γι' αυτό είναι αμελητέο, με μέγιστη τιμή $I_A(V_A = 0) = I_0$.

Περιοχή 2, $0 < V_A < V_{kop}$ (νόμος Langmuir / "3/2")

Σε αυτή την περιοχή ισχύει η μονοδιάστατη εξίσωση Poisson καθώς έχουμε συνεχή κατανομή φορτίων $\rho(x)$, εξαιτίας του ηλεκτρονιακού νέφους

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0} \Rightarrow \dots \Rightarrow J_A = J_0 + \frac{8\epsilon_0}{9r_A\beta^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} V_A^{3/2}$$

όπου r_A η ακτίνα της κυκλικής καθόδου και $\beta = \beta(r_A/r_K)$ μία αδιάστατη σταθερά. Ο νόμος αυτός για το ρεύμα δίνει

$$I_A = I_0 + B \times V_A^{3/2} \xrightarrow{I_0 \approx 0} \boxed{I_A \approx B \times V_A^{3/2}} \quad (4)$$

Περιοχή 3: $V_A > V_{kop}$ (νόμος Richardson)

Σε αυτή την περιοχή έχουμε κορεσμό, δηλαδή πολύ μικρή μεταβολή του ρεύματος της ανόδου με την αύξηση της ανοδικής τάσης και εντονότερη εξάρτηση από την θερμοκρασία.

Αν dN_x ο αριθμός των ηλεκτρονίων εντός του μετάλλου με ενέργεια $E \geq E_f + \phi$ (μετά την θέρμανσή του) και ταχύτητα στην περιοχή $(u_x, u_x + du_x)$, τότε, με βάση την σχέση για την πυκνότητα ρεύματος $J_x = eu_x dN$ και την (2) καταλήγουμε στην σχέση ²

$$J_A = \underbrace{\frac{4\pi em}{h^3}}_C k^2 T^2 e^{-\frac{\phi}{kT}} \quad (5)$$

όπου για το αντίστοιχο ανοδικό ρεύμα γίνεται ³

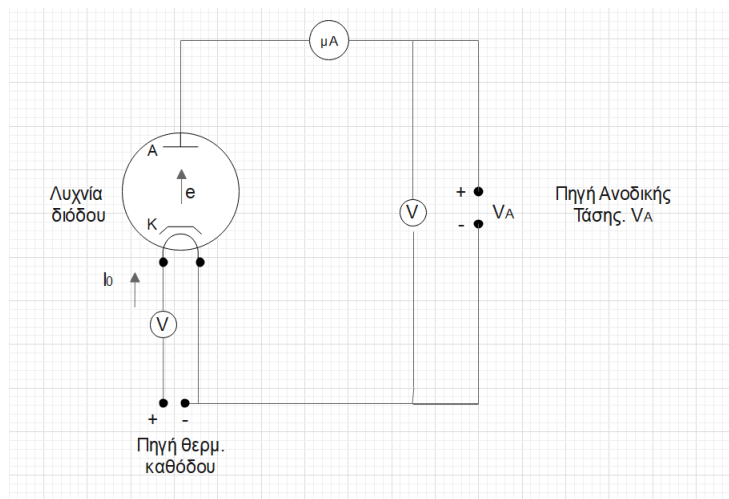
$$I_A = CT^2 \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right) \quad (6)$$

Πειραματική Διάταξη

Η πειραματική διάταξη αποτελείται από:

- . Δίοδο υψηλού κενού. Η κάθοδος είναι φτιαγμένη από λεπτό σύρμα βολφραμίου ($L = 70mm$, $R = 0.08mm$) και πίσω της υπάρχει ένα μεταλλικός δίσκος για να κάνει το ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων πιο ομαλό.
- . Τροφοδοτικό απ' το οποίο χρησιμοποιούμε δύο πηγές, μία πηγή σταθεροποιημένου ρεύματος $I_\theta \sim 1 - 2.5A$ για την θέρμανση της καθόδου και μία για την τροφοδότηση της διόδου με την ανοδική τάση (0-300V DC).
- . Πολύμετρο για την μέτρηση της ανοδικής τάσης V_A .
- . Μικροαμπερόμετρο για την μέτρηση του ανοδικού ρεύματος I_A .
- . Ψηφιακό αμπερόμετρο μεγάλης ακρίβειας για την μέτρηση του ρεύματος θέρμανσης I_θ στην κάθοδο.

Η συνδεσμολογία του κυκλώματος φαίνεται στην Εικόνα 2.



Εικόνα. 3

Πειραματική Διαδικασία - Επεργασία Μετρήσεων

Νόμος Langmuir

Αρχικά, αφού συναρμολογήσουμε το ηλεκτρικό κύκλωμα της άσκησης όπως φαίνεται στην Εικόνα 2, ανοίγουμε το τροφοδοτικό. Τώρα εφαρμόζουμε στην κάθοδο ρεύμα $I_\theta = (2.267 \pm 0.001)mA$ που αντιστοιχεί σε τάση θέρμανσης $V_\theta = (5.750 \pm 0.001)V$ και σε θερμοκρασία καθόδου $T = (2100 \pm 5)K$.

²Για να λάβουμε υπόψιν και το χβαντομηχανικό φαινόμενο κατά το οποίο μέρος των ηλεκτρονίων με μεγαλύτερη ενέργεια από το πηγάδι ανακλώνται μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε με (1-D), όπου D ο συντελεστής ανάκλασης. Ωστόσο δεν θα το συμπεριλάβουμε στο μοντέλο του μετάλλου και κατ' επέκταση στην επεξεργασία των μετρήσεων καθώς η συμβολή του είναι ανεπαίσθητη. Ακόμη, στην συνέχεια θα λογαριθμίσουμε την σχέση για να την γραμμικοποιήσουμε και θα προκύψει μία ευθεία από την οποία θα χρειαστούμε την κλίση, ενώ ο συντελεστής ανάκλασης συναντάται στον σταθερό όρο.

³Θα μπορούσαμε επίσης να συμπεριλάβουμε μία ακόμη διόρθωση στο μοντέλο $\phi \rightarrow \phi - \Delta\phi$, όπου $\Delta\phi$ είναι η μείωση του έργου εξαγωγής λόγω της αλληλεπίδρασης του εξερχόμενου ηλεκτρονίου με τα επαγόμενα $+e$ φορτία στην επιφάνεια του μετάλλου και με το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί η ανοδική τάση (φαινόμενο Schottky). Στην περίπτωση μας είναι $\Delta\phi \simeq 0.12eV$.

Μεταβάλλουμε της τάση ανόδου $V_A = 6 - 20V$ με βήμα $2V$ και καταγράφουμε την τιμή του ρεύματος ανόδου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 1

V_A ($\pm 10^{-3}V$)	I_A ($\pm 10^{-3}mA$)	$V_A - V_{\theta}/2$	$\ln(V_A - V_{\theta}/2)$	$\ln(I_A)^4$
6	0.03	3.125	1.1394	3.4012
8	0.05	5.125	1.6341	3.9120
10	0.07	7.125	1.9636	4.2485
12	0.09	9.125	2.2110	4.4998
14	0.11	11.125	2.4092	4.7005
16	0.13	13.125	2.5745	4.8675
18	0.16	15.125	2.7163	5.0752
20	0.18	17.125	2.8405	5.1930

Πίνακας. 1

Τα δεδομένα των δύο τελευταίων στηλών μας χρησιμεύουν καθώς από την σχέση (4) έχουμε ότι

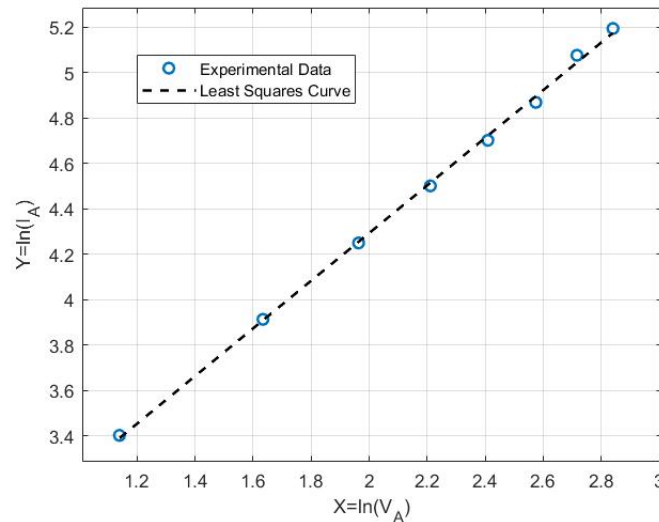
$$\ln(I_A) = \ln(B) + (3/2) \cdot \ln(V_A) \quad (7)$$

Συνεπώς αν θεωρήσουμε $Y = \ln(I_A)$ και $X = \ln(V_A)$, τότε η θεωρία προβλέπει ότι πρέπει να συνδέονται γραμμικά σύμφωνα μία σχέση της μορφής $Y = D \cdot X + C$. Έτσι, αν εφαρμόσουμε την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για τα δεδομένα X, Y μπορούμε να προβλέψουμε στα πλάσια κάποιου σφάλματος τον συντελεστή D , ο οποίος είναι ο εκθέτης στον νόμο του Langmuir και μέσω του $C = \ln(B)$, να εκτιμήσουμε το B , το οποίο είναι μία σταθερά της διάταξης. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων παίρνουμε για τους συντελεστές και τα σφάλματά τους:

$$D = (1.05 \pm 0.01) \quad (8)$$

$$C = (2.19 \pm 0.02)[S.I.] \quad (9)$$

Ως συνέπεια προκύπτει το παρακάτω γράφημα:



Εικόνα. 4

Η τιμή του D διαφέρει κατά πολύ από την αναμενόμενη που είναι $3/2$.

Όπως παρατηρούμε από τις σχέσεις (4) και (7), δεν υπάρχει εισχώρηση κάποιου πειραματικού μεγέθους στον υπολογισμό του B πέραν της τάσης V_A και του ρεύματος I_A της ανόδου. Ωστόσο, γνωρίζουμε πως τα σφάλματα των οργάνων είναι ακούκντως μικρά έτσι ώστε να μην δύνανται να επιδράσουν τόσο στις μετρήσεις ώστε να δώσουν μία τόσο μεγάλη απόκλιση του συντελεστή απ' το

⁴Πρώτα μετατρέπω το I_A σε Ampere.

3/2 (έχουμε σχετικά σφάλματα $\sim 0.01\%V$ για την τάση και $\sim 1.1\%mA$ για το ρεύμα). Επίσης, δεν υπάρχει κάποιο ενδεχόμενο να έχουμε κάνει κάποιο σφάλμα κατά την διαδικασία λήψης των μετρήσεων, καθώς τα όργανα ήταν ηλεκτρονικά και δεν απαιτούνταν κάποιος χειρισμός που να βασίζεται σε δικές μας ενέργειες.

Ως εκ τούτου η αιτία του σφάλματος θα είναι κάποια αστοχία στην πειραματική διάταξη και ειδικά στην δίοδο κενού. Πιό συγκεκριμένα, η απόσταση ανόδου-καθόδου είναι πολύ μεγάλη και επίσης ο μεταλλικός δίσκος στον χώρο πίσω της καθόδου, δεν κάνει το πεδίο στον ενδιάμεσο χώρο μεταξύ καθόδου-ανόδου αρκούντως ομαλό/ομογενές, όπως έχει υποτεθεί, αλλά η μορφή του μεταβάλλεται ανάλογα με την απόσταση από την κάθοδο. Ακόμη, οι γεωμετρικές ατέλειες της λυχνίας καθώς και οι γενικότερες συνθήκες στο εργαστήριο, όπως η αυξημένη υγρασία και η πολυκακία των οργάνων (π.χ. εισχώρηση ατμοσφαιρικού αέρα στην λυχνία που ίσως προκαλεί διάβρωση στα μεταλλικά στοιχεία της) ενδέχεται να συνεισφέρουν στην απόκλιση από το θεωρητικώς αναμενόμενο αποτέλεσμα.

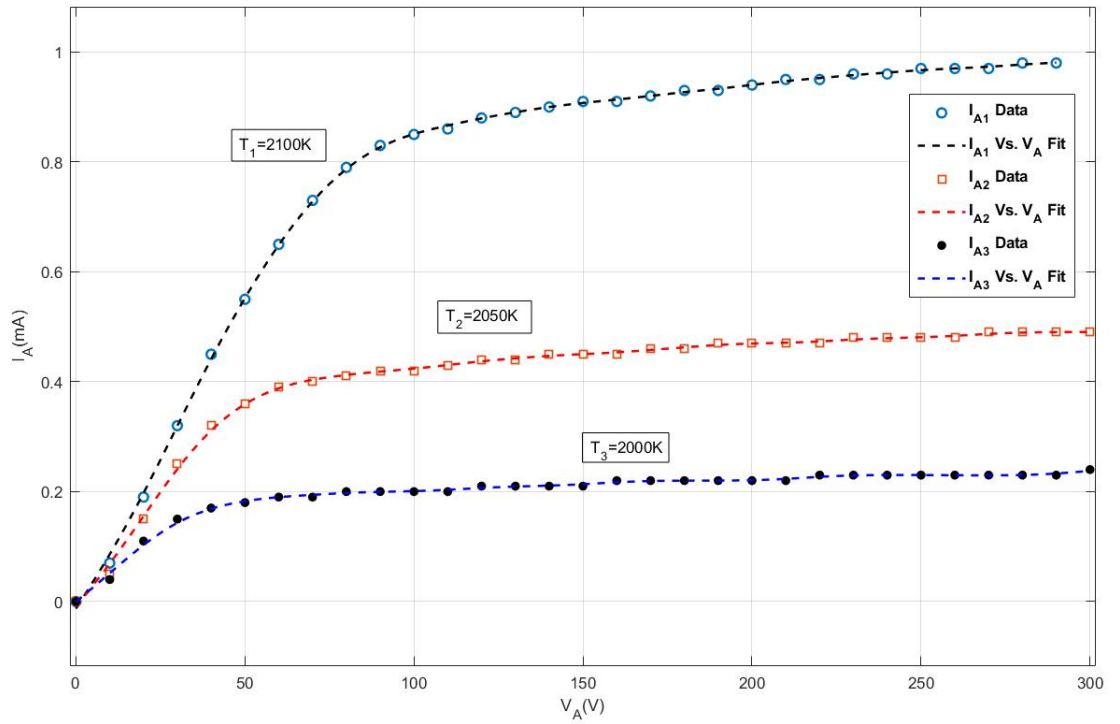
Σχέση Τάσης-Ρεύματος Ανόδου

Διατηρούμε την θερμοκρασία στους $T_1 = (2100 \pm 5)K$, δηλαδή $I_{\theta 1} = (2.267 \pm 0.001)mA$, μεταβάλλουμε την τάση από $V_A = 0-300V$ με βήμα $10V$ και καταγράφουμε την τιμή του ρεύματος με τελικό στόχο να σχεδιάσουμε την καμπύλη του ρεύματος ανόδου συναρτήσει της τάσης ανόδου. Επαναλαμβάνουμε τις μετρήσεις μας για θερμοκρασίες $T_2 = (2050 \pm 5)K$ άρα $I_{\theta 2} = (2.167 \pm 0.001)mA$ και $T_3 = (2000 \pm 5)K$ που αντιστοιχεί σε $I_{\theta 3} = (2.068 \pm 0.001)mA$. Οι μετρήσεις φαίνονται στον Πίνακα 2.

	$T_1 = (2100 \pm 5)K$	$T_2 = (2050 \pm 5)K$	$T_3 = (2000 \pm 5)K$
$V_{A1}(\pm 10^{-3}V)$	$I_{A1}(\pm 10^{-3})mA$	$I_{A2}(\pm 10^{-3})mA$	$I_{A3}(\pm 10^{-3})mA$
0	0.00	0.00	0.00
10	0.07	0.05	0.04
20	0.19	0.15	0.11
30	0.32	0.25	0.15
40	0.45	0.32	0.17
50	0.55	0.36	0.18
60	0.65	0.39	0.19
70	0.73	0.40	0.19
80	0.79	0.41	0.20
90	0.83	0.42	0.20
100	0.85	0.42	0.20
110	0.86	0.43	0.20
120	0.88	0.44	0.21
130	0.89	0.44	0.21
140	0.90	0.45	0.21
150	0.91	0.45	0.21
160	0.91	0.45	0.22
170	0.92	0.46	0.22
180	0.93	0.46	0.22
190	0.93	0.47	0.22
200	0.94	0.47	0.22
210	0.95	0.47	0.22
220	0.95	0.47	0.23
230	0.96	0.48	0.23
240	0.96	0.48	0.23
250	0.97	0.48	0.23
260	0.97	0.48	0.23
270	0.97	0.49	0.23
280	0.98	0.49	0.23
290	0.98	0.49	0.23
300	-	0.49	0.24

Πίνακας. 2

Οι καμπύλες $I_A = I_A(V_A)$ με βάση τα πειραματικά δεδομένα φαίνονται στην Εικόνα 5.



Εικόνα. 5

Παρατηρώ ότι στις πύ υψηλές θερμοκρασίες το ρεύμα αυξάνεται αισθητά στην περιοχή του κόρου, όπου σύμφωνα με την θεωρία θα έπρεπε να είναι σχεδόν σταθερό και ανεξάρτητο από την τάση, όπως φαίνεται στην Εικόνα 2. Ακόμη, η μετάβαση στην περιοχή αυτή θα έπρεπε να είναι πύ απότομη. Η απουσία της απότομης μετάβασης στον κορεσμό, οφείλεται στο γεγονός ότι το ηλεκτρικό πεδίο της ανόδου αλληλεπιδρά πύ έντονα με την πλευρά της καθόδου που βρίσκεται κοντά του. Έτσι, το ρεύμα που προέρχεται από ηλεκτρόνια της "μπροστινής" περιοχής σταθεροποιείται πύ γρήγορα από εκείνο που οφείλεται στα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την "πίσω" περιοχή της καθόδου. Συνεπώς, το ένα μέρος του ρεύματος φτάνει στον κορεσμό πύ γρήγορα από το άλλο και γι' αυτό ο συνολικός κορεσμός επέρχεται πύ ομαλά και για μεγαλύτερες τάσεις από τις αναμενόμενες.

Έλεγχος του νόμου Richardson

Σε αυτό το μέρος θα μελετηθεί το σημείο κορεσμού του ανοδικού ρεύματος.

Ορίζουμε την τάση στα 300V και καταγράφουμε τις τιμές του ανοδικού ρεύματος I_A μεταβάλλοντας την θερμοκρασία της καθόδου από $T = 2100 - 1700K$ με βήμα 50K. Η θερμοκρασία ρυθμίζεται μέσω της τιμής του ρεύματος καθόδου. Η σχέση των δύο αυτών μεγεθών είναι γνωστή και φαίνεται στις δύο πρώτες στήλες του Πίνακα 3, στον οποίο καταγράφονται και οι υπόλοιπες μετρήσεις.

$T(\pm 5K)$	$I_\theta(A)$	$I_A(\pm 10^{-3}mA)$	$1/T(10^{-4}K^{-1})$	$I_A/T^2(10^{-5}AK^{-2})^5$	$\ln(I_A/T^2)$
1700	1.512	0.001	5.88	0.04	-14.8768
1750	1.602	0.003	5.71	0.10	-13.8361
1800	1.692	0.01	5.56	0.31	-12.6885
1850	1.784	0.02	5.41	0.58	-12.0501
1900	1.877	0.05	5.26	1.39	-11.1872
1950	1.973	0.11	5.13	2.89	-10.4507
2000	2.068	0.23	5.00	5.75	-9.7637
2050	2.167	0.49	4.88	11.66	-9.0568
2100	2.267	0.98	4.76	22.22	-8.4118

Πίνακας. 3

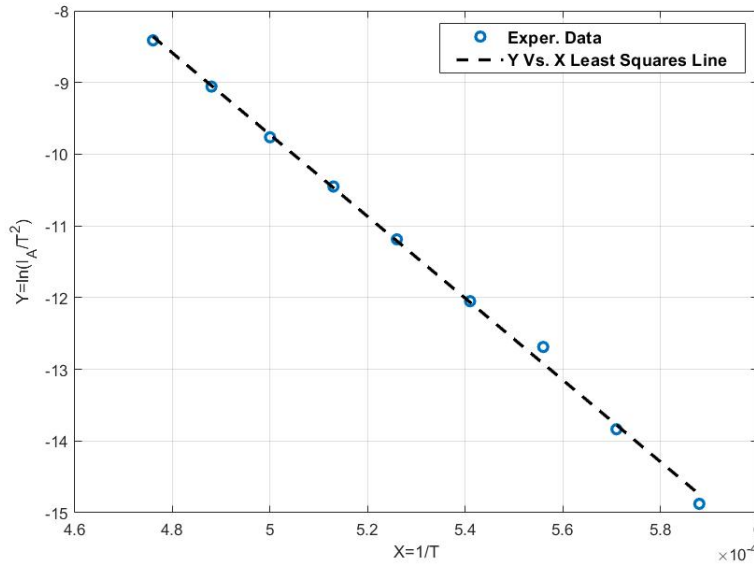
Η χρησιμότητα των δύο τελευταίων στηλών διαφαίνεται στα παρακάτω. Λογαριθμίζουμε τον νόμο του Richardson, σχέση (6):

$$\ln\left(\frac{I_A}{T^2}\right) = \ln(C) - \frac{\phi}{k} \frac{1}{T} \Rightarrow Y = A + B \cdot X$$

όπου προκειμένου να γραμμικοποιήσουμε την σχέση έχουμε θέσει $Y = I_A/T^2$, $X = 1/T$, $A = \ln(C)$ και $B = -\phi/k$. Οι πειραματικές τιμές των X, Y φαίνονται στις δύο τελευταίες στήλες του Πίνακα 3. Έτσι, αν προσαρμόσουμε μία ευθεία με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων σε αυτά τα δεδομένα, μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά τις σταθερές A , B και κατ' επέκταση το έργο εξαγωγής ϕ και την σταθερά C . Χρησιμοποιώντας τις γνωστές σχέσεις για την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων προκύπτουν οι παρακάτω τιμές και η γραφική παράσταση στην Εικόνα 6:

$$A = (18.77 \pm 0.52)[S.I.] \quad (10)$$

$$B = (-5.70 \pm 0.10) \times 10^4 [S.I.] \quad (11)$$



Εικόνα. 6

Άρα, από την κλίση έχουμε

$$\phi = -kB = 5.70 \times 10^4 \cdot 8.62 \times 10^{-5} = 4.19 \text{ eV}$$

Για το σφάλμα από διάδοση έχουμε

$$\delta\phi = \left| \frac{\partial\phi}{\partial B} \delta B \right| = | -k \delta B | = 8.62 \times 10^{-5} \cdot 0.1 \times 10^4 = 0.09 \text{ eV}$$

Άρα

$$\phi = (4.19 \pm 0.09) \text{ eV}$$

Το αποτέλεσμα δεν περιλαμβάνει στα όρια το σφάλματός του την αναμενόμενη τιμή 4.5 eV. Όμως, δεν έχουμε λάβει υπόψιν το φαινόμενο Schottky κατά το οποίο αν έχουμε ηλεκτρικό πεδίο της τάξης $\sim 10^7 \text{ V/m}$ στην επιφάνεια του μετάλλου, το έργο εξαγωγής μειώνεται κατά 0.12 eV. Αν το συμπεριλάβουμε, τότε το έργο εξαγωγής γίνεται

$$\phi = (4.31 \pm 0.09) \text{ eV}$$

και προσεγγίζει περισσότερο την τιμή των 4.5 eV που περιμένουμε. Ωστόσο, επειτα από την διόρθωση, πάλι το αναμενόμενο αποτέλεσμα δεν ανήκει στα όρια του σφάλματος. Αυτό ίσως οφείλεται στο γεγονός ότι έχουμε θεωρήσει πως τα ηλεκτρόνια εξέρχονται με ακριβώς μηδενική ταχύτητα, δηλαδή με μηδενική ενέργεια, πράγμα που δεν ισχύει απολύτως καθώς ενδέχεται να έχουν προσλάβει και μεγαλύτερα ποσά ενέργειας.

⁵ Έχω μετατρέψει το ρεύμα σε A.

Συμπεράσματα

Εν κατακλείδι, τα συμπεράσματα σε μία πρώτη ματιά είναι θετικά καθώς έχουμε αναπαράγει επιτυχώς τα ποιοτικά στοιχεία των θεωρητικώς αναμενόμενων αποτελεσμάτων. Σε επόμενη ματιά, τα ποσοτικά αποτελέσματα δεν συμπίπτουν με τα θεωρητικά ούτε στα πλαίσια των σφαλμάτων τους και απέχουν από αυτά περίπου $\sim 30\%$ για τον εκθέτη του νόμου Langmuir $\sim 4\%$ για το έργο εξαγωγής. Οι εν λόγω αποκλίσεις οφείλονται, όπως έχει αναφερθεί, τόσο σε θεωρητικές, όσο και σε πειραματικές αστοχίες.

Βιβλιογραφία-Εργαλεία

- . ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΤΟΜΟΣ II, ΣΥΛΛΟΓΙΚΟ
- . Matlab για επεξεργασία & γραφικές παραστάσεις
- . EdrawMax για τα σχήματα