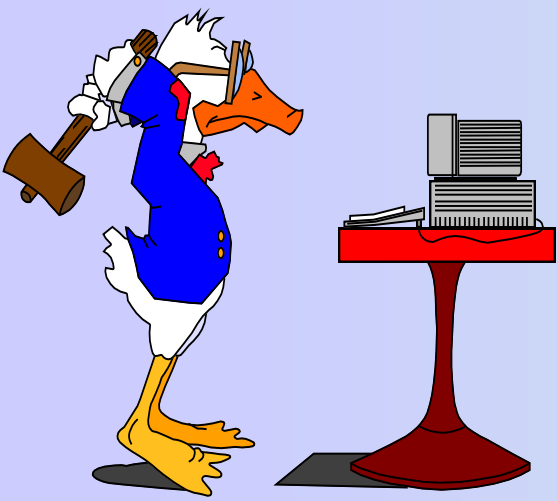


数学建模与数学实验

非线性规划



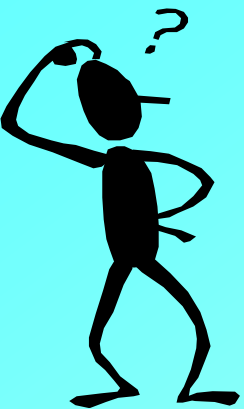
实验目的

- 1、直观了解非线性规划的基本内容。
- 2、掌握用数学软件求解优化问题。

实验内容

- 1、非线性规划的基本理论。
- 2、用数学软件求解非线性规划。
- 3、钢管订购及运输优化模型
- 4、实验作业。





非线性规划

非线性规划的基本概念

*非线性规划的基本解法

[返回](#)

非线性规划的基本概念

定义 如果目标函数或约束条件中至少有一个是非线性函数时的最优化问题就叫做**非线性规划问题**.

一般形式:

$$\begin{aligned} & \min f(X) \\ & s.t. \begin{cases} g_i(X) \geq 0 & i = 1, 2, \dots, m; \\ h_j(X) = 0 & j = 1, 2, \dots, l. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in E^n$, f, g_i, h_j 是定义在 E^n 上的实值函数, 简记: $f: E^n \rightarrow E^1$, $g_i: E^n \rightarrow E^1$, $h_j: E^n \rightarrow E^1$

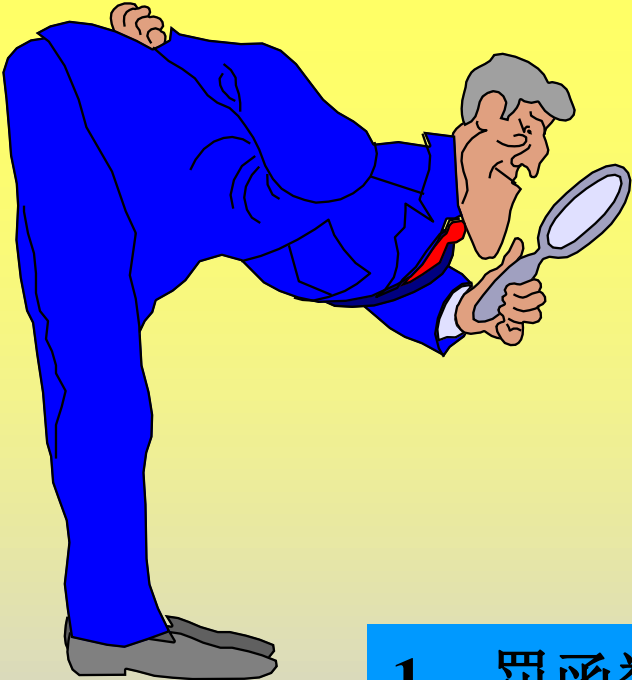
其它情况: 求目标函数的最大值或约束条件为小于等于零的情况, 都可通过取其相反数化为上述一般形式.

定义1 把满足问题 (1) 中条件的解 $X (\in E^n)$ 称为**可行解** (或可行点), 所有可行点的集合称为**可行集** (或可行域). 记为 D . 即 $D = \{X \mid g_i(X) \geq 0, h_j(X) = 0, X \in E^n\}$ 问题 (1) 可简记为 $\min_{X \in D} f(X)$.

定义2 对于问题 (1), 设 $X^* \in D$ 若存在 $\delta > 0$, 使得对一切 $X \in D$ 且 $\|X - X^*\| < \delta$, 都有 $f(X^*) \leq f(X)$ 则称 X^* 是 $f(X)$ 在 D 上的**局部极小值点** (**局部最优解**). 特别地当 $X \neq X^*$ 时, 若 $f(X^*) < f(X)$ 则称 X^* 是 $f(X)$ 在 D 上的**严格局部极小值点** (**严格局部最优解**).

定义3 对于问题 (1), 设 $X^* \in D$, 对任意的 $X \in D$, 都有 $f(X^*) \leq f(X)$ 则称 X^* 是 $f(X)$ 在 D 上的**全局极小值点** (**全局最优解**). 特别地当 $X \neq X^*$ 时, 若 $f(X^*) < f(X)$, 则称 X^* 是 $f(X)$ 在 D 上的**严格全局极小值点** (**严格全局最优解**).

[返回](#)



非线性规划的基本解法

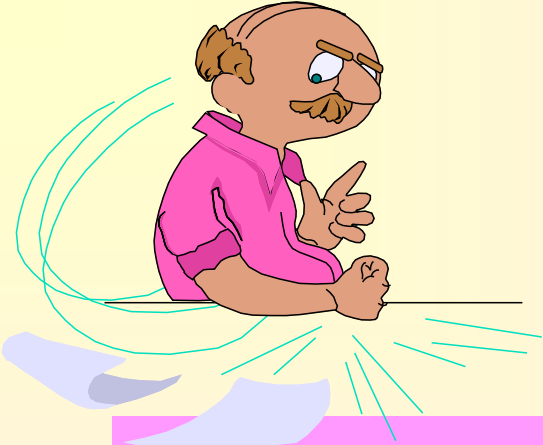
1、罚函数法

SUTM外点法

SUTM内点法（障碍罚函数法）

2、近似规划法

返回



罚函数法

罚函数法基本思想是通过构造罚函数把约束问题转化为一系列无约束最优化问题，进而用无约束最优化方法去求解。这类方法称为序列无约束最小化方法。简称为**SUMT**法。

其一为**SUMT外点法**，其二为**SUMT内点法**。

SUTM外点法

对一般的非线性规划：

$$\min f(X)$$
$$s.t. \begin{cases} g_i(X) \geq 0 & i = 1, 2, \dots, m; \\ h_j(X) = 0 & j = 1, 2, \dots, l. \end{cases} \quad (1)$$

可设：

$$T(X, M) = f(X) + M \sum_{i=1}^m [\min(0, g_i(X))]^2 + M \sum_{j=1}^l [h_j(X)]^2 \quad (2)$$

将问题 (1) 转化为无约束问题：

$$\min_{X \in E^n} T(X, M) \quad (3)$$

其中 $T(X, M)$ 称为**罚函数**， M 称为**罚因子**，带 M 的项称为**罚项**，这里的罚函数只对不满足约束条件的点实行惩罚： $\dot{=} X \in D$ 时，满足 $g_i(X) \geq 0, h_i(X) = 0$ ，故罚项=0，不受惩罚。 $X \notin D$ 时， $g_i(X) < 0$ 或 $h_i(X) \neq 0$ 的约束条件，故罚项>0，要受惩罚。

SUTM外点法(罚函数法)的迭代步骤

- 1、任意给定初始点 X^0 ，取 $M_1 > 1$ ，给定允许误差 $\varepsilon > 0$ ，令 $k=1$ ；
- 2、求无约束极值问题 $\min_{X \in E^n} T(X, M)$ 的最优解，设为 $X^k = X(M_k)$ ，即
$$\min_{X \in E^n} T(X, M) = T(X^k, M_k) ;$$
- 3、若存在 $i(1 \leq i \leq m)$ ，使 $-g_i(X^k) > \varepsilon$ ，则取 $M_k > M(M_{k+1} = \alpha M, \alpha = 10)$ 令 $k=k+1$ 返回(2)，否则，停止迭代。得最优解 $X^* \approx X^k$ 。

计算时也可将收敛性判别准则 $-g_i(X^k) > \varepsilon$ 改为 $M \sum_{i=1}^m [\min(0, g_i(X))]^2 \leq 0$ 。

罚函数法的缺点是：每个近似最优解 X^k 往往不是容许解，而只能近似满足约束，在实际问题中这种结果可能不能使用；在解一系列无约束问题中，计算量太大，特别是随着 M_k 的增大，可能导致错误。



SUTM内点法（障碍函数法）

考虑问题：

$$\begin{cases} \min f(X) \\ s.t. \quad g_i(X) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (1)$$

设集合 $D^0 = \{X \mid g_i(X) > 0, i = 1, 2, \dots, m\} \neq \phi$, D^0 是可行域中所有严格内点的集合。

构造障碍函数

$$I(X, r): I(X, r) = f(X) + r \sum_{i=1}^m \ln g_i(X) \quad \text{或} \quad I(X, r) = f(X) + r \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(X)}$$

其中称 $r \sum_{i=1}^m \ln g_i(X)$ 或 $r \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(X)}$ 为障碍项, r 为障碍因子

这样问题 (1) 就转化为求一系列极值问题:

$$\min_{X \in D^0} I(X, r_k) \quad \text{得} \quad X^k(r_k)$$

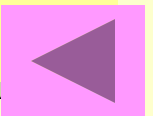
内点法的迭代步骤

(1) 给定允许误差 $\varepsilon > 0$ ，取 $r_1 > 0, 0 < \beta < 1$;

(2) 求出约束集合 D 的一个内点 $X^0 \in D^0$ ，令 $k = 1$;

(3) 以 $X^{k-1} \in D^0$ 为初始点，求解 $\min_{X \in D^0} I(X, r_k)$ ，其中 $X \in D^0$ 的最优解，设为 $X^k = X(r_k) \in D^0$;

(4) 检验是否满足 $\left| -r \sum_{i=1}^m \ln g_i(X^k) \right| \leq \varepsilon$ 或 $\left| r_k \sum_{i=1}^m \frac{1}{g_i(X)} \right| \leq \varepsilon$ ，满足，停止迭代， $X^* \approx X^k$ ；否则取 $r_{k+1} = \beta r_k$ ，令 $k = k + 1$ ，返回(3)。



近似规划法

近似规划法的基本思想： 将问题(3)中的目标函数 $f(X)$ 和约束条件 $g_i(X) \geq 0$ ($i = 1, \dots, m$); $h_j(X) = 0$ ($j = 1, \dots, l$) 近似为线性函数，并对变量的取值范围加以限制，从而得到一个近似线性规划问题，再用单纯形法求解之，把其符合原始条件的最优解作为(3)的解的近似。

每得到一个近似解后，都从这点出发，重复以上步骤。

这样，通过求解一系列线性规划问题，产生一个由线性规划最优解组成的序列，经验表明，这样的序列往往收敛于非线性规划问题的解。

近似规划法的算法步骤如下

(1) 给定初始可行点 $X^1 = \{x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1\}$, 步长限制 $\delta_j^1 (j=1, \dots, n)$, 步长缩小系数 $\beta \in (0,1)$, 允许误差 ε , 令 $k=1$;

(2) 在点 X^k 处, 将 $f(X)$, $g_i(X)$, $h_j(X)$ 按泰勒级数展开并取一阶近似, 得到近似线性规划问题:

$$\min f(X) \approx f(X^k) + \nabla f(X^k)^T (X - X^k)$$

$$g_i(X) \approx g_i(X^k) + \nabla g_i(X^k)^T (X - X^k) \geq 0 \quad i=1, \dots, m$$

$$h_j(X) \approx h_j(X^k) + \nabla h_j(X^k)^T (X - X^k) = 0 \quad j=1, \dots, l;$$

(3) 在上述近似线性规划问题的基础上增加一组限制步长的线性约束条件. 因为线性近似通常只在展开点附近近似程度较高, 故需要对变量的取值范围加以限制, 所增加的约束条件是:

$$|x_j - x_j^k| \leq \delta_j^k \quad (j=1, \dots, n)$$

求解该线性规划问题, 得到最优解 X^{k+1} ;

(4) 检验 X^{k+1} 点对原约束是否可行。若 X^{k+1} 对原约束可行, 则转步骤(5); 否则, 缩小步长限制, 令 $\delta_j^k = \beta \delta_j^k \quad (j=1, \dots, n)$, 返回步骤(3), 重解当前的线性规划问题;

5) 判断精度: 若 $|\delta_j^k| < \varepsilon \quad (j=1, \dots, n)$, 则点 X^{k+1} 为近似最优解; 否则, 令 $\delta_j^{k+1} = \delta_j^k \quad (j=1, \dots, n)$, $k=k+1$, 返回步骤(2).

[返回](#)

1、二次规划

标准型为:

$$\text{Min } Z = \frac{1}{2} X^T H X + c^T X$$

$$\text{s.t. } A X \leq b \quad A_{eq} \cdot X = b_{eq}$$

$$V L B \leq X \leq V U B$$

用MATLAB软件求解, 其输入格式如下:

1. `x=quadprog(H, C, A, b);`
2. `x=quadprog(H, C, A, b, Aeq, beq);`
3. `x=quadprog(H, C, A, b, Aeq, beq, VLB, VUB);`
4. `x=quadprog(H, C, A, b, Aeq, beq, VLB, VUB, X0);`
5. `x=quadprog(H, C, A, b, Aeq, beq, VLB, VUB, X0, options);`
6. `[x, fval]=quaprog(...);`
7. `[x, fval, exitflag]=quaprog(...);`
8. `[x, fval, exitflag, output]=quaprog(...);`



例1
$$\begin{aligned} \min f(x_1, x_2) &= -2x_1 - 6x_2 + x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 \\ \text{s. t.} \quad &x_1 + x_2 \leq 2 \\ &-x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ &x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1、写成标准形式:
$$\min z = (x_1, x_2) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \text{s.t.} \quad &\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2、输入命令:

$$H = [1 \ -1; \ -1 \ 2];$$

$$c = [-2 \ -6]; A = [1 \ 1; \ -1 \ 2]; b = [2; 2];$$

$$A_{eq} = []; b_{eq} = []; VLB = [0; 0]; VUB = [];$$

$$[x, z] = \text{quadprog}(H, c, A, b, A_{eq}, b_{eq}, VLB, VUB)$$

3、运算结果为:

MATLAB (youh1)

$$x = 0.6667 \quad 1.3333 \quad z = -8.2222$$

2、一般非线性规划

标准型为:

$$\begin{aligned} \min \quad & F(X) \\ \text{s.t.} \quad & AX \leq b \quad Aeq \cdot X = beq \quad G(X) \leq 0 \\ & Ceq(X) = 0 \quad VL \leq X \leq VUB \end{aligned}$$

其中 X 为 n 维变元向量, $G(X)$ 与 $Ceq(X)$ 均为非线性函数组成的向量, 其它变量的含义与线性规划、二次规划中相同. 用Matlab求解上述问题, 基本步骤分三步:

1. 首先建立M文件`fun.m`, 定义目标函数 $F(X)$:

```
function f=fun(X);  
f=F(X);
```

2. 若约束条件中有非线性约束: $G(X) \leq 0$ 或 $Ceq(X) = 0$,

则建立M文件`nonlcon.m`定义函数 $G(X)$ 与 $Ceq(X)$:

```
function [G,Ceq]=nonlcon(X)  
G=...  
Ceq=...
```

3. 建立主程序. 非线性规划求解的函数是fmincon, 命令的基本格式如下:

(1) `x=fmincon('fun',X0,A,b)`

(2) `x=fmincon('fun',X0,A,b,Aeq,beq)`

(3) `x=fmincon('fun',X0,A,b, Aeq,beq,VLB,VUB)`

(4) `x=fmincon('fun',X0,A,b,Aeq,beq,VLB,VUB,'nonlcon')`

(5) `x=fmincon('fun',X0,A,b,Aeq,beq,VLB,VUB,'nonlcon',options)`

输出极值点

M文件

迭代的初值

变量上下限

参数说明

(6) `[x,fval]= fmincon(...)`

(7) `[x,fval,exitflag]= fmincon(...)`

(8) `[x,fval,exitflag,output]= fmincon(...)`

注意：

[1] `fmincon`函数提供了大型优化算法和中型优化算法。默认时，若在`fun`函数中提供了梯度（`options`参数的`GradObj`设置为' on'），并且只有上下界存在或只有等式约束，`fmincon`函数将选择大型算法。当既有等式约束又有梯度约束时，使用中型算法。

[2] `fmincon`函数的中型算法使用的是序列二次规划法。在每一步迭代中求解二次规划子问题，并用BFGS法更新拉格朗日Hessian矩阵。

[3] `fmincon`函数可能会给出局部最优解，这与初值 x_0 的选取有关。

$$\begin{aligned} \text{例2} \quad \min f &= -x_1 - 2x_2 + \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \\ &2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ \text{s. t} \quad &x_1 + 4x_2 \leq 5 \\ &x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1、写成标准形式:

$$\begin{aligned} \min f &= -x_1 - 2x_2 + \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \\ \text{s. t.} \quad &\begin{pmatrix} 2x_1 + 3x_2 - 6 \\ x_1 + 4x_2 - 5 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2、先建立M-文件 **fun3.m**:

```
function f=fun3(x);  
f=-x(1)-2*x(2)+(1/2)*x(1)^2+(1/2)*x(2)^2
```

3、再建立主程序youh2.m:

```
x0=[1;1];  
A=[2 3 ;1 4]; b=[6;5];  
Aeq=[];beq=[];  
VLB=[0;0]; VUB=[];  
[x,fval]=fmincon('fun3',x0,A,b,Aeq,beq,VLB,VUB)
```

4、运算结果为:

```
x = 0.7647    1.0588  
fval = -2.0294
```

MATLAB(youh2)

例3 $f(x) = e^{x_1} (4x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 + 2x_2 + 1)$

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$\text{s.t.} \quad 1.5 + x_1x_2 - x_1 - x_2 \leq 0$$

$$-x_1x_2 - 10 \leq 0$$

1. 先建立M文件 **fun4.m**, 定义目标函数:

```
function f=fun4(x);
f=exp(x(1))
*(4*x(1)^2+2*x(2)^2+4*x(1)*x(2)+2*x(2)+1);
```

2. 再建立M文件**mycon.m**定义非线性约束:

```
function [g,ceq]=mycon(x)
g=[x(1)+x(2);1.5+x(1)*x(2)-x(1)-x(2);-x(1)*x(2)-10];
```

3. 主程序youh3.m为:

```
x0=[-1;1];
```

```
A=[];b=[];
```

```
Aeq=[1 1];beq=[0];
```

```
vlb=[];vub=[];
```

```
[x,fval]=fmincon('fun4',x0,A,b,Aeq,beq,vlb,vub,'mycon')
```

MATLAB(youh3)

3. 运算结果为:

x = -1.2250 1.2250

fval = 1.8951

例4

$$\min f(X) = -2x_1 - x_2$$

$$s.t. \quad g_1(X) = 25 - x_1^2 - x_2^2 \geq 0$$

$$g_2(X) = 7 - x_1^2 + x_2^2 \geq 0$$

$$0 \leq x_1 \leq 5, \quad 0 \leq x_2 \leq 10$$

1. 先建立M-文件**fun.m**定义目标函数：

```
function f=fun(x) ;  
f=-2*x(1)-x(2) ;
```

2. 再建立M文件**mycon2.m**定义非线性约束：

```
function [g,ceq]=mycon2(x)  
g=[x(1)^2+x(2)^2-25;x(1)^2-x(2)^2-7];
```


3. 主程序fxx.m为:

```
x0=[3;2.5];  
VLB=[0 0];VUB=[5 10];  
[x,fval,exitflag,output]  
=fmincon('fun',x0,[],[],[],[],VLB,VUB,'mycon2')
```

MATLAB(fxx(fun))

4. 运算结果为:

x =

4.0000

3.0000

fval = -11.0000

exitflag = 1

output =

iterations: 4

funcCount: 17

stepsize: 1

algorithm: [1x44 char]

firstorderopt: []

cgiterations: []

返回

应用实例： 供应与选址

某公司有6个建筑工地要开工，每个工地的位置（用平面坐标系 a , b 表示，距离单位：千米）及水泥日用量 d (吨) 由下表给出。目前有两个临时料场位于 $A(5,1)$, $B(2,7)$ ，日储量各有20吨。假设从料场到工地之间均有直线道路相连。

(1) 试制定每天的供应计划，即从 A , B 两料场分别向各工地运送多少吨水泥，使总的吨千米数最小。

(2) 为了进一步减少吨千米数，打算舍弃两个临时料场，改建两个新的，日储量各为20吨，问应建在何处，节省的吨千米数有多大？

工地位置 (a , b) 及水泥日用量 d

	1	2	3	4	5	6
a	1.25	8.75	0.5	5.75	3	7.25
b	1.25	0.75	4.75	5	6.5	7.25
d	3	5	4	7	6	11

(一)、建立模型

记工地的位置为 (a_i, b_i) , 水泥日用量为 d_i , $i=1, \dots, 6$; 料场位置为 (x_j, y_j) , 日储量为 e_j , $j=1, 2$; 从料场 j 向工地 i 的运送量为 X_{ij} 。

目标函数为:
$$\min f = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^6 X_{ij} \sqrt{(x_j - a_i)^2 + (y_j - b_i)^2}$$

约束条件为:
$$\sum_{j=1}^2 X_{ij} = d_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

$$\sum_{i=1}^6 X_{ij} \leq e_j, \quad j = 1, 2$$

当用临时料场时决策变量为: X_{ij} ,

当不用临时料场时决策变量为: X_{ij}, x_j, y_j 。

(二) 使用临时料场的情形

使用两个临时料场A(5,1), B(2,7).求从料场j向工地i的运送量为 X_{ij} , 在各工地用量必须满足和各料场运送量不超过日储量的条件下, 使总的吨千米数最小, 这是线性规划问题. 线性规划模型为:

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^6 aa(i, j) X_{ij} \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^2 X_{ij} &= d_i, \quad i=1,2,\dots,6 \\ \sum_{i=1}^6 X_{ij} &\leq e_j, \quad j=1,2 \end{aligned}$$

其中 $aa(i, j) = \sqrt{(x_j - a_i)^2 + (y_j - b_i)^2}$, $i=1,2,\dots,6, j=1,2$, 为常数。

设 $X_{11}=X_1, X_{21}=X_2, X_{31}=X_3, X_{41}=X_4, X_{51}=X_5, X_{61}=X_6$
 $X_{12}=X_7, X_{22}=X_8, X_{32}=X_9, X_{42}=X_{10}, X_{52}=X_{11}, X_{62}=X_{12}$

编写程序gying1.m

MATLAB (gying1)

计算结果为:

$x = [3.0000 \ 5.0000 \ 0.0000 \ 7.0000 \ 0.0000 \ 1.0000 \ 0.0000$
 $0.0000 \ 4.0000 \ 0.0000 \ 6.0000 \ 10.0000]'$
 $fval = 136.2275$

即由料场 A、B 向 6 个工地运料方案为:

	1	2	3	4	5	6
料场 A	3	5	0	7	0	1
料场 B	0	0	4	0	6	10

总的吨千米数为 136.2275。

(三) 改建两个新料场的情形

改建两个新料场，要同时确定料场的位置 (x_j, y_j) 和运送量 X_{ij} ，在同样条件下使总吨千米数最小。这是非线性规划问题。非线性规划模型为：

$$\min f = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^6 X_{ij} \sqrt{(x_j - a_i)^2 + (y_j - b_i)^2}$$

$$s.t. \sum_{j=1}^2 X_{ij} = d_i, \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

$$\sum_{i=1}^6 X_{ij} \leq e_j, \quad j = 1, 2$$

设 $X_{11}=X_1, X_{21}=X_2, X_{31}=X_3, X_{41}=X_4, X_{51}=X_5, X_{61}=X_6$
 $X_{12}=X_7, X_{22}=X_8, X_{32}=X_9, X_{42}=X_{10}, X_{52}=X_{11}, X_{62}=X_{12}$
 $x_1=X_{13}, y_1=X_{14}, x_2=X_{15}, y_2=X_{16}$

(1) 先编写M文件liaocho.m定义目标函数。

MATLAB (liaocho)

(2) 取初值为线性规划的计算结果及临时料场的坐标:

$x_0=[3 \ 5 \ 0 \ 7 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 4 \ 0 \ 6 \ 10 \ 5 \ 1 \ 2 \ 7]'$;

编写主程序gying2.m.

MATLAB (gying2)

(3) 计算结果为:

```
x=[ 3.0000  5.0000  0.0707  7.0000  0  0.9293  0  0  3.9293  0  6.0000  
    10.0707  6.3875  4.3943  5.7511  7.1867]'
```

```
fval = 105.4626
```

```
exitflag = 1
```

即两个新料场的坐标分别为(6.3875, 4.3943),(5.7511, 7.1867),由料场 A、B 向 6 个工地运料方案为:

	1	2	3	4	5	6
料场 A	3	5	0.0707	7	0	0.9293
料场 B	0	0	3.9293	0	6	10.0707

总的吨千米数为 105.4626。比用临时料场节省约 31 吨千米.

(4) 若修改主程序gying2.m, 取初值为上面的计算结果:

$x_0 = [3.0000 \ 5.0000 \ 0.0707 \ 7.0000 \ 0 \ 0.9293 \ 0 \ 0 \ 3.9293 \ 0 \ 6.0000 \ 10.0707 \ 6.3875 \ 4.3943 \ 5.7511 \ 7.1867]'$

得结果为:

MATLAB (gying2)

$x = [3.0000 \ 5.0000 \ 0.3094 \ 7.0000 \ 0.0108 \ 0.6798 \ 0 \ 0 \ 3.6906 \ 0 \ 5.9892 \ 10.3202 \ 5.5369 \ 4.9194 \ 5.8291 \ 7.2852]'$

$fval = 103.4760$

$exitflag = 1$

总的吨千米数比上面结果略优.

(5) 若再取刚得出的结果为初值, 却计算不出最优解.

MATLAB (gying2)

(6) 若取初值为:

`x0=[3 5 4 7 1 0 0 0 0 0 5 11 5.6348 4.8687 7.2479 7.7499]'`,

则计算结果为:

`x=[3.0000 5.0000 4.0000 7.0000 1.0000 0 0 0 0 0 5.0000
11.0000 5.6959 4.9285 7.2500 7.7500]'`

`fval =89.8835`

`exitflag = 1`

总的吨千米数89.8835比上面结果更好.

MATLAB (gying2)

通过此例可看出fmincon函数在选取初值上的重要性.

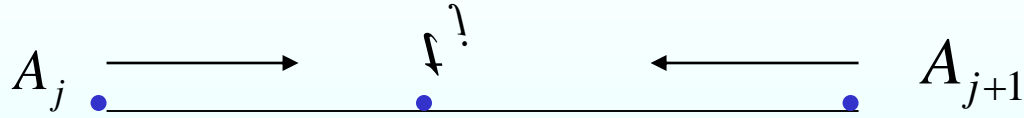
返回

钢管订购及运输优化模型

2000年“网易杯”全国大学生数学建模竞赛B题

符号说明:

t_j : 表示结点 A_j 到 A_{j+1} 之间的平衡点 ($t_1 = 0$)



x_{ij} : 表示从第 i 个工厂运到第 j 个结点的钢管数量

a_{ij} : 单位产品从第 i 个工厂运到第 j 个结点的运费和成本

n_j : 表示结点 A_j 所需要的钢管数量

$A_{j,j+1}$: 表示结点 A_j 到 A_{j+1} 的距离

s_j : 表示第 j 个结点的最大生产能力

其中 x_{ij}, t_j, a_{ij}, n_j 是待求的变量, 而 $s_i, A_{j,j+1}$ 是已知的量

模型的分析与建立

总费用=铺设总费用+成本及运输总费用=C+W

1、铺设总费用： $C = \sum_{j=1}^{14} C_{j,j+1}$

$$\begin{aligned} C_{j,j+1} &= 0.1 \times \{ (1 + 2 + \cdots + t_j) + (1 + 2 + \cdots + (A_{j,j+1} - t_j)) \} \\ &= 0.1 \times \left(\frac{(1 + t_j)t_j}{2} + \frac{(1 + A_{j,j+1} - t_j)(A_{j,j+1} - t_j)}{2} \right) \\ &= \frac{(1 + t_j)t_j + (1 + A_{j,j+1} - t_j)(A_{j,j+1} - t_j)}{20} \end{aligned}$$

2、成本及运输总费用： $W = \sum_{i=1}^7 \sum_{j=2}^{15} x_{ij} \cdot a_{ij}$

建立模型

$$f = \sum_{j=1}^{14} C_{j,j+1} + \sum_{j=2}^{15} \sum_{i=1}^7 x_{ij} \cdot a_{ij}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^7 x_{ij} = n_j & j = 2, 3, \dots, 15 \\ 500 \leq \sum_{j=2}^{15} x_{ij} \leq s_i & \text{或} \sum_{j=2}^{15} x_{ij} = 0 \\ x_{ij} \geq 0 & i = 1, \dots, 7, j = 2, \dots, 15 \\ 0 \leq t_j \leq A_{j,j+1} \end{cases}$$

模型求解

利用MATLAB软件包求解得：

钢 厂	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
订购量	800	800	1000	0	1015	1550	0
总费用	1278632						

订购和运输方案表

	订购	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅
S ₁	800	0	201	133	200	266	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S ₂	800	179	11	14	295	0	0	300	0	0	0	0	0	0	0
S ₃	1000	139	11	186	0	0	0	664	0	0	0	0	0	0	0
S ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S ₅	1015	0	358	242	0	0	0	0	0	0	415	0	0	0	0
S ₆	1556	0	0	0	0	0	0	0	0	0	351	86	333	621	165
S ₇	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[返回](#)

练习 1

某厂向用户提供发动机，合同规定，第一、二、三季度末分别交货40台、60台、80台。每季度的生产费用为 $f(x) = ax + bx^2$ (元)，其中 x 是该季生产的台数。若交货后有剩余，可用于下季度交货，但需支付存储费，每台每季度 c 元。已知工厂每季度最大生产能力为100台，第一季度开始时无存货，设 $a=50$ 、 $b=0.2$ 、 $c=4$ ，问工厂应如何安排生产计划，才能既满足合同又使总费用最低。讨论 a 、 b 、 c 变化对计划的影响，并作出合理的解释。

练习 2

一基金管理人的工作是，每天将现有的美元、英镑、马克、日元四种货币按当天汇率相互兑换，使在满足需要的条件下，按美元计算的价值最高。设某天的汇率、现有货币和当天需求如下：

	美元	英镑	马克	日元	现有量($\times 10^8$)	需求量($\times 10^8$)
美元	1	.58928	1.743	138.3	8	6
英镑	1.697	1	2.9579	234.7	1	3
马克	.57372	.33808	1	79.346	8	1
日元	.007233	.00426	.0126	1	0	10

问该天基金管理人应如何操作(“按美元计算的价值”指兑入、兑出汇率的平均值，如 1 英镑相当于 $\frac{1.697 + (1/0.58928)}{2} = 1.696993$ 美元)。

谢 谢！