

第一：

感觉难点在于建图

第二：

①：对于差分不等式， $a - b \leq c$ ，建一条 b 到 a 的权值为 c 的边，求的是最短路，得到的是最大值

②：对于不等式 $a - b \geq c$ ，建一条 b 到 a 的权值为 c 的边，求的是最长路，得到的是最小值

③：存在负环的话是无解

④：求不出最短路（`dist[]`没有得到更新）的话是任意解

第三：

一种建图方法：

设 $x[i]$ 是第 i 位置（或时刻）的值（跟所求值的属性一样），那么把 $x[i]$ 看成数列，前 n 项和为 $s[n]$ ，则 $x[i] = s[i] - s[i-1]$ ；

那么这样就可以最起码建立起类似这样的关系： $0 \leq s[i] - s[i-1] \leq 1$ ；

其他关系就要去题目探索了

回到上面那些题目：

第一题：【 POJ 1201/ZOJ 1508/HDU 1384 Intervals 】

<http://poj.org/problem?id=1201>

题意：求符合题意的最小集合的元素个数

设 $x[i]$ 是 $\{i\}$ 这个集合跟所求未知集合的交集元素个数，明显最大只能是 1

再设 $s[i] = x[0] + x[1] + \dots + x[i]$

明显的, $s[i]$ 表示集合 $\{0,1,2,3,\dots,i\}$ 与所求未知集合的交集元素个数

那么就有 $x[i] = s[i] - s[i-1]$

$\therefore 0 \leq x[i] \leq 1$

$\therefore 0 \leq s[i] - s[i-1] \leq 1$

由于题目求最小值, 所以是最长路, 用的是 $a - b \geq c$ 这种形式

即有: ① $s[i] - s[i-1] \geq 0$; ② $s[i-1] - s[i] \geq -1$;

按照题目输入 a, b, c :

表示 $\{a,a+1,a+2,\dots,b\}$ (设这个集合是 Q)与所求未知集合的交集元素个数至少为 c

而 $s[a-1]$ 表示 $\{1,2,3,\dots,a-1\}$ 与所求未知集合的交集元素个数

$s[b]$ 表示 $\{1,2,3,\dots,a-1,a,a+1,a+2,\dots,b\}$ 与所求未知集合的交集元素个数

$\therefore Q = s[b] - s[a-1]$;

即可建立关系: ③ $s[b] - s[a-1] \geq c$;

但是还有一个问题 $a \geq 0$, 那么 $a-1$ 有可能不合法

解决方法: 所有元素+1 就可以了

实现: 把③变成 $s[b+1] - s[a] \geq c$;

第二题: 【POJ 1275/ZOJ 1420/HDU 1529 Cashier Employment】

<http://poj.org/problem?id=1275>

文章最后有附上这题的代码。

这题是这里面最难的一题, 建图难, 而且难以找出所有约束条件

先说明一下, 这里我把编号设定为 $1-24$, 而不是题目的 $0-23$, 并且设

0 为虚点

设 $x[i]$ 是实际雇用的 i 时刻开始工作的员工数

$R[i]$ 是题目需要的 i 时刻正在工作的最少员工数

注意了, i 时刻开始工作跟 i 时刻正在工作是完全不同的

设 $s[i] = x[1] + x[2] + \dots + x[i]$

则 $s[i]$ 表示 1-i 这段时间开始工作的员工数

再设 $num[i]$ 表示 i 时刻开始工作的最多可以雇用的员工数

\therefore 有 $0 \leq x[i] \leq num[i]$

即 $0 \leq s[i] - s[i-1] \leq num[i]$

由于是求最小值, 所以用最长路

则有: ① $s[i] - s[i-1] \geq 0$; ② $s[i-1] - s[i] \geq -num[i]$; ($1 \leq i \leq 24$, 虽然 0 是虚点, 但是 $s[1] - s[0]$ 也是必要的! 因为 $x[1]$ 也是有范围的!)

由于员工可以持续工作 8 个小时($R[i]$ 是 i 时刻正在工作的最少人数)

$\therefore x[i-7] + x[i-6] + \dots + x[i] \geq R[i]$ 【 $i-7$ 开始工作的人在 i 时刻也在工作, 其他同理】

即: ③ $s[i] - s[i-8] \geq R[i]$ ($8 \leq i \leq 24$)

但是有个特殊情况, 就是从夜晚到凌晨的一段 8 小时工作时间

$(x[i+17] + \dots + x[24]) + (x[1] + x[2] + \dots + x[i]) \geq R[i]$;

则: $s[24] - s[i+16] + s[i] \geq R[i]$;

整理一下: ④ $s[i] - s[i+16] \geq R[i] - s[24]$;

($1 \leq i < 8$, 注意 $i=0$ 是没有意义的, 因为 $R[0]$ 没有意义)

由于 $s[24]$ 就是全天实际雇用的人数, 而一共有 n 个员工可以雇用

所以设 $ans = s[24]$

则：⑤ $s[i] - s[i+16] \geq R[i] - ans; (1 \leq i < 8)$

所以就可以从小到大暴力枚举 ans 【或二分枚举】，通过 $spfa$ 检验是否有解即可 【存在负环无解】

但是还有一个问题，起点在哪里……

这时候虚点 0 就起作用了，我称它为**超级起点**

于是建图后直接判断 $spfa(0)$ 是否有解就可以了

PS：还有另外一个条件必须用到……：⑥ $s[24] - s[0] \geq ans$

不用这个条件二分枚举 ans 可以 AC，但这只是数据问题，**暴力从小到大枚举木有这条件就会错**，所以说这个条件最关键而又难找……**要仔细找特殊点和虚点的约束关系**

第三题：【POJ 1364/ZOJ 1260/HDU 1531 King】

<http://poj.org/problem?id=1364>

设 $s[i] = a[1] + a[2] + \dots + a[i]$;

$a[Si] + a[Si+1] + \dots + a[Si+ni] = s[Si+ni] - s[Si-1]$;

所以由题意有：

① $s[Si+ni] - s[Si-1] > ki$

或② $s[Si+ni] - s[Si-1] < ki$

由于只是检验是否有解，所以最短路或最长路都可用，以下是最短路要建立的关系：

把①化为： $s[si-1] - s[si+ni] \leq -ki - 1$

把②化为： $s[si+ni] - s[si-1] \leq ki - 1$

第四题: 【ZOJ 1455/HDU 1534 Schedule Problem】

<http://acm.zju.edu.cn/onlinejudge/showProblem.do?problemCode=1455>

设第 i 项工作持续时间为 $v[i]$, 开始时间 $s[i]$, 那么结束时间就是 $s[i]+v[i]$

SAS: $s[a] \geq s[b] \rightarrow s[a] - s[b] \geq 0$

FAS: $s[a] + v[a] \geq s[b] \rightarrow s[a] - s[b] \geq -v[a]$

SAF: $s[a] \geq s[b] + v[b] \rightarrow s[a] - s[b] \geq v[b]$

FAF: $s[a] + v[a] \geq s[b] + v[b] \rightarrow s[a] - s[b] \geq v[b] - v[a]$

直接最长路建图就可以了

第五题: 【HDU 3440 House Man】

<http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3440>

此题难度仅次于第二题, 需要深刻理解差分约束

题意: 按照序号从左往右放置房子, 求最后从低到高跳到所有房子的【最大总水平路程】

设 $s(b) - s(a) \leq K$ (一个常数) 表示 【设 a, b 为序号】:

b 到 a 的距离 $\leq K$, 但是必须定一个规则, a 在左边还是 b 在左边?

这里设 a, b 是 x 轴上的点, 再设 $b > a$

所以这样的情况下规则就是: 【 $s(\text{序号大的}) - s(\text{序号小的})$ 】才表示: 【 b 到 a 之间的距离】这个意义

当然可以设另一种规则--- 【序号小-序号大】表示距离---, 总之要一致!

按照第一种规则有以下关系:

①位置相邻:

$s(i) - s(i-1) \geq 1 \rightarrow s(i-1) - s(i) \leq -1$

②高度相邻(排序后): 【 num 表示 $a[i]$ 这间房子的序号】

$s(\max(a[i].num, a[i-1].num)) - s(\min(a[i].num, a[i-1].num)) \leq D$

建图后只要这样:

```
spfa (min (a[1].num, a[n].num));  
printf ("%d\n", dist[max (a[n].num, a[1].num)]);
```

答案就出来了

另 外 推 荐 这 种 方 法 ！ 比 较 简 单 ：

http://hi.baidu.com/tju_ant/blog/item/f22fe6d92809033833fa1c08.html

第六题：【HDU 3592 World Exhibition】

<http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3592>

按照题目明显条件建立关系式立刻水过

但是我觉得它数据很水……

题目说： Assume that there are N ($2 \leq N \leq 1,000$) people numbered $1..N$ who are **standing in the same order as they are numbered**

也就是说人是按序号排的啊

那应该还有一个约束条件才对吧： $s(i) - s(i-1) \geq 0$;

就像这组数据：

```
1  
3 2 1  
1 2 1  
1 3 2  
2 3 3
```

要按序号排队不可能满足，应该输出-1

总之要不要这个约束条件都能 AC……我特么的彻底无语了

第七题：【HDU 3666 THE MATRIX PROBLEM】

<http://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3666>

这题 spfa 用队列卡数据容易超时，用栈吧……

由题意得对于矩阵每个元素【设为 w ，处于矩阵第 i 行，第 j 列】

$$L \leq w \cdot a[i] / b[j] \leq U$$

两边取对数有：

$$\lg(L) \leq \lg(w) + \lg(a[i]) - \lg(b[j]) \leq \lg(U)$$

按照最长路整理得【也可以用最短路】：

$$\textcircled{1} \lg(a[i]) - \lg(b[j]) \geq \lg(L) - \lg(w); \quad \textcircled{2} \lg(b[j]) - \lg(a[i]) \geq \lg(w) - \lg(U)$$

把 **a** 和 **b** 数组合并成一个数组 **s** 得【**a** 有 **n** 个元素，**b** 有 **m** 个元素，

这里把 **b** 接在 **a** 数组后面】：

$$\textcircled{1} s(i) - s(j+n) \geq \lg(L) - \lg(w)$$

$$\textcircled{2} s(j+n) - s(i) \geq \lg(w) - \lg(U)$$

最后加个超级起点即可

我把 **0** 作为超级起点：

```
for (i = 1; i <= n + m; i++)  
    addedge (0, i, 0);  
spfa (0);
```

以上题解转自 <http://972169909-qq-com.iteye.com/blog/1185527>