# Пособие по математическому анализу.

## Дифферинцирование на практике с подробным решением.

# 1 Вступление

Добрый день, дорогие друзья. ~~Вы продулись и откровенно неправильно решили регион...~~ Вы хорошо проводили время весь семестр и пришло время сдавать задание по матану? Если у вас в голове пусто, и вы не знаете, как решать задачи или просто хотите проверить себя ~~потому что писали код всю ночь и сомневаетесь в своей адекватности~~, то я здесь, чтобы помочь вам. Электронный дифференциатор ~~ошибается похлеще вас, вспомните, когдаон был написан~~ в отличие от человека не допускает ошибки и способен понятно объяснить решение с первых дней жизни, в чем вам предстоит убедиться при прочтении этого файла. На повестке дня следующее выражение:

$$0 - \cos(x)^4$$

# 2 Дифференцирование

## 2.1 Взятие производной

Сначала проведем следующие замены:

После чего мы готовы приступить непосредственно к дифференцированию:

Нам не объяснили на семинаре как это делать, поэтому примем на веру, что

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = \sin(x) * (-1) * 1$$

На лекции автор думал о ~~мальчиках~~ котиках, всё прослушал и не может пояснить следующий переход. Но котики классные, а значит я не могу быть не прав.

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)^4) = 4 * \cos(x)^{4-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$

Положим

$$\frac{d}{dx}(0 - \cos(x)^4) = 0 - 4 * \cos(x)^{4-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$

Таким образом получаем следующую производную:

$$0 - 4 * \cos(x)^{4-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$

Вы ещё не утомились? Самое время взять чашечку чая и печеньки, потому что мы переходим к следующему этапу работы с выражением

## 2.2 Упрощение полученной формулы

Добавим следующие замены, ~~ведь вы совершенно точно помните старые~~:

Теперь произведем упрощение:

Не так страшна производная, как её находят. А делается это так:

$$4 - 1 = 3$$

Руководствуясь сборником «Задачи для подготовки к поступлению в советские ясли»,

$$\sin(x) * (-1) * 1 = \sin(x) * (-1)$$

~~Ну вот как этот матан тебе в жизни пригодится~~?

$$0 - 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) = 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * (-1)$$

Объединяя вышесказанное получим ~~неуд за таску~~ производную в упрощенном виде:

$$4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * (-1)$$

# 3 Тейлор

Сначала нам потребуется вычислить оставшиеся производные вплоть до 3-го порядка.

## 3.1 Вычисление 2-ой производной

### 3.1.1 Дифференцирование

Сначала проведем следующие замены:

$$a_0 = 4 * \cos(x)^3$$
$$b_0 = 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1)$$
$$c_0 = 0 * \cos(x)^3 + 4 * 3 * \cos(x)^{3-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$
$$d_0 = 4 * \cos(x)^3 * (\cos(x) * 1 * (-1) + \sin(x) * 0)$$
$$e_0 = ((c_0) * \sin(x) * (-1) + d_0) * (-1) + 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * 0$$

После чего мы готовы приступить непосредственно к дифференцированию:

Здесь могла быть ваша реклама, но мне никто не заплатил. Поэтому продолжим наслаждаться математичсеким анализом:

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) * 1$$

Продвинутый читатель уже заметил, что

$$\frac{d}{dx}(\sin(x) * (-1)) = \cos(x) * 1 * (-1) + \sin(x) * 0$$

Когда мне говорят, что мои рассуждения неверны, я не обижаюсь, я просто делаю выводы. Продолжим же это замечательное занятие.

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = \sin(x) * (-1) * 1$$

Если посмотреть на выражение под другим углом, можно получить

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)^3) = 3 * \cos(x)^{3-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$

Смотрите, далее есть математический переход, и в учебнике есть математический переход, но есть один нюанс...

$$\frac{d}{dx}(4 * \cos(x)^3) = c_0$$

Так как 1=1, то

$$\frac{d}{dx}(b_0) = (c_0) * \sin(x) * (-1) + d_0$$

Так как 1=1, то

$$\frac{d}{dx}(b_0 * (-1)) = e_0$$

Таким образом получаем следующую производную:

$$((c_0) * \sin(x) * (-1) + d_0) * (-1) + 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * 0$$

### 3.1.2 Упрощение производной

Добавим следующие замены, ~~ведь вы совершенно точно помните старые~~:

$$f_0 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * \sin(x) * (-1)$$

Теперь произведем упрощение:

Автор хочет впечатлить одного мальчика, поэтому чтобы казаться умным скажет, что данный переход очевиден:

$$0 * \cos(x)^3 = 0$$

Ну ты же всё равно не будешь это проверять, да? Тогда просто поверь, что

$$3 - 1 = 2$$

Продвинутый читатель уже заметил, что

$$\sin(x) * (-1) * 1 = \sin(x) * (-1)$$

В ближайшее время ожидаются осадки из ваших слёз от попыток понять этот переход:

$$0 + 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1)$$

Ну ты же всё равно не будешь это проверять, да? Тогда просто поверь, что

$$\cos(x) * 1 = \cos(x)$$

Откуда

$$\sin(x) * 0 = 0$$

Продвинутый читатель уже заметил, что

$$\cos(x) * (-1) + 0 = \cos(x) * (-1)$$

Segmentation fault (core dumped)

$$4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * 0 = 0$$

Положим

$$(f_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) * (-1) + 0 = (f_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) * (-1)$$

Объединяя вышесказанное получим ~~неуд за таску~~ производную в упрощенном виде:

$$(f_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) * (-1)$$

## 3.2 Вычисление 3-ой производной

### 3.2.1 Дифференцирование

Сначала проведем следующие замены:

$$g_0 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * \sin(x) * (-1)$$
$$h_0 = 0 * \cos(x)^2 + 3 * 2 * \cos(x)^{2-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$
$$i_0 = 3 * \cos(x)^2 * (\cos(x) * 1 * (-1) + \sin(x) * 0)$$
$$j_0 = 0 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) + 4 * ((h_0) * \sin(x) * (-1) + i_0)$$
$$k_0 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * (\cos(x) * 1 * (-1) + \sin(x) * 0)$$
$$l_0 = 0 * \cos(x)^3 + 4 * 3 * \cos(x)^{3-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$
$$m_0 = 4 * \cos(x)^3 * (\sin(x) * (-1) * 1 * (-1) + \cos(x) * 0)$$
$$n_0 = ((j_0)*\sin(x)*(-1)+k_0+(l_0)*\cos(x)*(-1)+m_0)*(-1)+(g_0+4*\cos(x)^3*\cos(x)*(-1))*0$$

После чего мы готовы приступить непосредственно к дифференцированию:

Очевидно, что

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = \sin(x) * (-1) * 1$$

Поэтому

$$\frac{d}{dx}(\cos(x) * (-1)) = \sin(x) * (-1) * 1 * (-1) + \cos(x) * 0$$

Руководствуясь сборником «Задачи для подготовки к поступлению в советские ясли»,

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = \sin(x) * (-1) * 1$$

Используя выводы из теоремы 1000-7 получаем

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)^3) = 3 * \cos(x)^{3-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$

Оказывается,

$$\frac{d}{dx}(4 * \cos(x)^3) = l_0$$

Руководствуясь сборником «Задачи для подготовки к поступлению в советские ясли»,

$$\frac{d}{dx}(4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) = (l_0) * \cos(x) * (-1) + m_0$$

При этом,

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) * 1$$

Говорят,

$$\frac{d}{dx}(\sin(x) * (-1)) = \cos(x) * 1 * (-1) + \sin(x) * 0$$

Имеем

$$\frac{d}{dx}(\sin(x)) = \cos(x) * 1$$

~~Ну вот как этот матан тебе в жизни пригодится?~~

$$\frac{d}{dx}(\sin(x) * (-1)) = \cos(x) * 1 * (-1) + \sin(x) * 0$$

Мой семинарист сказал бы, что задача взятия этой производной - халява, поэтому доказательство мы опустим

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)) = \sin(x) * (-1) * 1$$

Руководствуясь базовыми правилами логики, получаем

$$\frac{d}{dx}(\cos(x)^2) = 2 * \cos(x)^{2-1} * \sin(x) * (-1) * 1$$

//TODO: Ян, придумай переход. У меня идеи закончились.

$$\frac{d}{dx}(3 * \cos(x)^2) = h_0$$

Отметим, что

$$\frac{d}{dx}(3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1)) = (h_0) * \sin(x) * (-1) + i_0$$

Только 0.00001 процент умнейших людей планеты смогут понять этот переход:

$$\frac{d}{dx}(4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1)) = j_0$$

С другой стороны будет другая сторона, и это обе стороны вместе показывают, что...

$$\frac{d}{dx}(g_0) = (j_0) * \sin(x) * (-1) + k_0$$

Я не спал всю ночь, пока меня дебажили, так что предлагаю просто поверить на слово, что это верно:

$$\frac{d}{dx}(g_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) = (j_0) * \sin(x) * (-1) + k_0 + (l_0) * \cos(x) * (-1) + m_0$$

С другой стороны,

$$\frac{d}{dx}((g_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) * (-1)) = n_0$$

Таким образом получаем следующую производную:

$$((j_0)*\sin(x)*(-1)+k_0+(l_0)*\cos(x)*(-1)+m_0)*(-1)+(g_0+4*\cos(x)^3*\cos(x)*(-1))*0$$

### 3.2.2 Упрощение производной

Добавим следующие замены, ~~ведь вы совершенно точно помните старые~~:

$$o_0 = 3 * 2 * \cos(x) * \sin(x) * (-1) * \sin(x) * (-1)$$
$$p_0 = 4 * (o_0 + 3 * \cos(x)^2 * \cos(x) * (-1)) * \sin(x) * (-1)$$
$$q_0 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * \cos(x) * (-1)$$
$$r_0 = (p_0 + q_0 + q_0 + 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * (-1)) * (-1)$$
$$s_0 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * \sin(x) * (-1)$$

Теперь произведем упрощение:

Я придумал поистине удивительное доказательство этого факта, но поля этой книги слишком малы...

$$0 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) = 0$$

Вычислительные ошибки уйдут, достаточно просто... Шутка, даже если ты будешь дифференцировать каждый день, ты всё равно иногда будешь ошибаться, это нормально. Поэтому я и нужен. Смотри, как нужно было:

$$0 * \cos(x)^2 = 0$$

А теперь уберите детей от экранов, начинается самое интересное:

$$2 - 1 = 1$$

Руководствуясь базовыми правилами логики, получаем

$$\cos(x)^1 = \cos(x)$$

Чтобы успеть написать решение вовремя мне пришлось выпить много чашек кофе. Извини за пятна на странице :(

$$\sin(x) * (-1) * 1 = \sin(x) * (-1)$$

Сегментационная ошибка (ядро сброшено)

$$0 + 3 * 2 * \cos(x) * \sin(x) * (-1) = 3 * 2 * \cos(x) * \sin(x) * (-1)$$

Segmentation fault (core dumped)

$$\cos(x) * 1 = \cos(x)$$

Сегментационная ошибка (ядро сброшено)

$$\sin(x) * 0 = 0$$

Не трудно заметить, что

$$\cos(x) * (-1) + 0 = \cos(x) * (-1)$$

Чтобы успеть написать решение вовремя мне пришлось выпить много чашек кофе. Извини за пятна на странице :(

$$0 + 4 * (o_0 + 3 * \cos(x)^2 * \cos(x) * (-1)) = 4 * (o_0 + 3 * \cos(x)^2 * \cos(x) * (-1))$$

Если у вас есть вопросы по поводу следующего перехода, то я отвечу как настоящее жюри всош по физике: Без комментариев.

$$\cos(x) * 1 = \cos(x)$$

Здесь могла быть ваша реклама, но мне никто не заплатил. Поэтому продолжим наслаждаться математичсеким анализом:

$$\sin(x) * 0 = 0$$

~~Если вы не понимаете этот переход, то я вам сочувствую...~~

$$\cos(x) * (-1) + 0 = \cos(x) * (-1)$$

Тем, кто всё ещё ходит на лекции, будет интересно более тщательно поработать с данной темой, и именно для них здесь присутствует следующий переход. Остальным же предлагается пропустить его и двигаться дальше.

$$0 * \cos(x)^3 = 0$$

Обоснование этого перехода предостовляется читателю в платной версии (я тоже хочу кушать):

$$3 - 1 = 2$$

Для оптимизации объема текста опустим обоснование следующего факта (автору лень):

$$\sin(x) * (-1) * 1 = \sin(x) * (-1)$$

Только 0.00001 процент умнейших людей планеты смогут понять этот переход:

$$0 + 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1)$$

Как будет доказано в следующем семестре,

$$\sin(x) * (-1) * 1 = \sin(x) * (-1)$$

Я не спал всю ночь, пока меня дебажили, так что предлагаю просто поверить на слово, что это верно:

$$\cos(x) * 0 = 0$$

Не так страшна производная, как её находят. А делается это так:

$$\sin(x) * (-1) * (-1) + 0 = \sin(x) * (-1) * (-1)$$

Ну ты же всё равно не будешь это проверять, да? Тогда просто поверь, что

$$(s_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) * 0 = 0$$

Используя теорему Симонайтеса-Оли-Рамануджана получим:

$$r_0 + 0 = r_0$$

Объединяя вышесказанное получим ~~неуд за таску~~ производную в упрощенном виде:

$$(p_0 + q_0 + q_0 + 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * (-1)) * (-1)$$

## 3.3 Итоговый результат

Произведем необходимые замены:

$$t_0 = \frac{4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * (-1)}{1} * (y - x)$$

$$u_0 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * \sin(x) * (-1)$$

$$v_0 = \frac{(u_0 + 4 * \cos(x)^3 * \cos(x) * (-1)) * (-1)}{2} * (y - x)$$

$$w_0 = 3 * 2 * \cos(x) * \sin(x) * (-1) * \sin(x) * (-1)$$

$$a_1 = 4 * (w_0 + 3 * \cos(x)^2 * \cos(x) * (-1)) * \sin(x) * (-1)$$

$$b_1 = 4 * 3 * \cos(x)^2 * \sin(x) * (-1) * \cos(x) * (-1)$$

$$c_1 = (a_1 + b_1 + b_1 + 4 * \cos(x)^3 * \sin(x) * (-1) * (-1)) * (-1)$$

Таким образом получается следующее разложение в точке y вблизи x:

$$0 - \cos(x)^4 + t_0 + v_0 + \frac{c_1}{6} * (y - x)$$