Zadanie 7 Lista 4

Piotr Popis, 245162

December 4, 2019

1 Treść

Czy język tych słów nad alfabetem {1,2,3,4}, które mają tyle samo symboli 1 co 2 i tyle samo symboli 3 co 4 jest bezkontekstowy?

2 Rozwiązanie

Załóżmy, że język L jest bezkontekstowy. Wtedy skorzystamy z lematu o pompowaniu:
Istnieje stała n taka, że jeśli $z \epsilon L \wedge |z| \geq n$ oraz

$$z = uwvxy, \text{ gdzie } |vw| \geq 1 \wedge |vwx| \leq n$$

to wtedy

$$z = uw^i vx^i y \epsilon L, \text{ dla każdego } i \epsilon N \cup \{0\}$$

Niech n będzie dowolną liczbą naturalną.
Rozważmy słowo $z = 1^n 3^n 2^n 4^n$ oczywiście $z \epsilon L$, bo $|z|_1$=$|z|_2$=$|z|_3$=$|z|_4$=n oraz $|z|$= $4n \geq n$ teraz przyjmijmy, że $|v| = k - 1$ i rozważmy możliwe postaci vwx

2.1 $vwx = 1^+$

Dla i = 0 mamy sprzeczność, bo $|z_1|_1 = n - k - |x| \neq n = |z_1|_2$, analogicznie dla pozostałych przypadków postaci m^+, gdzie m ϵ $\{2, 3, 4\}$

2.2 $vwx = 1^+3^+$

Teraz jeśli $v = 1^+$ to dla i = 0 $z_2 \notin$ L, bo $|z_1|_1 = n - k - |x|_1 \neq n = |z_1|_2$
,a jeśli $v = 1^+3^+$ to dla i = 0 $z_3 \notin$ L, bo$|z_1|_1 = n - k - |x|_1 \neq n = |z_3|_2$
Analogicznie dla pozostałych przypadków $vwx = 3^+2^+$ oraz $vwx = 2^+4^+$

3 Wniosek

Doprowadziliśmy do sprzeczności zatem L nie jest językiem bezkontekstowym.