

Obliczenia Naukowe

Laboratorium Lista Nr 5
Piotr Popis
245162

6 grudzień 2019

1 Zadanie 1

1.1 Streszczenie problemu

Problemem jest rozwiązanie równania liniowego $Ax = b$, gdzie $A \in R^{n \times n}$ jest podaną macierzą, a $b \in R^n$ zadany wektorem prawych stron (przy założeniu, iż $n \geq 4$). Dodatkowo macierz A jest macierzą rzadką - taką, która ma dużo elementów zerowych oraz blokową.

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & C_1 & 0 & \dots & 0 \\ B_2 & A_2 & C_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & B_{v-1} & A_{v-1} & C_{v-1} \\ 0 & \dots & 0 & B_v & A_v \end{bmatrix}$$

, gdzie $v = \frac{n}{l}$ przy założeniu iż l zawsze dzieli n (n jest podzielne przez l) oraz $l \geq 2$. l jest rozmiarem wszystkich kwadratowych macierzy wewnętrznych - bloków: A_k, B_k, C_k . Mianowicie:

$$A_k \in R^{l \times l}, k = 1, \dots, v,$$

A jest macierzą gęstą,

0 jest kwadratową macierzą zerową stopnia l ,

Natomiast macierz

$$B_k \in R^{l \times l}, k = 2, \dots, v,$$

B_k ma tylko dwie ostatnie kolumny niezerowe i jest postaci:

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & b_{1l-1}^k & b_{1l}^k \\ 0 & \dots & 0 & b_{2l-1}^k & b_{2l}^k \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & b_{ll-1}^k & b_{ll}^k \end{bmatrix}$$

Ostani z bloków

$$C_k \in R^{l \times l}, k = 1, \dots, v-1,$$

C_k jest macierzą diagonalną i jest postaci:

$$C_k = \begin{bmatrix} c_1^k & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2^k & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & c_{l-1}^k & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & c_l^k \end{bmatrix}$$

W przypadku naszego problemu n jest ogromne co wiąże się z ograniczeniem - nie używaniem tablicy dwuwymiarowej, która jest czasowo i pamięciowo niewydajna dla dużych n . Prawdopodobnie należy skorzystać z pakietu SparseArrays, która zawiera specjalną strukturę efektywnie pamiętającą specyficznie macierze, tj rzadkość lub regularność występowania elementów zerowych i niezerowych. Istniejące algorytmy do rozwiązywania takich problemów trzeba po prostu zmodyfikować do użycia tej specjalnej struktury. Jeśli l jest stałe Algorytmy da się zoptymalizować czasowo z $\theta(n^3)$ do $\theta(n)$

1.2 Opis implementacji wraz z analizą złożoności algorytmu

1.3 Wyniki eksperymentów porównujących zaimplementowane algorytmy dla danych testowych(tabele, wykresy) oraz interpretacja

1.4 Wnioski