Obliczenia Naukowe

Laboratorium Lista Nr 5
Piotr Popis
245162

6 grudzień 2019

1 Wstęp

1.1 Streszczenie

Problemem jest rozwiązanie równania liniowego $Ax = b$,gdzie $A \epsilon R^{nxn}$ jest podaną macierzą, a $b \epsilon R^n$ zadanym wektorem prawych stron(przy założeniu, iż $n \geq 4$). Dodatkowo macierz A jest macierzą rzadką- taką, która ma dużo elementów zerowych oraz blokową.

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & C_1 & 0 & ... & 0 \\ B_2 & A_2 & C_2 & .. & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & ... & B_{v-1} & A_{v-1} & C_{v-1} \\ 0 & ... & 0 & B_v & A_v \end{bmatrix}$$

, gdzie $v = \frac{n}{l}$ przy założeniu iż l zawsze dzieli n(n jest podzielne przez l) oraz $l \geq 2$. l jest rozmiarem wszystkich kwadratowych macierzy wewnętrznych - bloków: A_k, B_k, C_k. Mianowicie:

$$A_k \epsilon R^{lxl}, k = 1, ..., v,$$

A jest macierzą gęstą,
0 jest kwadratową macierzą zerową stopnia l,
Natomiast macierz

$$B_k \epsilon R^{lxl}, k = 2, ..., v,$$

B_k ma tylko <u>dwie ostatnie kolumny niezerowe</u> i jest postaci:

$$B_k = \begin{bmatrix} 0 & ... & 0 & b^k_{1l-1} & b^k_{1l} \\ 0 & ... & 0 & b^k_{2l-1} & b^k_{2l} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & ... & 0 & b^k_{ll-1} & b^k_{ll} \end{bmatrix}$$

Ostani z bloków

$$C_k \epsilon R^{lxl}, k = 1, ..., v-1,$$

C_k jest macierzą diagonalną i jest postaci:

$$C_k = \begin{bmatrix} c_1^k & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & c_2^k & 0 & .. & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & ... & 0 & c_{l-1}^k & 0 \\ 0 & ... & 0 & 0 & c_l^k \end{bmatrix}$$

Z treści n jest ogromne co wiąże się dużym obciążeniem pamięciowym jak i czasowym w przypadku zwykłej tablicy. Należy skorzystać z pakietu SparseArrays, która zawiera specjalną strukturę efektywnie pamiętająca specyficznie macierze, tj rzadkość lub regularność występowania elementów zerowych i niezerowych. Istniejące algorytmy do rozwiązywania takich problemów trzeba po prostu zmodyfikować do użycia tej spejcalnej struktury. Jeśli l jest stałe Algorytmy da się zoptymalizować czasowo z $\theta(n^3)$ do $\theta(n)$.

1.2 Treść

Zadanie 1 Należy stworzyć funkcję rozwiązującą układ $Ax = b$ metodą eliminacji Gaussa uwzględniającą postać macierzy A zadanej w streszczeniu dla dwóch wariantów
(a)bez wyboru elementu głównego
(b)z częściowym wyborem elementu głównego

Zadanie 2 Należy napisać funkcję wyznaczającą rozkład LU macierzy A metodą eliminacji Gauss'a uwzględniającą specyficzną postać macierzy A dla
(a)bez wyboru elementu głównego
(b)z częściowym wyborem elementu głównego

Zadanie 3 Należy napisać funkcję rozwiązującą układ równań $Ax = b$ (uwzgledniającą specyficzną postać macierzy A).

Wszystkie funkcje powinny byc umieszczone w module o nazwie blocksys. Należy przeczytać Sparse Arrays manual Julia. Założyć, że dostęp do elementu macierzy jest w czasie stałym. Nie można używać $x = \frac{A}{b}$ oraz lu z modułu LinearAlgebra.

2 Zadanie 1

Na czym polega metoda eliminacji Gauss'a?

2.1 Opis implementacji wraz z analizą złożoności algorytmu

2.2 Wyniki eksperymentów porównujących zaimplementowane algorytmy dla danych testowych(tabele, wykresy) oraz interpretacja

2.3 Wnioski