

Własności języków bezkontekstowych

Języki formalne i techniki translacji - Wykład 6

Maciek Gębala

12 listopada 2019

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Lemat o pompowaniu dla języków bezkontekstowych

Lemat. Niech L będzie dowolnym językiem bezkontekstowym. Wtedy istnieje stała n , zależna tylko od L , taka że jeśli z należy do L i $|z| \geq n$ to $z = uvwxy$, i

- 1) $|vx| \geq 1$,
- 2) $|vwx| \leq n$,
- 3) dla każdego $i \geq 0$ $uv^iwx^iy \in L$.

Dowód

Na tablicy.

Lemat wykorzystywany do udowadniania że język nie jest bezkontekstowy.

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Przykład

$$L = \{ a^i b^j c^i : i \geq 1 \}$$

Dowód że L nie jest bezkontekstowy

Weźmy n z lematu i słowo $z = a^n b^n c^n$.

- 1) Zgodnie z lematem możemy pompować w obrębie jednego bloku znaków (a lub b lub c) ale wtedy zmienia się ilość tych znaków a nie zmienia się pozostałych, czyli wychodzimy z języka.
- 2) Możemy pompować też znaki z dwóch sąsiednich bloków (a i b lub b i c) utrzymując ich równoliczność, ale wtedy zostaje problem z trzecim blokiem i także wypadamy z języka.
- 3) Innych możliwości nie ma więc L nie jest bezkontekstowy.

A co z następującym językiem

$$L = \{ a^i b^j c^k : i \neq j \wedge j \neq k \}$$

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Lemat Ogdena - silniejsza wersja lematu o pompowaniu

Lemat. Niech L będzie językiem bezkontekstowym. Wtedy istnieje stała n taka że jeśli w $z \in L$ oznaczmy co najmniej n liter to możemy z zapisać jako $uvwxy$ i

- 1) v i x mają łącznie co najmniej jedną oznaczoną literę,
- 2) vwx ma co najwyżej n oznaczonych liter,
- 3) dla każdego $i \geq 0$ $uv^iwx^iy \in L$.

Dowód

Na tablicy.

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Notatki

Notatki

Notatki

Notatki

Przykład

$$L = \{ a^i b^j c^k : i \neq j \wedge j \neq k \}$$

Dowód że L nie jest bezkontekstowy

Weźmy n z lematu i $m > n$. Weźmy $z = a^{m+m!} b^m c^{m+m!}$ i oznaczmy wszystkie litery b .

łatwo zauważyć, że zgodnie z lematem musimy pompować co najmniej jedno b i nie możemy pompować jednocześnie a i c . Załóżmy, że pompujemy $1 \leq k \leq n$ symboli b i nie pompujemy symboli c . Wtedy dla $i = 1 + m!/k$ mamy $m + m!$ symboli b i słowo wypada z języka. Analogicznie jeśli nie pompujemy a .

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Własności języków bezkontekstowych

Twierdzenie. Języki bezkontekstowe są zamknięte na sumę, złożenie i domknięcie Kleene'ego.

Dowód

$G_1 = (N_1, T_1, S_1, P_1)$ i $G_2 = (N_2, T_2, S_2, P_2)$, $N_1 \cap N_2 = \emptyset$ i $S \notin N_1 \cup N_2$.
 $G_3 = (\{S\} \cup N_1 \cup N_2, T_1 \cup T_2, S, P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 S_2\})$
i $L(G_3) = L(G_1) \cup L(G_2)$
 $G_4 = (\{S\} \cup N_1 \cup N_2, T_1 \cup T_2, S, P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 S_2\})$
i $L(G_4) = L(G_1) L(G_2)$
 $G_5 = (\{S\} \cup N_1, T_1, S, P_1 \cup \{S \rightarrow S_1 S_1^\varepsilon\})$ i $L(G_5) = L(G_1)^*$

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Własności języków bezkontekstowych

Twierdzenie. Języki bezkontekstowe nie są zamknięte na przecięcie.

Dowód

$$\{a^i b^j c^k\} = \{a^i b^j d^k\} \cap \{a^i b^j c^k\}$$

Wniosek. Języki bezkontekstowe nie są zamknięte na dopełnienie.

Twierdzenie. Jeśli L - język bezkontekstowy i R - język regularny to $L \cap R$ - język bezkontekstowy.

Maciek Gębala

Własności języków bezkontekstowych

Notatki

Notatki

Notatki

Notatki