**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

****

**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**Кафедра прикладних інформаційних систем**

**Звіт до лабораторної роботи №1**

**з курсу**

**«Чисельні методи»**

*студента 3 курсу*

*групи ПП-31*

*спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»*

*ОП «Прикладне програмування»*

*Селецького В. Р.*

*Викладач:*

*Жихарєва Ю.І.*

**Київ – 2023**

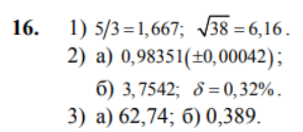
**Тема:** Елементи теорії похибок.

**Мета:** Освоїти методику оцінки похибок наближених чисел, навчитися визначати вірні цифри наближеного числа, проводити оцінку похибки значення функції аргументами якої є наближені числа.

**Завдання**

**Завдання 1**

1. Визначити, яка рівність точніша;
2. Округлити сумнівні цифри числа, залишивши вірні знаки. Визначити абсолютну похибку результату;
3. Знайти граничні абсолютну і відносну похибки чисел, якщо вони мають тільки вірні цифри.

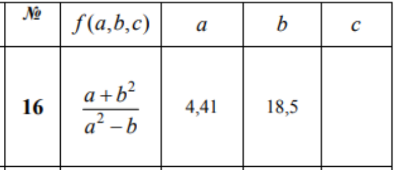


*рис 1 (варіант 16 завдання 1-3)*

**Завдання 2**

Задано функцію *f(a,b,c).* Значення змінних зазначені у варіанті з усіма вірними цифрами. Оцінити похибку результату двома способами:

1. З використанням теорем оцінки похибок арифметичних операцій;
2. За загальною формулою оцінки похибки.



*рис 2 (варіант 16 завдання 4-5)*

**Хід роботи**

**Завдання 1.**

***Пункт 1***

Визначити, яка рівність точніша.

5/3=1.667

***Розв‘язання.***

Знаходимо значення даних виразів з більшим числом десяткових знаків:

Обчислимо граничні абсолютні похибки, округляючи їх з надлишком:

Обчислимо граничні відносні похибки:

Висновок: Оскільки , то рівність 5/3=1.667 є точнішою.

***Пункт 2***

Округлити сумнівні цифри числа, залишивши вірні знаки. Визначити абсолютну похибку результату.

***Розв‘язання.***

а) Нехай . За умовою похибки . Це означає, що в числі вірними є цифри 0, 9, 8, 3 (до першої цифри після коми, тобто до тисячних).

За правилами округлення знайдемо наближене значення числа, зберігши тисячні долі:

Отримана похибка більша за 0.0005, але менша за 0.005, тому треба зменшити число цифр в наближеному числі до трьох:

Оскільки

Відповідь:

б) Нехай ,тоді

В даному числі вірними є дві цифри: 3 та 7. Округлюємо його:

Перевірка:

Оскільки отримана похибка менша за 0.5, то в округленому числі 3.8 цифра 3 - вірна, а цифра 8 - сумнівна.

За правилами округлення знайдемо наближене значення числа

Перевірка:

Оскільки отримана похибка менша за 0.5, то в округленому числі 4 цифра 4 вірна.

Відповідь:

***Пункт 3***

Знайти граничні абсолютну і відносну похибку чисел, якщо вони мають тільки вірні цифри.

а) 62.74 б) 0.389

а) За умовою всі 4 цифри числа 62.74 вірні, тому абсолютна похибка . Відносна похибка:

б) За умовою всі 4 цифри числа 0.389 вірні, тому абсолютна похибка . Відносна похибка:

**Завдання 2**

1. Оцінити похибку результату з використанням теорем оцінки арифметичних похибок.

Задана функція , де

Обчислимо наближене значення функції:

За правилами обчислення похибок маємо:

Підставляємо

Отже:

Далі рахуємо за формулою:

Відповідь:

1. Оцінити похибку результату за загальною формулою оцінки похибки.

Задана функція , де

Для функції трьох змінних визначимо частинні похідні від функції . При визначенні частинної похідної по змінній дві інші змінні вважаємо константами. Згідно з правилами диференціювання частки та складеної функції маємо:

Підставимо задані значення:

Те саме для змінної b:

Підставимо задані значення:

Отримані значення частинної похідної підставляємо у загальну формулу

Відповідь:

**Висновки**

В ході лабораторної роботи було освоєно методики оцінки похибок наближених чисел та визначення вірних цифр наближеного числа.

**Контрольні питання:**

1. **Дайте означення обчислювального експерименту та перелічіть його основні етапи.**

Обчислювальний експеримент – це технологія наукового дослідження практичних задач, основана на побудові й аналізі за допомогою комп’ютера математичних моделей досліджуваних явищ та об'єктів.

Основними етапами є: Постановка задачі; Побудова математичної моделі; Застосування чисельного методу; Написання програми для EOM; Тестування та налагодження програми; Проведення розрахунків; Аналіз результатів.

1. **Перелічить джерела виникнення похибок обчислювального експерименту. Які похибки обчислювального експерименту називають неусувними і чому?**

Джерела виникнення похибок є: Похибка математичної моделі; Похибка вхідних даних; Похибка чисельного методу; Обчислювальна похибка.

Похибку математичної моделі та похибку вхідних даних відносять до неусувної похибки, оскільки ці похибки не залежать від обчислювача.

1. **Дайте означення граничних абсолютної та відносної похибок.**

Граничною абсолютною похибкою наближення називається число , яке не менше абсолютної похибки наближення, тобто .

Граничною відносною похибкою наближення називається число , яке не менше відносної похибки наближення, тобто .

1. **Які значущі цифри наближеного числа називаються вірними, а які сумнівними?**

Вірними цифрами наближеного числа називаються перші n значущих цифр цього числа, якщо його абсолютна похибка не перевищує половини одиниці розряду, який відповідає n-й значущій цифрі, тобто виконується нерівність: .

Сумнівними цифрами наближеного числа називаються зайві збережені цифри, крім вірних.

1. **Що таке машинний епсилон і що він характеризує?**

Величина – називається машинним епсилоном, він характеризує відносну похибку подання дійсних чисел в пам'яті комп'ютера і є одним з найважливіших параметрів обчислювальної системи. Отримані вирази дають підставу стверджувати, що будь-яке число в інтервалі у машинному поданні не буде відрізнятися від одиниці.

1. **Що означає обчислити наближене число із заданою точністю?**

Обчислити наближене число із заданою точністю означає, що необхідно зберегти вірною значущу цифру, яка стоїть в n-му розряді після коми.

1. **Запишіть формули для обчислення похибок арифметичних операцій.**
2. **У чому полягає проблема втрати точності при відніманні близьких чисел і які є способи її уникнути?**

Якщо наближені значення чисел та близькі, то відносна похибка різниці чисел буде дуже великою порівняно з відносними похибками самих чисел, тому, по можливості, слід уникати віднімання двох майже рівних чисел. Це потрібно враховувати при побудові обчислювальних алгоритмів: адже велика помилка різниці буде накопичуватись в ході подальших обчислень.

Формули, що містять віднімання двох близьких чисел, часто можна перетворити так, щоб уникнути цієї операції. Наприклад: .

1. **У чому полягає пряма задача теорії похибок? Запишіть загальну формулу оцінки похибки для функції двох незалежних змінних.**

Пряма задача теорії похибок полягає у наступному – визначити похибку значення функції по відомих похибках аргументів.

Загальна формула оцінки похибки для функції двох незалежних змінних:

1. **У чому полягає обернена задача теорії похибок?**

Обернена задача теорії похибок полягає у наступному – якими повинні бути абсолютні похибки аргументів функції, щоб абсолютна похибка функції не перевищувала заданої величини.