**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**імені ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

****

**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**Кафедра прикладних інформаційних систем**

**Звіт до лабораторної роботи №7**

**з курсу**

**«Системний аналіз та теорія прийняття рішень»**

*студента 3 курсу*

*групи ПП-31*

*спеціальності 122 «Комп'ютерні науки»*

*ОП «Прикладне програмування»*

Селецького В.Р.

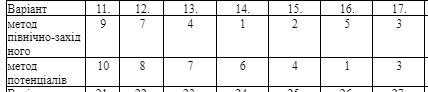
*Викладач:*

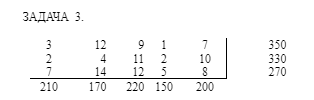
Білий Р.О.

**Київ – 2022**

**Тема:** Транспортна задача

Варіант 17





Автоматизуємо задачу за допомогою веб-сервісу math.semester:

Перенесемо дані в таблицю:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запаси |
| A1 | 3 | 12 | 9 | 1 | 7 | 350 |
| A2 | 2 | 4 | 11 | 2 | 10 | 330 |
| A3 | 7 | 14 | 12 | 5 | 8 | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Використовуючи метод північно-західного кута, побудуємо перший опорний план транспортної задачі: план починаємо заповнювати з верхнього лівого кута. Шукаємо елемент с11 = 3. Запаси для цього елемента рівні 350, потреби 210. Мінімальне значення 210, віднімаємо його. Х11 = min(350, 210) = 210

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **3** | 12 | 9 | 1 | 7 | **350 - 210 = 140** |
| x | 4 | 11 | 2 | 10 | 330 |
| x | 14 | 12 | 5 | 8 | 270 |
| **210 - 210 = 0** | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Шуканий елемент с12 = 12. Запаси для цього елемента рівні 140, потреби 170. Мінімум - 140, віднімаємо його.   
Х12 = min(140,170) = 140.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | **12** | x | x | x | **140 - 140 = 0** |
| x | 4 | 11 | 2 | 10 | 330 |
| x | 14 | 12 | 5 | 8 | 270 |
| 0 | **170 - 140 = 30** | 220 | 150 | 200 |  |

Шуканий елемент с22 = 4. Запаси для цього елемента рівні 330, потреби 30. Мінімум - 30, віднімаємо його.   
Х22 = min(330,30) = 30.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 12 | x | x | x | 0 |
| x | **4** | 11 | 2 | 10 | **330 - 30 = 300** |
| x | x | 12 | 5 | 8 | 270 |
| 0 | **30 - 30 = 0** | 220 | 150 | 200 |  |

Шуканий елемент c23 = 11. Запаси для цього елемента рівні 300, потреби 220. Мінімум - 220, віднімаємо його.   
X23 = min(300,220) = 220.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 12 | x | x | x | 0 |
| x | 4 | **11** | 2 | 10 | **300 - 220 = 80** |
| x | x | x | 5 | 8 | 270 |
| 0 | 0 | **220 - 220 = 0** | 150 | 200 |  |

Шуканий елемент c24 = 2. Запаси для цього елемента рівні 80, потреби 150. Мінімум - 80, віднімаємо його.   
X24 = min(80,150) = 80.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 12 | x | x | x | 0 |
| x | 4 | 11 | **2** | x | **80 - 80 = 0** |
| x | x | x | 5 | 8 | 270 |
| 0 | 0 | 0 | **150 - 80 = 70** | 200 |  |

Шуканий елемент c34 = 5. Запаси для цього елемента рівні 270, потреби 70. Мінімум - 70, віднімаємо його.   
X34 = min(270,70) = 70.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 12 | x | x | x | 0 |
| x | 4 | 11 | 2 | x | 0 |
| x | x | x | **5** | 8 | **270 - 70 = 200** |
| 0 | 0 | 0 | **70 - 70 = 0** | 200 |  |

Шуканий елемент c35=8. Запаси для цього елемента рівні 200, потреби 200. Мінімум - 200, віднімаємо його.   
X35 = min(200,200) = 200.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 | 12 | x | x | x | 0 |
| x | 4 | 11 | 2 | x | 0 |
| x | x | x | 5 | **8** | **200 - 200 = 0** |
| 0 | 0 | 0 | 0 | **200 - 200 = 0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запаси |
| A1 | 3[210] | 12[140] | 9 | 1 | 7 | 350 |
| A2 | 2 | 4[30] | 11[220] | 2[80] | 10 | 330 |
| A3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

В результаті отримали перший опорний план, котрий є допустимим, адже усі грузи з баз вивезені, потреби задоволені, а план відповідає системі обмежень транспортної задачі.   
Підрахуємо число зайнятих клітинок таблиці - їх 7, як і має бути (m + n - 1 = 7). Відповідно, опорний план є *невиродженним*.   
Значення цільової функції для цього опорного плану:   
F(x) = 3\*210 + 12\*140 + 4\*30 + 11\*220 + 2\*80 + 5\*70 + 8\*200 = 6960

Покращимо опорний план:

Перевіримо оптимальність опорного плану. Знайдемо попередні потенціали ui, vj. по занятих клітинках таблиці, в яких ui + vj = cij, u1 = 0.   
u1 + v1 = 3; 0 + v1 = 3; v1 = 3   
u1 + v2 = 12; 0 + v2 = 12; v2 = 12   
u2 + v2 = 4; 12 + u2 = 4; u2 = -8   
u2 + v3 = 11; -8 + v3 = 11; v3 = 19   
u2 + v4 = 2; -8 + v4 = 2; v4 = 10   
u3 + v4 = 5; 10 + u3 = 5; u3 = -5   
u3 + v5 = 8; -5 + v5 = 8; v5 = 13

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=3 | v2=12 | v3=19 | v4=10 | v5=13 |
| u1=0 | 3[210] | 12[140] | 9 | 1 | 7 |
| u2=-8 | 2 | 4[30] | 11[220] | 2[80] | 10 |
| u3=-5 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] |

Опорний план не є оптимальним, тому що існують оцінки вільних клітинок, для яких ui + vj > cij   
(1;3): 0 + 19 > 9; ∆13 = 0 + 19 - 9 = 10 > 0   
(1;4): 0 + 10 > 1; ∆14 = 0 + 10 - 1 = 9 > 0   
(1;5): 0 + 13 > 7; ∆15 = 0 + 13 - 7 = 6 > 0   
(3;3): -5 + 19 > 12; ∆33 = -5 + 19 - 12 = 2 > 0   
max(10,9,6,2) = 10

Обираємо максимальну оцінку вільної клітинки (1;3): 9   
Для цього в перспективну клітинку (1;3) поставимо знак «+», а в решті вершин многокутника знаки «-», «+», «-», які чередуються.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запаси |
| 1 | 3[210] | 12[140][-] | 9[+] | 1 | 7 | 350 |
| 2 | 2 | 4[30][+] | 11[220][-] | 2[80] | 10 | 330 |
| 3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Цикл наведено в таблиці (1,3 → 1,2 → 2,2 → 2,3).   
З грузів хij, що стоять в мінусових клітинках, обираємо найменьші, себто у = min (1, 2) = 140. Додаємо 140 до об’ємів грузів, що стоять у плюсових клітинках та віднімаємо 140 від Хij, що стоять в мінусових клітинках. В результаті отримаємо новий опорний план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запаси |
| A1 | 3[210] | 12 | 9[140] | 1 | 7 | 350 |
| A2 | 2 | 4[170] | 11[80] | 2[80] | 10 | 330 |
| A3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Перевіримо оптимальність опорного плану. Знайдемо попередні потенціали ui, vj. по занятих клітинках таблиці, в яких ui + vj = cij, u1 = 0.   
u1 + v1 = 3; 0 + v1 = 3; v1 = 3   
u1 + v3 = 9; 0 + v3 = 9; v3 = 9   
u2 + v3 = 11; 9 + u2 = 11; u2 = 2   
u2 + v2 = 4; 2 + v2 = 4; v2 = 2   
u2 + v4 = 2; 2 + v4 = 2; v4 = 0   
u3 + v4 = 5; 0 + u3 = 5; u3 = 5   
u3 + v5 = 8; 5 + v5 = 8; v5 = 3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=3 | v2=2 | v3=9 | v4=0 | v5=3 |
| u1=0 | 3[210] | 12 | 9[140] | 1 | 7 |
| u2=2 | 2 | 4[170] | 11[80] | 2[80] | 10 |
| u3=5 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] |

Опорний план не є оптимальним, оскільки існують оцінки вільних клітинок, для яких ui + vj > cij   
(2;1): 2 + 3 > 2; ∆21 = 2 + 3 - 2 = 3 > 0   
(3;1): 5 + 3 > 7; ∆31 = 5 + 3 - 7 = 1 > 0   
(3;3): 5 + 9 > 12; ∆33 = 5 + 9 - 12 = 2 > 0   
max(3,1,2) = 3   
Обираємо максимальну оцінку вільної клітинки (2;1): 2   
Для цього в перспективну клітинку (2;1) поставимо знак «+», а в решті вершин многокутника знаки «-», «+», «-», які чередуються.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запаси |
| 1 | 3[210][-] | 12 | 9[140][+] | 1 | 7 | 350 |
| 2 | 2[+] | 4[170] | 11[80][-] | 2[80] | 10 | 330 |
| 3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Цикл наведено в таблиці (2,1 → 2,3 → 1,3 → 1,1).   
З грузів хij, що стоять в мінусових клітинках, обираємо найменьші, себто у = min (2, 3) = 80. Додаємо 80 до об’ємів грузів, що стоять у плюсових клітинках та віднімаємо 80 з Хij, що стоять в мінусових клітинках. В результаті отримаємо новий опорний план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запаси |
| A1 | 3[130] | 12 | 9[220] | 1 | 7 | 350 |
| A2 | 2[80] | 4[170] | 11 | 2[80] | 10 | 330 |
| A3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Перевіримо оптимальність опорного плану. Знайдемо попередні потенціали ui, vj. по занятих клітинках таблиці, в яких ui + vj = cij, u1 = 0.   
u1 + v1 = 3; 0 + v1 = 3; v1 = 3   
u2 + v1 = 2; 3 + u2 = 2; u2 = -1   
u2 + v2 = 4; -1 + v2 = 4; v2 = 5   
u2 + v4 = 2; -1 + v4 = 2; v4 = 3   
u3 + v4 = 5; 3 + u3 = 5; u3 = 2   
u3 + v5 = 8; 2 + v5 = 8; v5 = 6   
u1 + v3 = 9; 0 + v3 = 9; v3 = 9

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=3 | v2=5 | v3=9 | v4=3 | v5=6 |
| u1=0 | 3[130] | 12 | 9[220] | 1 | 7 |
| u2=-1 | 2[80] | 4[170] | 11 | 2[80] | 10 |
| u3=2 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] |

Опорний план не є оптимальним, оскільки існують оцінки вільних клітинок, для яких ui + vj > cij  
(1;4): 0 + 3 > 1; ∆14 = 0 + 3 - 1 = 2 > 0   
Обираємо максимальну оцінку вільної клітинки (1;4): 1   
Для цього в перспективну клітинку (1;4) поставимо знак «+», а в решті вершин многокутника знаки «-», «+», «-», які чередуються.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запаси |
| 1 | 3[130][-] | 12 | 9[220] | 1[+] | 7 | 350 |
| 2 | 2[80][+] | 4[170] | 11 | 2[80][-] | 10 | 330 |
| 3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Цикл наведено в таблиці (1,4 → 1,1 → 2,1 → 2,4).   
З грузів хij, що стоять в мінусових клітинках, обираємо найменьші, себто у = min (2, 4) = 80. Додаємо 80 до об’ємів грузів, що стоять у плюсових клітинках та віднімаємо 80 з Хij, що стоять в мінусових клітинках. В результаті отримаємо новий опорний план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запаси |
| A1 | 3[50] | 12 | 9[220] | 1[80] | 7 | 350 |
| A2 | 2[160] | 4[170] | 11 | 2 | 10 | 330 |
| A3 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Перевіримо оптимальність опорного плану. Знайдемо попередні потенціали ui, vj. по занятих клітинках таблиці, в яких ui + vj = cij, u1 = 0.

u1 + v1 = 3; 0 + v1 = 3; v1 = 3   
u2 + v1 = 2; 3 + u2 = 2; u2 = -1   
u2 + v2 = 4; -1 + v2 = 4; v2 = 5   
u1 + v3 = 9; 0 + v3 = 9; v3 = 9   
u1 + v4 = 1; 0 + v4 = 1; v4 = 1   
u3 + v4 = 5; 1 + u3 = 5; u3 = 4   
u3 + v5 = 8; 4 + v5 = 8; v5 = 4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=3 | v2=5 | v3=9 | v4=1 | v5=4 |
| u1=0 | 3[50] | 12 | 9[220] | 1[80] | 7 |
| u2=-1 | 2[160] | 4[170] | 11 | 2 | 10 |
| u3=4 | 7 | 14 | 12 | 5[70] | 8[200] |

Опорний план не є оптимальним, оскільки існують оцінки вільних клітинок, для яких ui + vj > cij  
(3;3): 4 + 9 > 12; ∆33 = 4 + 9 - 12 = 1 > 0   
Обираємо максимальну оцінку вільної клітинки (3;3): 12   
Для цього в перспективну клітинку (3;3) поставимо знак «+», а в решті вершин многокутника знаки «-», «+», «-», що чередуються.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запаси |
| 1 | 3[50] | 12 | 9[220][-] | 1[80][+] | 7 | 350 |
| 2 | 2[160] | 4[170] | 11 | 2 | 10 | 330 |
| 3 | 7 | 14 | 12[+] | 5[70][-] | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Цикл наведено в таблиці (3,3 → 3,4 → 1,4 → 1,3).   
З грузів хij, що стоять в мінусових клітинках, обираємо найменьші, себто у = min (3, 4) = 70. Додаємо 70 до об’ємів грузів, що стоять у плюсових клітинках та віднімаємо 70 из Хij, що стоять в мінусових клітинках. В результаті отримаємо новий опорний план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | Запаси |
| A1 | 3[50] | 12 | 9[150] | 1[150] | 7 | 350 |
| A2 | 2[160] | 4[170] | 11 | 2 | 10 | 330 |
| A3 | 7 | 14 | 12[70] | 5 | 8[200] | 270 |
| Потреби | 210 | 170 | 220 | 150 | 200 |  |

Перевіримо оптимальність опорного плану. Знайдемо попередні потенціали ui, vj. по занятих клітинках таблиці, в яких ui + vj = cij, u1 = 0.   
u1 + v1 = 3; 0 + v1 = 3; v1 = 3   
u2 + v1 = 2; 3 + u2 = 2; u2 = -1   
u2 + v2 = 4; -1 + v2 = 4; v2 = 5   
u1 + v3 = 9; 0 + v3 = 9; v3 = 9   
u3 + v3 = 12; 9 + u3 = 12; u3 = 3   
u3 + v5 = 8; 3 + v5 = 8; v5 = 5   
u1 + v4 = 1; 0 + v4 = 1; v4 = 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=3 | v2=5 | v3=9 | v4=1 | v5=5 |
| u1=0 | 3[50] | 12 | 9[150] | 1[150] | 7 |
| u2=-1 | 2[160] | 4[170] | 11 | 2 | 10 |
| u3=3 | 7 | 14 | 12[70] | 5 | 8[200] |

Опорний план є оптимальним, тому що всі оцінки вільних клітинок задовільняють умові ui + vj ≤ cij.   
Мінімальні витрати складуть:

F(x) = 3\*50 + 9\*150 + 1\*150 + 2\*160 + 4\*170 + 12\*70 + 8\*200 = 5090

**Аналіз оптимального плану:**   
З 1-го складу необхідно направити груз в 1-й магазин (50 од.), в 3-й магазин (150 од.), в 4-й магазин (150 од.)   
З 2-го складу необхідно направити груз в 1-й магазин (160 од.), в 2-й магазин (170 од.)   
З 3-го складу необхідно направити груз в 3-й магазин (70 од.), в 5-й магазин (200 од.)

**Висновок:** Отже, в цій лабораторні роботі я дослідив методи автоматизування процесу розв’язку задачі методом північно-західного кута та методом потенціалів з використанням пакета MS Excel, навчився запрограмувати рішення. Розглянув основні поняття та визначення, а також навчився визначати функції корисності альтернативи. Вважаю дану лабораторну роботу виконаною в повному обсязі.