

---

## Front matter

title: "Лабораторная работа №5" subtitle: "Модель хищник-жертва" author: "Камкина Арина Леонидовна"

## Generic options

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

## Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

## Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures lot: false # List of tables fontsize: 12pt  
linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

## l18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs:  
name: english

## l18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

## Fonts

mainfont: PT Serif romanfont: PT Serif sansfont: PT Sans monofont: PT Mono mainfontoptions: Ligatures=TeX  
romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions:  
Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

## Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other\*
- citestyle=gost-numeric

## Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lotTitle:  
"Список таблиц" lolTitle: "Листинги"

## Misc options

indent: true header-includes:

- `\usepackage{indentfirst}`
- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
- `\floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text`

---

## Цель работы

---

Исследовать модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры и построить графики, используя языки Julia и OpenModelica.

---

## Задание

---

Для модели «хищник-жертва»: 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.73 x(t) + 0.037 x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.52 y(t) - 0.039 x(t)y(t) \end{cases}$$
 Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0=7$   $y_0=16$ .

---

## Теоретическое введение

---

Модель Лотки — Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь своих авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.[1]

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
  2. В отсутствие взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
  3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
  4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
  5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников
- $$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a x(t) + b x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = c y(t) - d x(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  - число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников

(члены  $-bxy$  и  $dx$  в правой части уравнения). Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0=c/d$   $y_0=a/b$ .

---

## Выполнение лабораторной работы

---

Создание проекта (код на Julia)

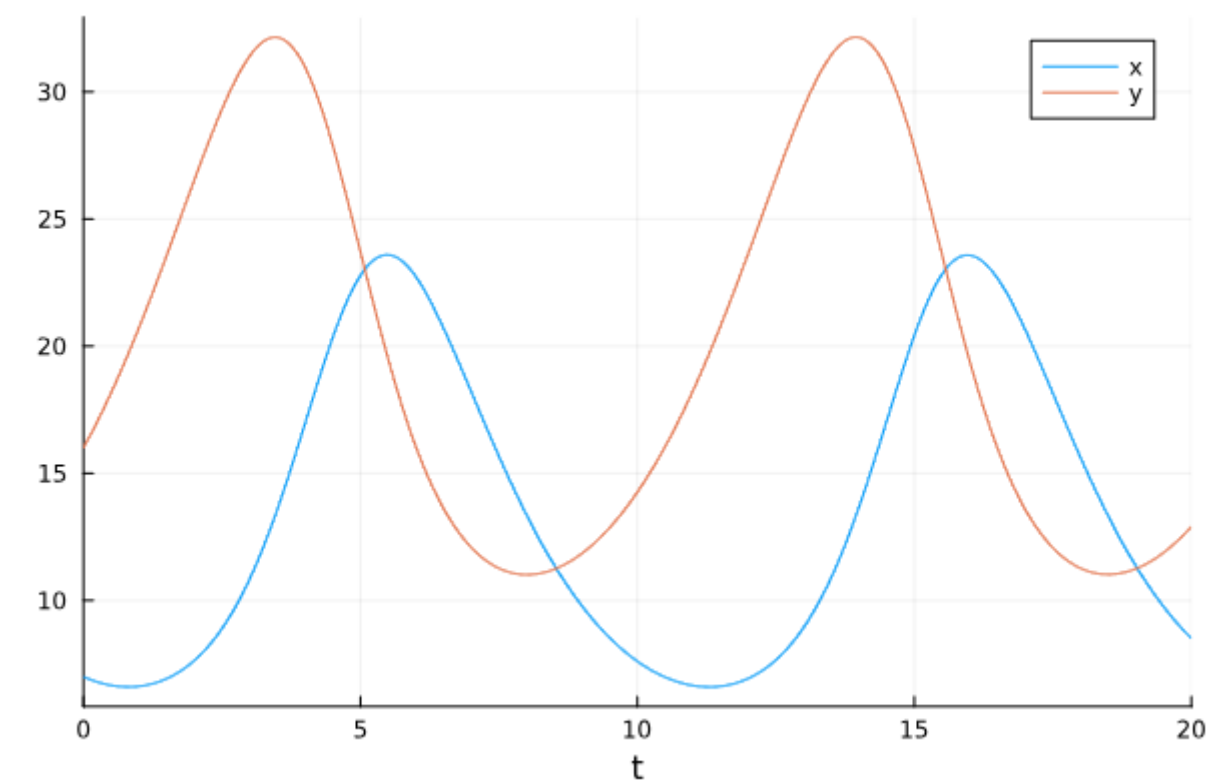
```
using Plots
using DifferentialEquations

p = [0.73, 0.037, 0.52, 0.039]
u = [7.0, 16.0]
tspan = (0.0, 20.0)

function f(u, p, t)
    a, b, c, d = p
    x, y = u
    dx = -a*x+b*x*y
    dy = c*y-d*x*y
    return [dx, dy]
end

prob1 = ODEProblem(f, u, tspan, p)
sol1 = solve(prob1, Tsit5())
plot(sol1, label = ["x" "y"])
```

Полученный график(рис. @fig:001).

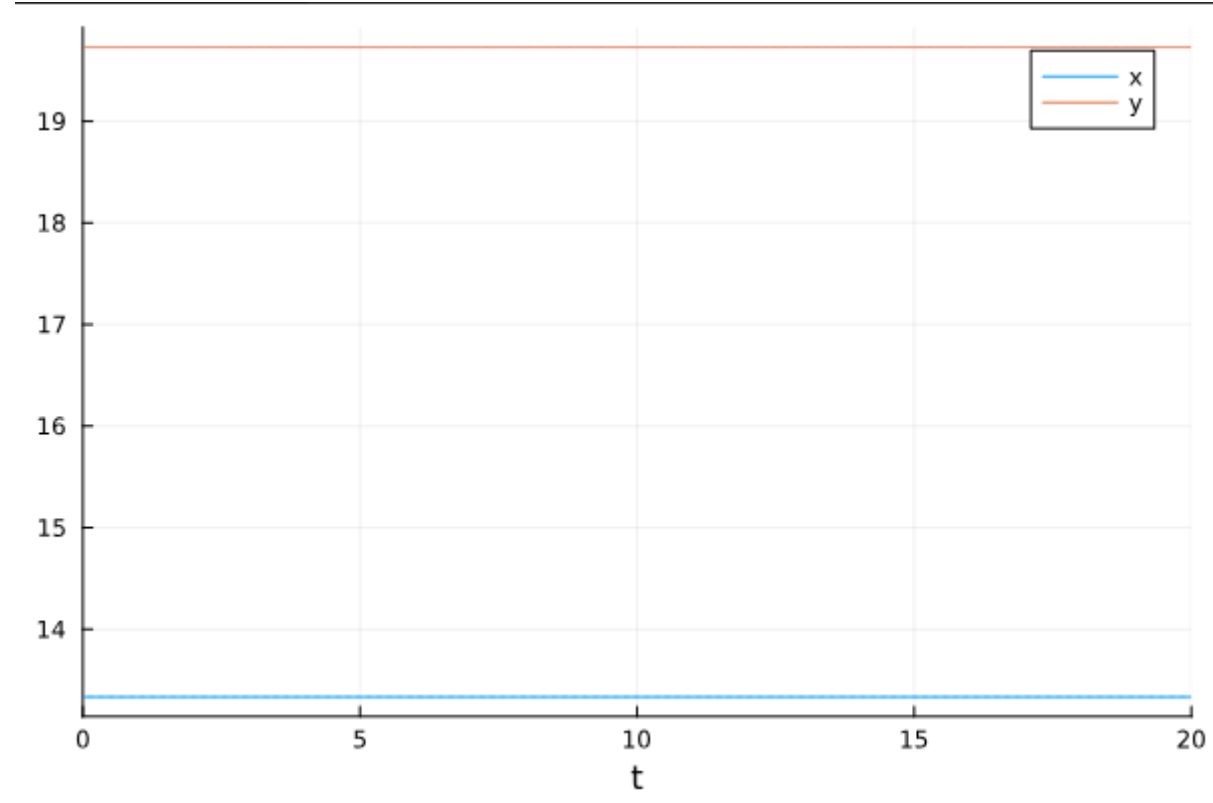


{#fig:001 width=70%}

Если хоти получить график при найденном стационарном состоянии, то заменяем значение  $u$  на:

```
u = [0.52/0.039, 0.73/0.037]
```

Полученный график(рис. @fig:002).



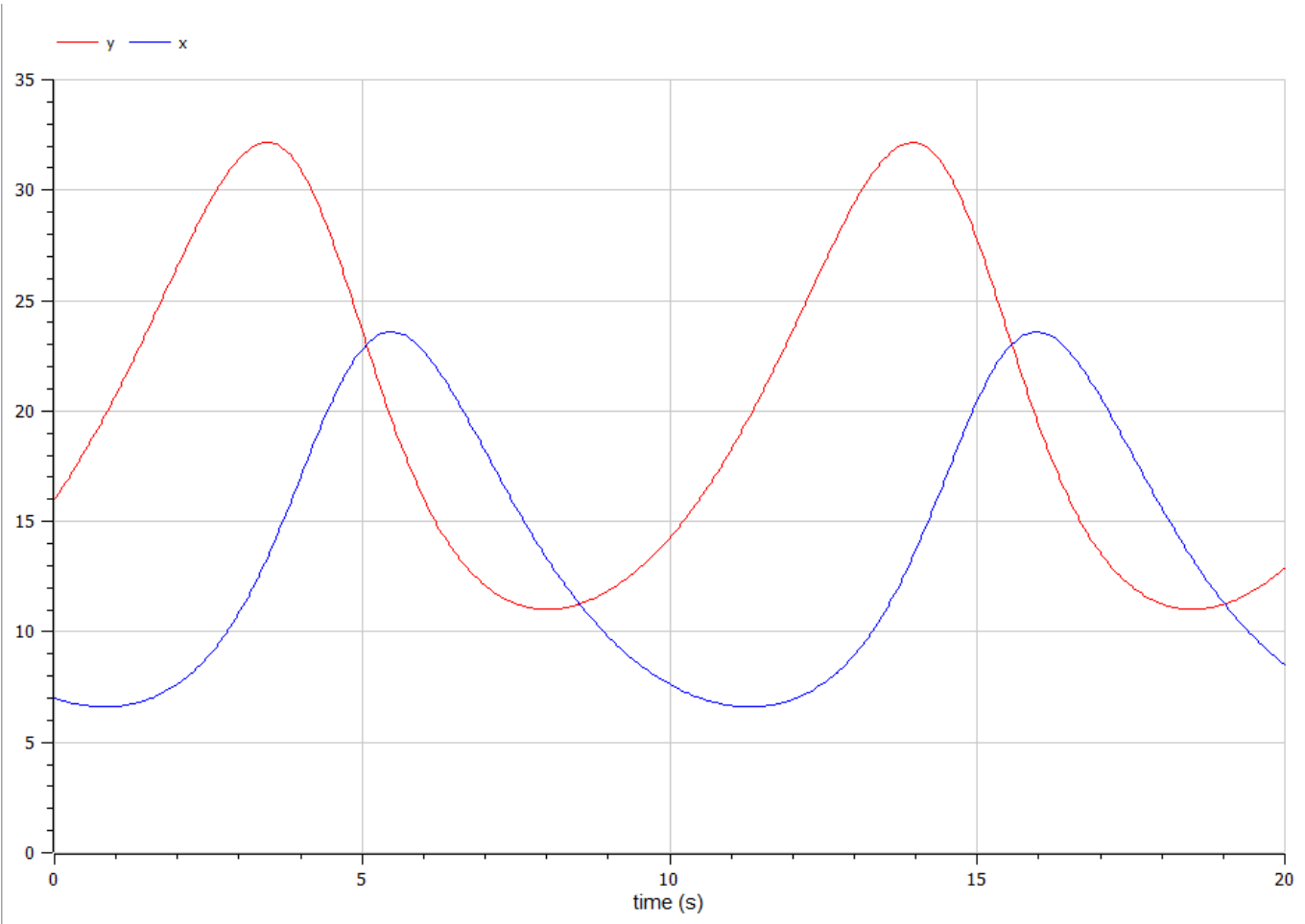
{#fig:002 width=70%}

Создание проекта (код на OpenModelica)

```
model lab5_1
  parameter Real a=0.73;
  parameter Real b=0.037;
  parameter Real c=0.52;
  parameter Real d=0.039;
  parameter Real x0=7;
  parameter Real y0=16;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);

  equation
    der(x)=-a*x+b*x*y;
    der(y)=c*y-d*x*y;
end lab5_1;
```

Полученный график(рис. @fig:003).

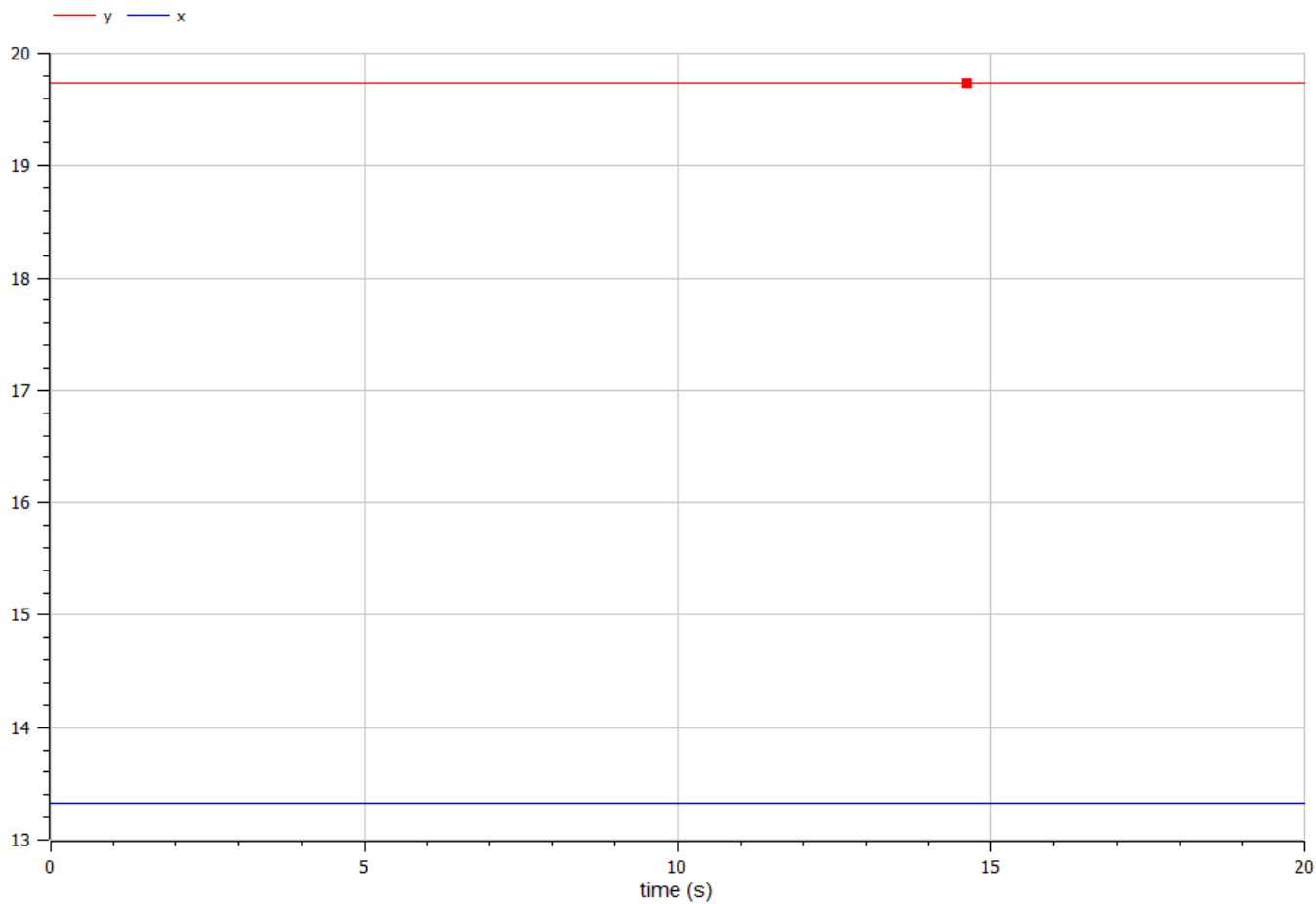


{#fig:003 width=70%}

Если хоти получить график при найденном стационарном состоянии, то заменяем значение \$u\$ на:

```
parameter Real x0=c/d;
parameter Real y0=a/b;
```

Полученный график(рис. @fig:004).



{#fig:004 width=70%}

## Анализ результатов

Были построены четыре графика на Julia и OpenModelica, на которых видно, что графики одинаковые.

## Вывод

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила графики, используя Julia и OpenModelica, а также приобрела первые практические навыки работы с Julia и OpenModelica.

## Список литературы

[1] Модель Лотки-Вольтерры: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Модель\\_Лотки\\_—\\_Вольтерры](https://ru.wikipedia.org/wiki/Модель_Лотки_—_Вольтерры)