

# Review

# 课程主要内容

线性规划		网络流算法	
分治策略	动态规划	贪心算法	回溯与分支限界
算法的基本概念 算法的数学基础			

## 算法的有关概念

算法的伪码表示

几类重要函数的性质

有关函数渐近的界的定理

时间复杂度函数的表示：函数渐近的界

算法及其时间复杂度的定义

## 算法的数学基础

序列求和方法：

求和公式  
估计和式的上界

算法迭代与  
序列求和

差消  
法化  
简

递归  
树模  
型

主定理的  
应用

迭代法：  
基本迭代  
换元迭代

主定理及  
其证明

递推方程与算法分析的关系

# 函数的阶

- 阶的符号:  $O, \Omega, \Theta, o, \omega$
- 阶的高低
  - 至少指数级:  $2^n, 3^n, n!, \dots$
  - 多项式级:  $n, n^2, n \log n, n^{1/2}, \dots$
  - $\log n$  的多项式级:  $\log n, \log^2 n, \dots$
- 注意
  - 阶反映的是大的  $n$  ( $n > n_0$ ) 的情况
  - 可以忽略前面的有限项

# 序列求和

- 基本求和公式

等比数列

等差数列

调和数级数

- 估计和式的阶

放大，然后估计上界

用积分估计上下界

# 递推方程求解

- 主要的求解方法  
迭代+ 进行序列求和  
递归树+ 求和  
主定理：注意条件验证
- 一些常见的递推方程的解

$$f(n) = af\left(\frac{n}{b}\right) + d(n)$$

# 算法设计技术

- 设计技术
  - 分治策略
  - 动态规划
  - 贪心法
  - 回溯和分支限界
- 关注问题
  - 使用条件
  - 主要设计步骤
  - 时间复杂度分析方法
  - 改进途径
  - 典型例子

# 分治策略

- **适用条件**: 归约为独立求解子问题
- **设计步骤**: 归约方法, 初始子问题的计算, 子问题解的综合方法. 注意子问题划分均衡, 类型相同
- **递归算法分析**: 求解递推方程
- **改进途径**: 减少子问题数, 预处理
- **典型问题**: 快速排序, 二分检索, 归并排序, 芯片测试, 幂乘, 矩阵乘法, 最临近点对, 多项式求值, Hanoi塔, 选择问题 (选第k小、选第二大、选最大与最小、选最大), 计算平面点集的凸包



# 动态规划

- **适用条件**: 优化问题, 多步判断求解, 满足优化原则, 子问题重叠
- **设计步骤**: 确定子问题边界, 列关于目标函数的递推方程及初值; 自底向上, 备忘录存储; 标记函数及解的追踪方法
- **复杂度分析**: 备忘录, 递推方程
- **典型问题**: 矩阵链相乘, 投资, 背包, 最长公共子序列, 图像压缩, 最大子段和, 最优二分检索树, 生物信息学应用

# 贪心法

- **适用条件**: 组合优化问题, 多步判断求解, 有贪心选择性质
- **设计步骤**: 局部优化策略的确定及算法正确性证明(直接证明, 数学归纳法, 交换论证)
- **复杂度分析**
- **典型问题**: 活动选择, 装载问题, 最小延迟调度, 最优前缀码及哈夫曼算法, 最小生成树, 单源最短路

# 回溯和分支限界

- **适用条件**: 搜索或优化问题, 多步判断求解, 满足多米诺性质
- **设计步骤**: 确定解向量, 搜索树结构, 搜索顺序, 结点分支搜索的约束条件与代价函数, 路径存储
- **搜索树结点数估计**
- **复杂度分析**
- **典型问题**:  $n$ 后问题, 背包问题, 货郎问题, 装载问题, 最大团问题, 圆排列问题, 连续邮资问题

# 线性规划

几个线性  
规划的例  
子

二维线性  
规划的图  
解法

线性规划  
的标准形

标准形的  
可行解的  
性质

单纯形法

单纯形表  
的例子

对偶规划的  
例子

原始规划和  
对偶规划

对偶单纯形  
法

整数线性规  
划的分支限  
界方法

应用实例

# 网络流算法

网络流及其性质

最大流最小割定理

**Fold-Fulkerson**最大流算法

最大流的辅助网络

**Dinic**最大流算法

**Dinic**算法分析

最小费用流及**Floyd**算法

最小费用流的负回路算法

最小费用流的最短路径算法

运输问题

二部图的最大匹配

赋权二部图的匹配