

Содержание

1 Общие математические сведения	1
1.1 \Rightarrow	1
1.2 \Leftrightarrow	2
1.3 Фигурная скобка $\{$	2
1.4 Квадратная скобка $[$	2
1.5 Декартово произведение	2
2 Функция	2
2.1 Определение	2
2.2 Биекции	3
2.2.1 Упражнение	4
2.2.2 Упражнение	5
3 Линейное пространство \mathbb{R}^m	5
3.1 Определение	5
3.2 Канонический базис и координаты	5
4 Линейный оператор $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$	6
4.1 Определение	6
4.2 Общий вид линейных операторов	6
4.2.1 Упражнение	6
4.3 Умножение матриц	7
4.3.1 Упражнение	8
5 Системы линейных уравнений (СЛАУ)	8
5.1 Определение	8
5.2 Матричное представление	8
5.3 Метод гаусса	10
5.3.1 Упражнение	11
6 Матричные уравнения	11
6.1 Определение	11
6.2 Пример решения	11
6.2.1 Упражнение	12

1 Общие математические сведения

1.1 \Rightarrow

Знак \Rightarrow означает «следует». Например $A \Rightarrow B$ означает из A следует B .

1.2 \Leftrightarrow

Знак \Leftrightarrow означает «равносильно». Например $A \Leftrightarrow B$ означает из A равносильно B . Так же, если $A \Leftrightarrow B$ то это то же самое, $A \Rightarrow B$ и $B \Rightarrow A$.

1.3 Фигурная скобка $\{$

Запись

$$\begin{cases} P_1 \\ P_2 \end{cases}$$

означает, что условия P_1 и P_2 выполняются одновременно (**логическое И**)

1.4 Квадратная скобка $[$

Запись

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

означает, что хотя бы одно из условий P_1 или P_2 выполняются (**логическое ИЛИ**)

1.5 Декартово произведение

Определение 1. *Декартовым произведением множеств X и Y называется множество всех упорядоченных пар (x, y) где $x \in X, y \in Y$.*

Обозначение. $X \times Y$

Декартово произведение можно обобщить для n множеств, так, элементами множества $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ будут **упорядоченные наборы** или **кортежи** (x_1, x_2, \dots, x_n) где $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$.

Определение 2. *Декартовой n -ой степенью множества X называется множество $X^n = X \times X \times \dots \times X$*

2 Функция

2.1 Определение

Определение 3. *Функцией, отображением $f : X \rightarrow Y$ называется множество упорядоченных пар (x, y) где $x \in X, y \in Y$ такое, что*

1. для любого x верно $(x, y) \in f$;
2. для любых x_1, x_2 верно $f(x_1) = f(x_2)$ (**функциональность**)

Множество X называется **областью определения** f . Множество Y называется **областью значений** f

Пример. Пусть $X = \{1, 2, 3\}$ и $Y = \{a, b\}$, и мы хотим задать отображение $f : X \rightarrow Y$. В первую очередь, для каждого элемента из X нужно указать значение из Y (условие 1 из определения). Допустим, для f верно

$$\begin{cases} f(1) = a \\ f(2) = a \\ f(3) = b. \end{cases} \quad (1)$$

Тогда, функция f будет следующим множеством:

$$f = \{(1, a), (2, a), (3, b)\} \quad (2)$$

Важно. Если для любых x_1, x_2 верно $f(x_1) = f(x_2)$ (условие 2 из определения), то обратное, не обязательно верно, из того, что $f(1) = f(2)$ не следует, что $1 = 2$.

Важно. Если для каждого $x \in X$ обязательно, чтобы $(x, y) \in f$ (условие 1 из определения), то необязательно, чтобы для каждого $y \in Y$ было верно $(x, y) \in f$.

Пример. Пусть $X = \{1, 2, 3\}$ и $Y = \{a, b, c, d, e\}$, то множество

$$f = \{(1, a), (2, a), (3, b)\} \quad (3)$$

является функцией.

Поскольку не для каждого множества можно выписать его элементы (любые бесконечные множества), возникает необходимость иначе задавать функции на таких множествах

Пример. Пусть $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $f(x) = 2x$. Тогда функция f является следующим множеством

$$\{(x, 2x) \text{ где } x \in \mathbb{R}\} \quad (4)$$

то есть множеством всех пар $(x, 2x)$ где $x \in \mathbb{R}$.

2.2 Биекции

Отображение переводят одни элементы в другие, по тому же самому принципу они и переводят множества в множества. Пусть

$$\begin{cases} f(1) = a \\ f(2) = a \\ f(3) = b. \end{cases} \quad (5)$$

тогда $f(\{1, 3\}) = \{a, b\}$.

Грубо говоря, если взять множество A и применить к каждому его элементу функцию f и результаты сложить в одном множестве B , получим образ множества $f(A) = B$

Дадим строгое определение

Определение 4. Пусть $f : X \rightarrow Y$ и $A \subset X$. **Образом** $f(A)$ называется множество **всех** таких $y \in Y$ что существует $x \in X$ такой, что

$$f(x) = y.$$

Определение 5. Функция $f : X \rightarrow Y$ называется **сюръекцией**, если $f(X) = Y$

Определение 6. Функция $f : X \rightarrow Y$ называется **инъекцией** или **однозначной**, если для любых x_1, x_2 верно, что если $f(x_1) = f(x_2)$ то $x_1 = x_2$

Определение 7. Если функция **инъективна** и **сюръективна**, то она называется **биективной** или **взаимно-однозначной**

Примечание. Биекция сопоставляет каждому x ровно один y (инъективность) и для каждого y найдется x (сюръективность), притом только один (функциональность).

2.2.1 Упражнение

1. функциями
2. сюръекциями
3. инъекциями
4. биекциями

$$f : X \rightarrow Y$$

где

$$X = \{1, 2, 3\}$$

$$Y = \{4, 6, 7\}$$

1. $\{(1, a), (2, a), (3, b)\}$
2. $\{(1, 4), (2, 7)\}$
3. $\{(1, 4), (2, 1), (3, 7)\}$
4. $\{(1, 4), (2, 7), (3, 6)\}$
5. $\{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$
6. $\{(1, 4), (2, 6), (3, 7), (2, 7)\}$

2.2.2 Упражнение

Пусть

$$\begin{aligned}f &: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n \\g &: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n\end{aligned}$$

указать, какие из следующих функций существуют

1. $q(x) = af(x) + bg(x)$
2. $q(x) = f(g(x))$
3. $q(x) = af(x) + bh(x)$
4. $q(x) = g(f(x))$
5. $q(x) = h(f(x))$

3 Линейное пространство \mathbb{R}^m

Элементами \mathbb{R}^m являются упорядоченные наборы n вещественных чисел.

Пусть

$$\begin{aligned}\bar{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m \\ \bar{y} &= (y_1, y_2, \dots, y_m) \in \mathbb{R}^m \\ a &\in \mathbb{R}\end{aligned}$$

3.1 Определение

Введем следующие операции над вещественными числами:

1. Сумма:

$$\bar{x} + \bar{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_m + y_m)$$

2. Умножение на число:

$$a\bar{x} = (ax_1, ax_2, \dots, ax_m)$$

3.2 Канонический базис и координаты

Определение 8. *Линейной комбинацией векторов*

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$$

с коэффициентами

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

называется вектор

$$\bar{x} = a_1\bar{x}_1 + a_2\bar{x}_2, \dots + a_n\bar{x}_n$$

.

Определение 9. *Каноническим базисом* в \mathbb{R}^m называется упорядоченный набор векторов $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_m)$ где

$$\begin{aligned}\bar{e}_1 &= (1, 0, \dots, 0) \\ \bar{e}_2 &= (0, 1, \dots, 0) \\ &\dots \\ \bar{e}_m &= (0, 0, \dots, 1)\end{aligned}$$

Таким образом, у вектора \bar{e}_i в каноническом базисе на i -ой координате стоит 1, а на остальных — 0.

Определение 10. *Говорят, что вектор \bar{x} разложен по каноническому базису, если он представлен в виде линейной комбинации*

$$\bar{x} = x_1\bar{e}_1 + x_2\bar{e}_2 + \dots + x_n\bar{e}_n.$$

Пример.

$$(5, 3, 2) = 5\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$$

4 Линейный оператор $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$

4.1 Определение

Определение 11. *Функция $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ называется линейным оператором если выполнены два условия для любых \bar{x}, \bar{y}, a*

1.

$$f(a\bar{x}) = af(\bar{x})$$

2.

$$f(\bar{x} + \bar{y}) = f(\bar{x}) + f(\bar{y})$$

4.2 Общий вид линейных операторов

4.2.1 Упражнение

Теорема 1.

$$f(a_1\bar{x}_1 + a_2\bar{x}_2 + \dots + a_n\bar{x}_n) = a_1f(\bar{x}_1) + a_2f(\bar{x}_2) + \dots + a_nf(\bar{x}_n) \quad (6)$$

Доказательство. Выполнить самостоятельно.

Исследуем, как выглядят линейные операторы $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$. Пусть $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_m)$ — канонический базис, тогда

$$f(\bar{x}) = f(x_1\bar{e}_1 + x_2\bar{e}_2 + \dots + x_n\bar{e}_n) = x_1f(\bar{e}_1) + x_2f(\bar{e}_2) + \dots + x_nf(\bar{e}_n) \quad (7)$$

Обозначим

$$\overline{a_i} = f(\overline{e_i}) = \begin{pmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ \dots \\ a_{ni} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$f(\overline{e_i})$ имеет n координат, потому что f переводит m -мерные векторы в n -мерные векторы. Строки идут от 1 до n а столбец имеет номер i . Преобразуем уравнение (7)

$$x_1 f(\overline{e_1}) + x_2 f(\overline{e_2}) + \dots + x_n f(\overline{e_n}) =$$

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{pmatrix} + x_m \begin{pmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{pmatrix}$$

Полученные векторы-столбцы пишут подряд, объединяя в матрицу. Далее, введем определение умножение матрицы на вектор так, чтобы

$$x_1 \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{n1} \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{n2} \end{pmatrix} + x_m \begin{pmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \dots \\ a_{nm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{pmatrix} = A\overline{x}$$

Важно. Так же, матрицу A можно записать на как набор векторов-столбцов

$$A = (\overline{a_1}, \overline{a_2}, \dots, \overline{a_m})$$

Данные рассуждения оформим в качестве теоремы:

Теорема 2. *Линейные операторы $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ имеют вид $f(x) = Ax$, где A — матрица размерности $n \times m$ (m столбцов и n строк). При этом, i -ый вектор-столбец $\overline{a_i}$ матрицы A равен $f(\overline{e_i})$.*

4.3 Умножение матриц

Пусть

$$f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$$

Тогда $h(x) = g(f(x))$ — линейный оператор.

1.

$$h(ax) = g(f(ax)) = g(af(x)) = ag(f(x)) = ah(x)$$

2.

$$h(x+y) = g(f(x+y)) = g(f(x) + f(y)) = g(f(x)) + g(f(y)) = h(x) + h(y)$$

Пусть $A = (\overline{a_1}, \overline{a_2}, \dots, \overline{a_m})$ — матрица f , $B = (\overline{b_1}, \overline{b_2}, \dots, \overline{b_n})$ — матрица g , $C = (\overline{c_1}, \overline{c_2}, \dots, \overline{c_m})$ — матрица h . Тогда

$$\overline{c_i} = h(\overline{e_i}) = g(f(\overline{e_i})) = g(\overline{a_1}) = B\overline{a_1}$$

Определение 12. Полученная в результате матрица оператора h называется **произведением матрицы B на A** .

Важно. Чтобы вычислить произведение BA нужно последовательно применить матрицу B к столбцам матрицы A и последовательно объединить в матрицу.

4.3.1 Упражнение

Пусть

$$f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

доказать что функция $h(x) = af(x) + bg(x)$ — линейный оператор. Пусть $A = (\overline{a_1}, \overline{a_2}, \dots, \overline{a_m})$ — матрица f , $B = (\overline{b_1}, \overline{b_2}, \dots, \overline{b_m})$ — матрица g . Найти матрицу оператора h .

5 Системы линейных уравнений (СЛАУ)

5.1 Определение

Определение 13. Система следующего вида называется **системой линейных уравнений (СЛАУ)** относительно переменных x_1, x_2, \dots, x_m . Данная система содержит n уравнение и m переменных.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n \end{cases}$$

5.2 Матричное представление

$$\begin{aligned} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow A\overline{x} = \overline{b} \end{aligned}$$

Ранее установлено, что умножение матрицы на вектор — есть линейный оператор $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$. Отсюда получим теорему

Теорема 3. *Решать систему линейных уравнений — то же самое, что решать уравнение $f(\bar{x}) = \bar{b}$, где $\bar{x} \in \mathbb{R}^m, b \in \mathbb{R}^n$ и $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ — линейные оператор.*

Рассмотрим СЛАУ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Ей в соответствии можно сопоставить матрицу

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} & b_2 \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} & b_n \end{array} \right)$$

здесь вертикальная черта не несет в себе никакого математического смысла и просто нужна, чтобы визуальнo отделить матрицу СЛАУ и столбец-решение.

Определение 14. *Пусть дана СЛАУ*

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m = b_n \end{cases}$$

Главная матрица системы

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Дополненная матрица системы

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} & b_2 \\ \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} & b_n \end{array} \right)$$

5.3 Метод гаусса

Определение 15. Следующие действия с матрицей называются **элементарными преобразованиями матрицы**:

1. добавление к строке матрицы другой строки;
2. умножение строки матрицы на число, отличное от нуля.

если матрица B получена из A элементарными преобразованиями, то пишут $A \rightarrow B$.

Теорема 4. Пусть A, B — матрицы и $A \rightarrow B$. Тогда системы $A\bar{x}$ и $B\bar{x}$ равносильны.

Пример. Пусть дана система.

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

Прибавим к первой строке вторую (это равносильное преобразование)

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 9 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

Перепишем эти рассуждения в матричном виде

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 3 & 9 \\ 2 & 1 & 6 \end{array} \right)$$

Преобразуем эту матрицу так, чтобы **главная матрица системы** стала единичной.

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \end{array} \right) &\rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 6 & 9 \\ 0 & -3 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 0 & 9 \\ 0 & -3 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$

По итогу, получаем следующее

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Важно. Таким образом, суть метода Гаусса заключается в том, чтобы элементарными преобразованиями сделать из главной матрицы системы единичную.

Важно. Последовательность элементарных преобразований **зависит** только от **главной матрицы** и **не зависит** от столбца-решения.

5.3.1 Упражнение

Решить СЛАУ **строго теми же** элементарными преобразованиями, что из примера

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

6 Матричные уравнения

6.1 Определение

Рассмотрим матричное уравнение

$$AX = B \tag{9}$$

где A, B — известные матрицы, X — неизвестная матрица.

6.2 Пример решения

Пример. Решим уравнение

$$\begin{aligned} AX &= B \\ A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 5 \\ 7 & 4 & 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} X &= \begin{pmatrix} 8 & 5 & 5 \\ 7 & 4 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Для начала определимся с размерами X . По определению произведения матриц, мы будем последовательно применять A к столбцам X , то есть число столбцов X совпадает с числом столбцов B , их 3. Чтобы матрицу A можно было применить к столбцу, его высота должна совпадать с шириной A , её ширина 2. Таким образом, X — матрица 2×3 . Перепишем наше уравнение в следующем виде

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 5 \\ 7 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Чтобы решить данную задачу, необходимо решить 3 СЛАУ

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_5 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_6 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ранее уже обговаривалось, что порядок элементарных преобразований не зависит только от **главной матрицы**, поэтому эти 3 системы можно описать одной матрицей

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 2 & 8 & 5 & 5 \\ 2 & 1 & 7 & 4 & 7 \end{array} \right) \rightarrow \dots \rightarrow \left(\begin{array}{cc|ccc} 1 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{array} \right)$$

В итоге получаем результат

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

6.2.1 Упражнение

Решить уравнение

$$AX = E$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Определение 16. Пусть

$$AX = E \tag{10}$$

тогда матрица X называется **обратной** к A и обозначается A^{-1}