

城市表层土壤重金属污染分析

摘要

本题针对给出的重金属浓度和 5 种功能区来建立数学模型。

对于问题一，我们建立了“*Hakanson* 潜在生态风险指数模型”来分析该城区内不同区域重金属的污染程度。首先运用 *MATLAB* 编程求出 8 种主要重金属元素在该城区的空间分布图。其次建立了“*Hakanson* 潜在生态风险指数模型”求解出各地区 8 种重金属的单项潜在生态风险指数和各地区多种重金属的潜在生态危害指数，再根据“单一重金属的潜在生态风险等级”和“多种重金属的潜在生态风险评估等级”进行分析。可得出结论：该城区的生活区存在中等生态危害；工业区存在强生态危害；山区存在低生态危害；交通区存在极强生态危害；公园绿地区存在中等生态危害。

对于问题二：我们首先根据附件二给出的数据，将各种金属元素在不同功能区内的浓度的平均值做成柱状图进行分析，得知 5 个区中工业区受到的污染最严重，工业生产对土壤中的各种重金属污染影响都很大。其次，我们通过求解变异系数并进行分析得出重金属污染的主要原因是受到人类活动影响的结论。并得知 *Hg*、*Cd*、*As*、*Cu*、*Zn* 这五种重金属元素对本地区土壤污染更为严重，表明受人类活动影响也更大，其中 *Hg* 污染最为突出。

对于问题三：我们通过分析重金属污染物的传播特征来建立“扩散模型”进而确定污染源的位置。首先以三个假设为前提建立模型：在一定时间内，重金属的浓度不变；不考虑重金属的衰减问题；扩散系数不随坐标位置而改变，即扩散系数为一常数。在假设条件下，可知重金属的扩散只由重金属的浓度决定，即扩散总是由高浓度向低浓度扩散。因此，土壤中重金属元素的浓度 C 与重金属元素的所在位置 (x, y, z) 有关，可用函数关系 $C = C(x, y, z)$ 来表示。污染源的所在位置

就是各种重金属元素浓度最大的坐标。而每种重金属的污染源又可能有多个，因此找到各个极值点即可。我们运用 *MATLAB* 编程“扩散模型”对进行具体求解。

对于问题四：我们对在问题二建立的“*Hakanson* 潜在生态风险指数模型”和问题三建立的“扩散模型”分别进行了优缺点分析。为更好地研究城市地质环境的演变模式，还应收集：重金属的浓度随时间的变化情况、与在地质演变过程中，土壤的含水量、类型、气体成分、矿物质含量和微生物含量等的变化的信息。我们把这些会影响土壤重金属浓度的因素考虑进模型中，并对所建立的模型进行改进，进而可以更加精确的解决问题。

关键词：*Hakanson* 潜在生态风险指数模型 变异系数 扩散模型 拉普拉斯方程

一、 问题重述

要求通过数学建模来完成以下任务：

- (1) 给出 8 种主要重金属元素在该城区的空间分布，并分析该城区内不同区域重金属的污染程度。
- (2) 通过数据分析，说明重金属污染的主要原因。
- (3) 分析重金属污染物的传播特征，由此建立模型，确定污染源的位置。
- (4) 分析你所建立模型的优缺点，为更好地研究城市地质环境的演变模式，还应收集什么信息？有了这些信息，如何建立模型解决问题？

二、 问题分析

2.1 问题的思路分析

针对问题一：我们运用了潜在生态危害指数法来了解和预测生态影响因素和所产生的生态后果之间的关系。此方法不仅考虑了不同重金属的生物毒性不同，对环境造成的生态危害不同，而且综合了重金属的含量特征、生物学特征和毒理学特征对重金属污染程度进行评价，是一种全面、科学的评价方法。

针对问题二：我们首先根据附件二给出的数据，将各种金属元素在不同功能区内的浓度的平均值做成柱状图方便分析。由此判断得出工业生产对土壤中的各种重金属污染影响都很大。其次，我们通过求解变异系数来判断重金属污染的来源主要是自然因素还是人为因素，并且变异系数在一定程度上也可以体现污染程度的大小。变异系数越大，说明人类活动的干扰作用影响越大或污染程度越严重。

针对问题三：假设在一定时间内，重金属的浓度不变、不考虑重金属的衰减问题、扩散系数不随坐标位置而改变，即扩散系数为一常数。在假设条件下，可知重金属的扩散只由重金属的浓度决定，即扩散总是由高浓度向低浓度扩散。因此，可知土壤中重金属元素的浓度 C 与重金属元素的所在位置 (x, y, z) 有关，可

用函数关系 $C = C(x, y, z)$ 来表示。污染源的所在位置就是各种重金属元素浓度最大的坐标。而每种重金属的污染源又可能有多个，因此找到各个极值点即可。

针对问题四：我们对在问题二建立的“*Hakanson* 潜在生态风险指数模型”和问题三建立的“扩散模型”分别进行了优缺点分析。为更好地研究城市地质环境的演变模式，还应收集：重金属的浓度随时间的变化情况、与在地质演变过程中，土壤的含水量、类型、气体成分、矿物质含量和微生物含量等的变化的信息。我们把这些会影响土壤重金属浓度的因素考虑进模型中，并对所建立的模型进行改进，进而更加精确的解决问题。

三、 模型假设与符号说明

3.1 模型假设

- 1、假设题目所给的数据真实可靠；
- 2、假设在一定时间内，重金属的浓度不变
- 3、假设不考虑重金属的衰减问题
- 4、假设扩散系数不随坐标位置而改变，即扩散系数为一常数

3.2 符号说明

$i=1,\dots,8$:依次代表As、Cd、Cr、Cu、Hg、Ni、Pb、Zn元素

$r=1,\dots,5$:依次代表该城区的生活区、工业区、山区、交通区、公园绿地区

CF_i : i 元素的重金属污染指数

C_r^i : i 元素在 r 区的采样点处浓度

C_n^i : i 元素的背景值

E_r^i : i 元素在 r 区的单项潜在生态风险指数

RI_r :土壤多种重金属潜在生态危害指数

T^i : i 元素的毒性系数

x :样本点在 xOy 平面上投影的横坐标

y :样本点在 xOy 平面上投影的纵坐标

z :样本点坐标为 (x, y) 的元素浓度值

四、模型的建立与求解

5.1 问题的思路分析

运用MATLAB编程给出8种主要重金属元素在该城区的空间分布图，并建立Hakanson潜在生态风险指数模型来分析该城区内不同区域重金属的污染程度。

5.1.1 主要重金属元素在该城区的空间分布

运用MATLAB编程得到了8种主要重金属元素在该城区的三维空间分布图，见图1图2：

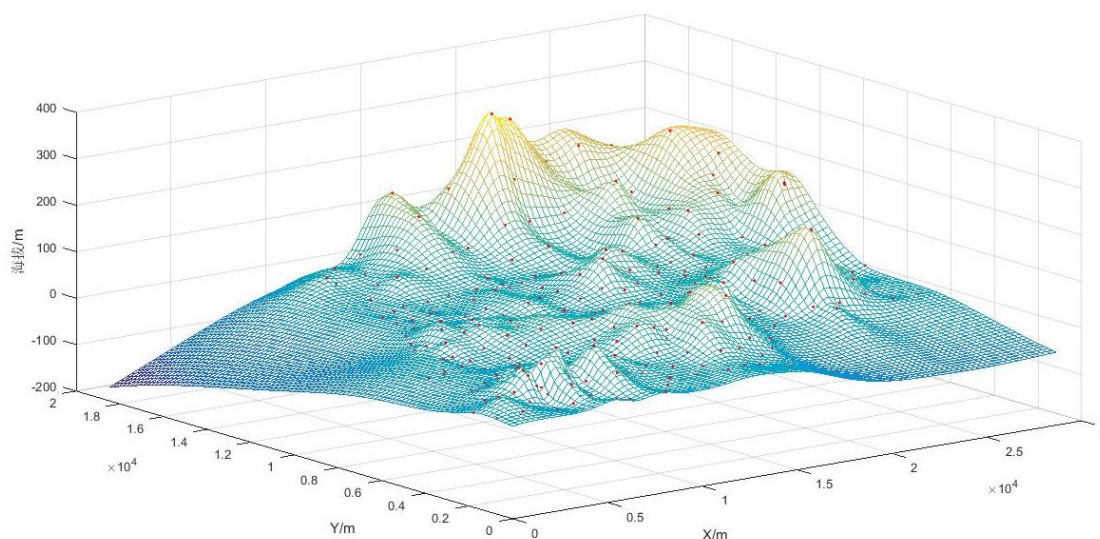


图1 8种主要重金属元素在该城区的三维空间分布

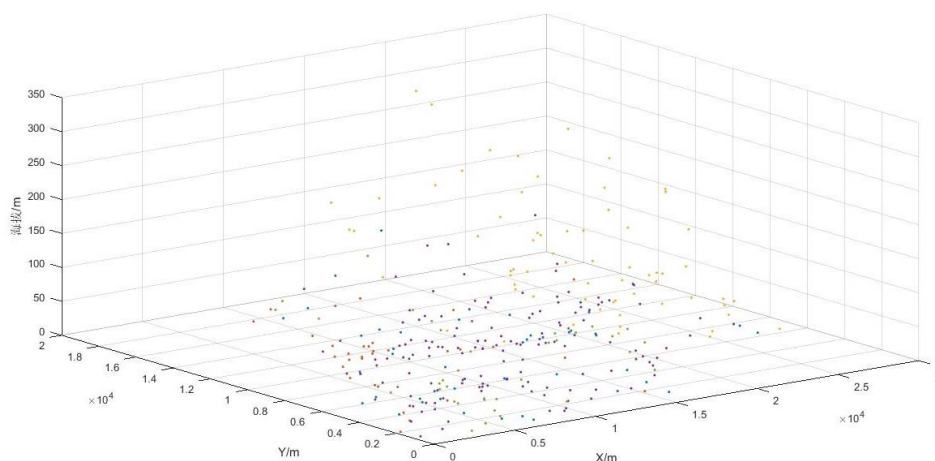


图2 8种主要重金属元素分布的三维散点图

5.1.2 Hakanson 潜在生态风险指数模型的建立

潜在生态危害指数法是瑞典学者 *Hakanson* 于 1980 年提出的用于评价重金属污染及生态危害的方法，此方法不仅考虑了不同重金属的生物毒性不同，对环境造成的生态危害不同，而且综合了重金属的含量特征、生物学特征和毒理学特征对重金属污染程度进行评价，是一种全面、科学的评价方法。

计算方法如下：

(1) 重金属 i 的污染指数，简称 CF_i ：

$$CF_i = \frac{C_i}{C_n}$$

式中： C_i 是 r 区域的重金属 i 在采样点处的浓度（数据见题目的附件 2）； C_n 是 r 区域的重金属 i 的背景值（数据见题目的附件 3）。

(2) 重金属 i 的毒性系数，简称 T^i 。此值用来反映重金属在水相，沉积固相和生物相之间的响应关系。采用 *Hakanson* 制定的标准化重金属毒性响应系数作为评价依据，其毒性响应系数分别为见表：

表 1 元素的毒性系数

元素	As	Cd	Cr	Cu	Hg	Ni	Pb	Zn
毒性系数	10	30	2	5	40	5	5	1

(3) r 地区重金属 i 的单项潜在生态风险指数，简称 E_r^i 。其值按下式确定，单一重金属污染潜在生态危害分级标准见表 2

$$Er^i = T^i \times CF_i$$

表 2 单一重金属的潜在生态风险等级

阈值区间	潜在生态风险等级
$E_r^i < 40$	低生态风险
$40 \leq E_r^i < 80$	中等生态风险
$80 \leq E_r^i < 160$	较强生态风险
$160 \leq E_r^i < 320$	强生态风险
$E_r^i \geq 320$	极强生态风险

(4) 土壤(沉积物)多种重金属潜在生态危害指数, 简称 RI , 是多种重金属单项潜在生态风险指数之和。 RIr 表示第 r 个地区的多种重金属的潜在生态危害指数, 按下式求解, 重金属污染潜在生态危害分级标准见表 2:

$$RIr = \sum_{i=1}^8 Er^i$$

表 3 多种重金属的潜在生态风险评估等级

阈值区间	潜在生态风险等级
$RI < 150$	低生态危害
$150 \leq RI < 300$	中等生态危害
$200 \leq RI < 600$	较强生态危害
$RI \geq 600$	强生态危害

所以, 潜在生态危害指数法计算公式如下:

$$RIr = \sum_{i=1}^n Er^i = \sum_{i=1}^n (T^i \times CF_i) = \sum_{i=1}^n \left(T^i \times \frac{C_i}{C_n} \right)$$

5.1.3 Hakanson 潜在生态风险指数模型的求解

1. 求解数据:

将题目中附件 2 的 r 区域的重金属 i 在采样点处的浓度 C_i , 附件 3 中的 r 区域的重金属 i 的背景值 C_n , 分别带入潜在生态危害指数法的计算公式中。可得到 r 地区重金属 i 的单项潜在生态风险指数 E_r^i , 将每个区域元素的单项潜在生态风险指数分别求平均值, 得到下表 4:

表 4 各地区重金属 i 的单项潜在生态风险指数平均值

区\元素	As ($\mu\text{g/g}$)	Cd (ng/g)	Cr ($\mu\text{g/g}$)	Cu ($\mu\text{g/g}$)	Hg (ng/g)	Ni ($\mu\text{g/g}$)	Pb ($\mu\text{g/g}$)	Zn ($\mu\text{g/g}$)
1 生活区	17.4179	66.9142	4.4528	18.7133	106.3322	7.4562	11.1462	3.4349
2 工业区	21.2886	81.0295	5.4794	23.1074	130.4378	9.0770	13.8543	4.1951
3 山区	11.4899	44.2874	2.9477	12.4201	71.5808	4.9265	7.4773	2.2879
4 交通区	5.7057	21.4411	1.4355	6.0267	34.3999	2.4142	3.6021	1.1015
5 公园绿地区	22.6389	85.1492	5.7035	23.8615	135.6013	9.6732	14.2475	4.3579

得到的各地区的多种重金属潜在生态危害指数 RI ，见表 5：

表 5 各区的多种重金属潜在生态危害指数

区	1 生活区	2 工业区	3 山区	4 交通区	5 公园绿地区
RI	235.8677	923.8238	115.5047	657.8305	246.0529

2. 结果分析：

从单一元素来看，将表 4 “各地区重金属 i 的单项潜在生态风险指数平均值”和表 2 “单一重金属的潜在生态风险等级”相比较。其中，As、Cr、Cu、Ni、Pb、Zn 的单项潜在生态风险指数均小于 40，说明这六种重金属元素的毒性不高，并且不是造成该城区生态污染的主要因素。反观 Cd、Hg 两种元素， E_i 大都处于

40 到 80 之间，会造成中等生态污染，而 E_i 大都处于 80 到 160 之间，会造成较强的生态污染。

从各区域整体上来看，将表 5 “各区的多种重金属潜在生态危害指数”和表 3 “多种重金属的潜在生态风险评估等级”相比较。得知：在该城区的生活区中，多种重金属潜在生态危害指数在 $150 \leq RI < 300$ 范围内，存在中等生态危害；同理在工业区， $RI \geq 600$ ，存在强生态危害；在山区， $RI < 150$ ，存在低生态危害；在交通区， $RI \geq 600$ ，存在极强生态危害；在公园绿地区， $150 \leq RI < 300$ ，存在中等生态危害。

根据以上分析，再综合该城区的重金属污染背景值，可以得到该城区各功能区的生态危害等级，见下表 6：

表 6 该城区各功能区的生态危害等级

区	1 生活区	2 工业区	3 山区	4 交通区	5 公园绿地区
等级	中等生态危害	强等生态危害	低生态危害	极强生态危害	中等生态危害

5.2 问题的思路分析

我们首先根据附件二给出的数据，将各种金属元素在不同功能区内的浓度的

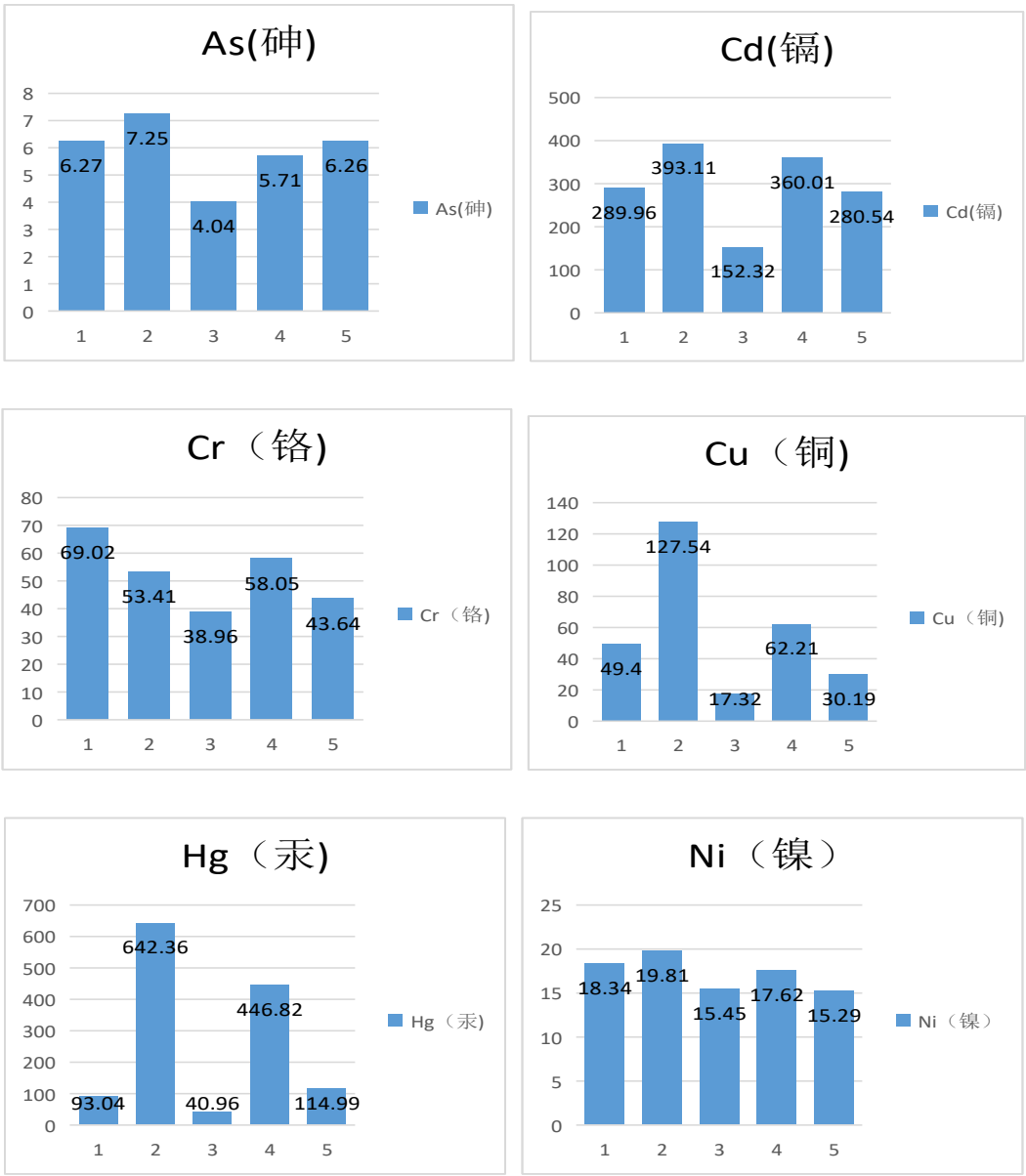
平均值做成柱状图方便分析，得出工业生产对土壤中的各种重金属污染影响都很大。其次，我们通过求解变异系数来判断重金属污染的来源主要是自然因素还是人为因素。变异系数在一定程度上也可以体现污染程度的大小：变异系数越大，说明人类活动的干扰作用影响越大或污染程度越严重。

5.2.1 模型的建立与求解

1.数据分析：

根据附件二给出的数据，可以得到各种金属元素在不同功能区内的浓度的平均值。图 1 中柱状图横坐标表示 1 类区生活区、2 类区工业区、3 类区山区、4 类区主干道路区及 5 类区公园绿地区；纵坐标表示分别表示浓度：

$As(\mu g / g)$ 、 $Cd(ng / g)$ 、 $Cr(\mu g / g)$ 、 $Cu(\mu g / g)$ 、 $Hg(ng / g)$ 、 $Ni(\mu g / g)$ 、 $Pb(\mu g / g)$ 、 $Zn(\mu g / g)$ 见如下图 1：



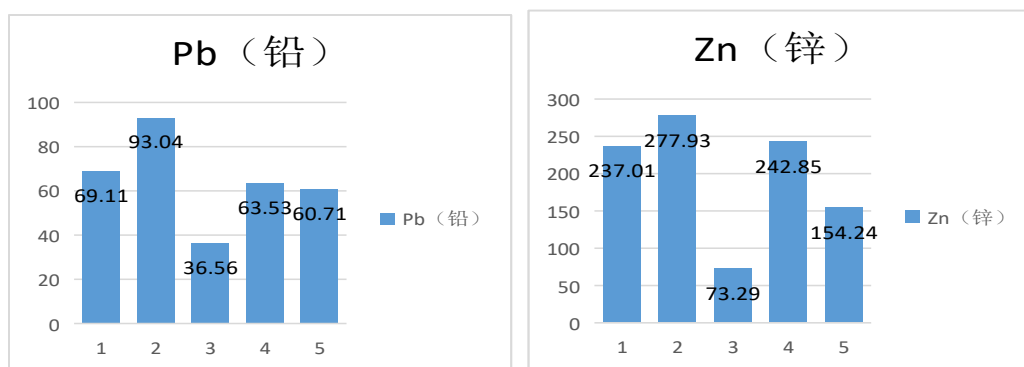


图3 不同功能区8种重金属元素的浓度平均值的柱状图

从上图可以看出，在不同功能区的土壤中，同一重金属元素的含量存在显著的差异。8种重金属元素中，除Cr元素外，其他元素的最大值均出现在工业区。工业生产过程中产生“三废”——废水、废气、废渣，其中的重金属广泛分布于大气、水体、土壤与生物体中，而底泥往往是重金属最后的归宿。冶金、机械、电镀等工业排放中富含Pb、Ni、Hg、Cu、Zn等重金属元素，由此判断工业生产对土壤中的各种重金属污染影响都很大。

2.根据变异系数分析：

变异系数又称“标准差率”，是衡量资料中各观测值变异程度的另一个统计量。通过求变异系数来判断重金属污染的来源主要是自然因素还是人为因素，也可以在一定程度上体现污染程度的大小。变异系数越大，说明人类活动的干扰作用影响越大或污染程度越严重。表达式如下：

$$CV = \frac{SD}{MN}$$

其中：CV表示变异系数；SD指某重金属元素的浓度在某功能区的标准差；MN指某重金属元素的浓度在某功能区的平均值。

表7 各区的各元素风险指数的变异系数

区\元素	As	Cd	Cr	Cu	Hg	Ni	Pb	Zn
生活区	0.3390	0.6130	0.2920	0.1124	0.2004	0.0106	0.1201	0.5270
工业区	0.5771	0.5851	0.0956	0.7038	1.8082	0.0066	0.0630	0.2143
山区	0.4415	0.4975	0.1250	0.0501	0.1090	0.0385	0.0576	0.0810
交通区	0.5653	0.6631	0.1919	0.2465	2.3288	0.0124	0.0320	0.3050
公园绿地区	0.3184	0.8105	0.0443	0.0620	0.4648	0.0100	0.0819	0.3224
平均变异系数	0.44826	0.63384	0.14976	0.23496	0.98224	0.01562	0.07092	0.28994

由上表可以看出，就此8种重金属元素相比较，，Hg、Cd、As、Cu、Zn这五

种重金属元素对本地区土壤污染更为严重。表明受人类活动影响也更大，其中 Hg 污染最为突出。

重金属具有富集性，很难在环境中降解且 Hg、Cd、Cr、Pb 具有很强的生物毒性。由于工业生产产生大量废物，汽车尾气排放，汽车轮胎磨损产生大量含重金属的有害气体和粉尘，Hg、Cu、Zn 主要在工业区和交通区如公路、铁路等交通设施的两侧富集。随时间的推移，工业区、交通区的土壤重金属具有很强的叠加性。Pb、Cd、As、Cr 主要在生活区富集，生活区内由于含重金属的废弃物堆积，施用含 Pb、Cd、As 等的农药，不合理的施用化肥以及大量使用农用塑料薄膜都会造成重金属污染，综合风向、绿地污水浇灌等多种因素的影响可能会发生迁移且富集，从而造成公园绿地区的重金属污染。Ni 元素在各个功能区中的分布相对均匀，山区分析的 8 种重金属中 Pb 含量最多，所以说工业区及生活区污染的富集和迁移，都有可能造成污染。同时城市人口密度，土地利用率，机动车密度也是造成重金属污染的原因。

5.3 问题的思路分析

假设 1.在一定时间内，重金属的浓度不变。

假设 2.不考虑重金属的衰减问题。

假设 3.扩散系数不随坐标位置而改变，即扩散系数为一常数。

在假设条件下，可知重金属的扩散只由重金属的浓度决定，即扩散总是由高浓度向低浓度扩散。因此，可知土壤中重金属元素的浓度 C 与重金属元素的所在位置 (x, y, z) 有关，可用函数关系 $C = C(x, y, z)$ 来表示。污染源的所在位置就是各种重金属元素浓度最大的坐标。而每种重金属的污染源又可能有多个，因此找到各个极值点即可。

5.3.1 扩散模型的建立

由菲克第一定律知，在单位时间内通过垂直于扩散方向的单位截面积的扩散物质流量（称为扩散通量）与该截面处的浓度梯度成正比，也就是说，浓度梯度越大，扩散通量越大。表达式：

$$J = \frac{dm}{Adt} = -D \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

上式中： J 为扩散通量； m 为某扩散物质单位时间内通过垂直于扩散方向的单位截面积的质量； D 为扩散系数； C 为扩散物质的浓度； $\partial C / \partial x$ 为浓度梯度；“-”号表示扩散方向为浓度梯度的反方向，即扩散物质由高浓度区向低浓度区扩散。

此时，在一维扩散体系中，在距离污染源 x 处，重金属元素浓度 C 随时间 t 的变化率 $\partial C / \partial t$ 等于该处的扩散通量 J 随距离 x 变化率的负值。数学表达式为：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial \left(\frac{dm}{Adt} \right)}{\partial x} = -D \frac{\partial \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)}{\partial x}$$

即

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

在三维的扩散体系中，作为矢量的扩散通量 J 可以分解为 x 、 y 、 z 坐标轴方向上的三个分量 J_x 、 J_y 、 J_z ，则扩散通量可表示为：

$$J = iJ_x + jJ_y + kJ_z = -D \left(i \frac{\partial C}{\partial x} + j \frac{\partial C}{\partial y} + k \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

或者

$$J = -D \nabla C$$

其中 i 、 j 、 k 表示 x 、 y 、 z 坐标轴方向的单位矢量。 D 为扩散系数， C 为扩散物质的浓度， ∇ 为方向梯度算子。

结合一维三维扩散体系中的结论公式，可得下式三维体系的扩散方程：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right)$$

根据假设，在一定时间内，重金属的浓度不改变（风向、温度、雨水等一系列因素短时间内不会对重金属的浓度造成影响），所以 $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$ ，则方程可化为拉普拉斯方程：

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0$$

理论上，只要找到 $C = C(x, y, z)$ 就可以获得它的极值点，极值点即为污染源所在位置。

5.3.1 扩散模型的求解

上述的拉普拉斯方程的狄利克雷边值条件为：

$$C(x, y, z) \Big|_{(x, y, z) \in \Gamma} = f(x, y, z), \Gamma = \partial\Omega$$

进而可知扩散模型为：

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0, (x, y, z) \in \Omega \\ C(x, y, z) \Big|_{(x, y, z) \in \Gamma} = f(x, y, z), \Gamma = \partial\Omega \end{cases}$$

理论上，在求解该模型时，只要找到 $C = C(x, y, z)$ 就可以找到它的极值点，这些极值点即为污染源。但在实际求解过程中，要找出其理论极值很困难，因而采用 **MATLAB** 编程进行数值求解。编程思想如下图：

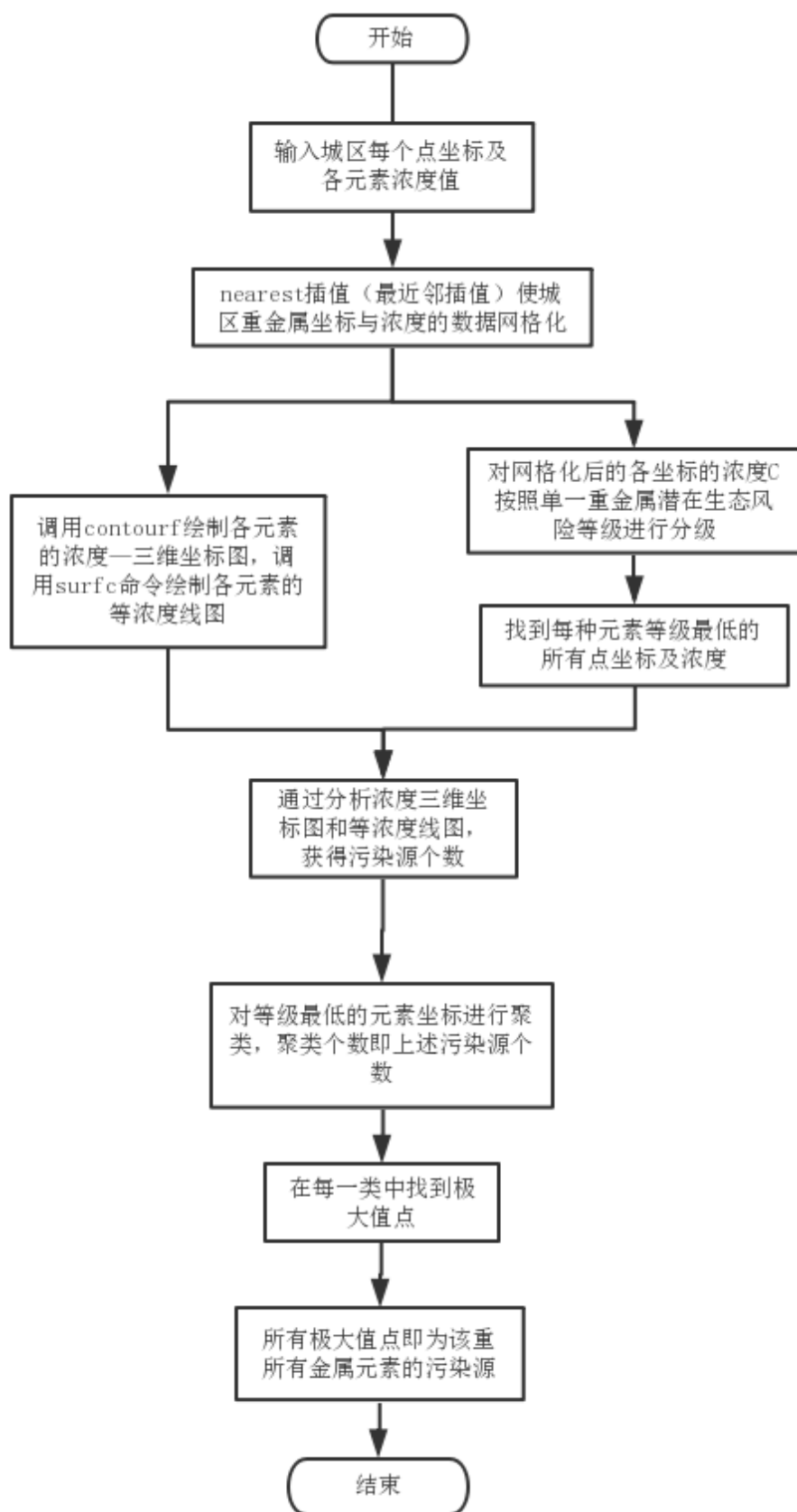


图4 流程图

通过 *MATLAB* 编程可以得到以下各重金属在该城区浓度的地形三维图和该城区内各个重金属的等浓度线图，如下图所示：

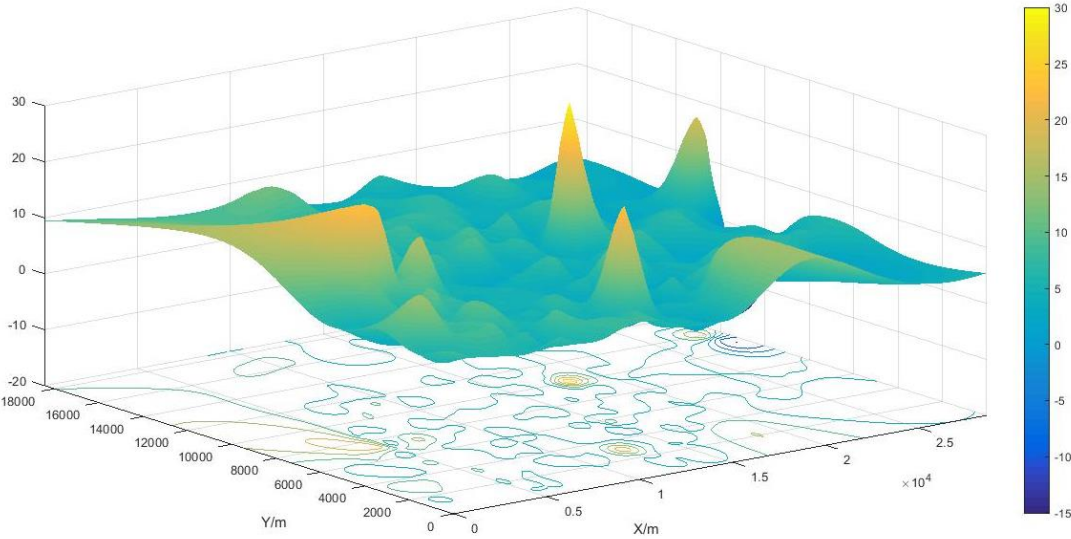


图 5 As 在该城区浓度的地形三维图

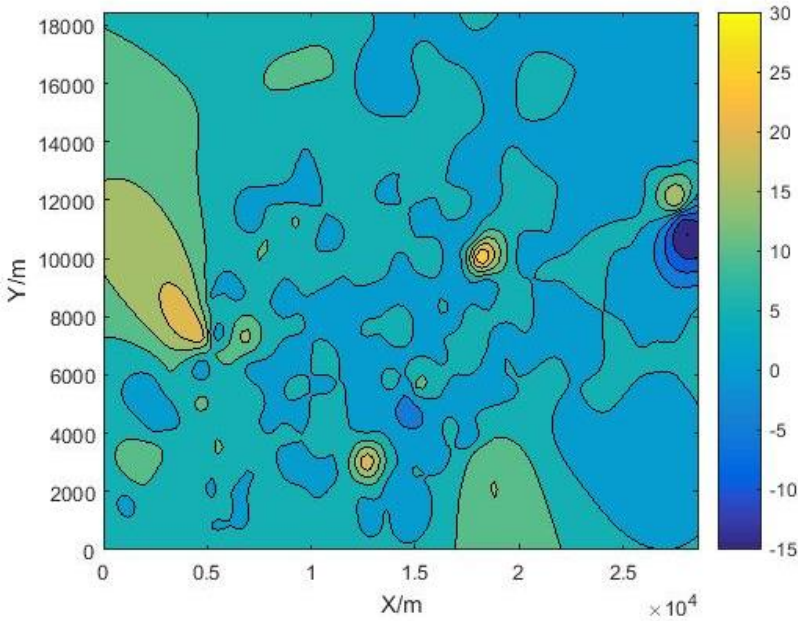


图 6 该城区内 As 的等浓度线图

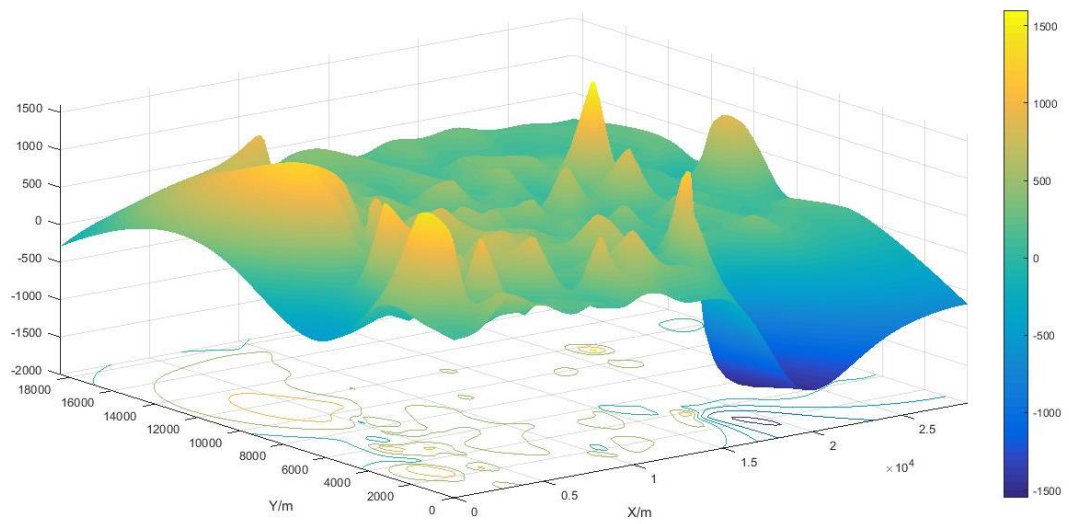


图 7 Cd 在该城区浓度的地形三维图

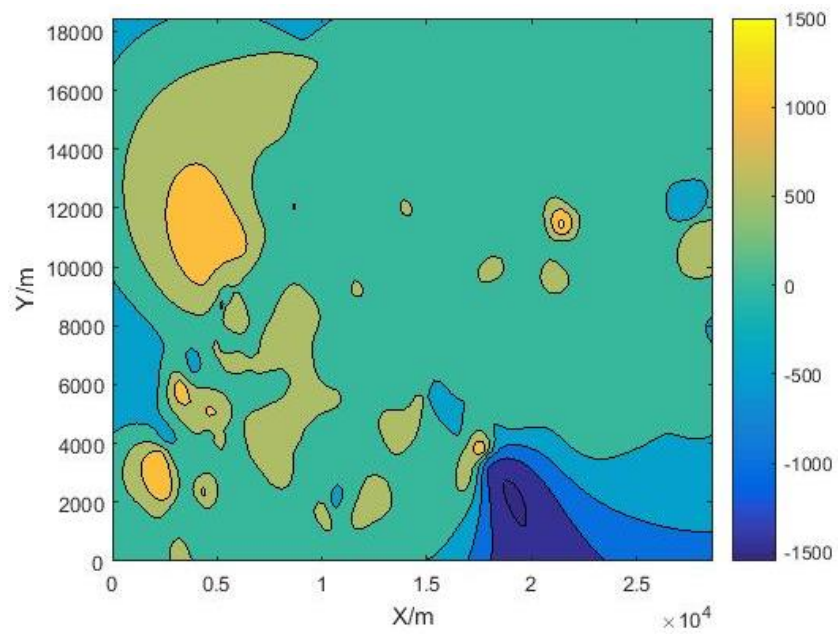


图 8 该城区内 Cd 的等浓度线图

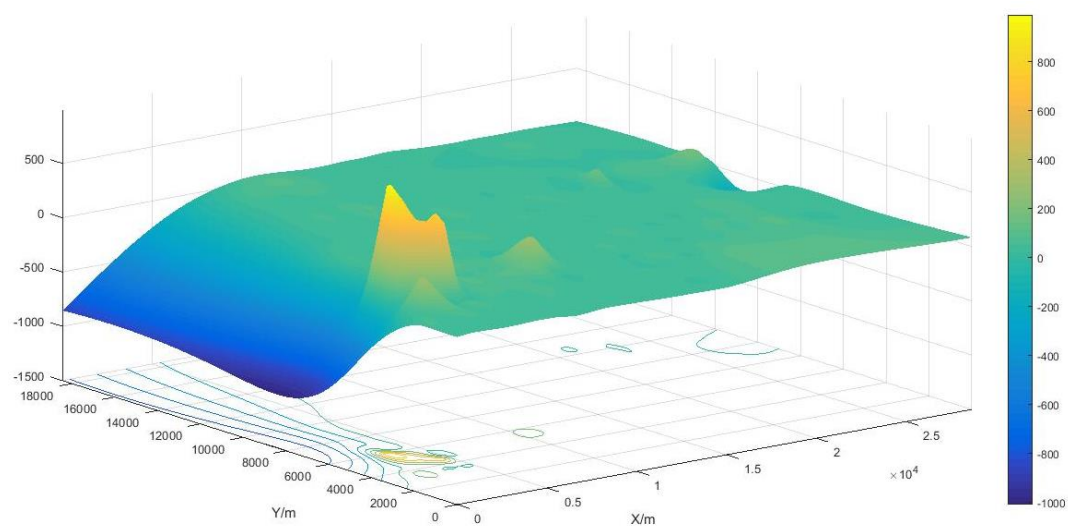


图 9 Cr 在该城区浓度的地形三维图

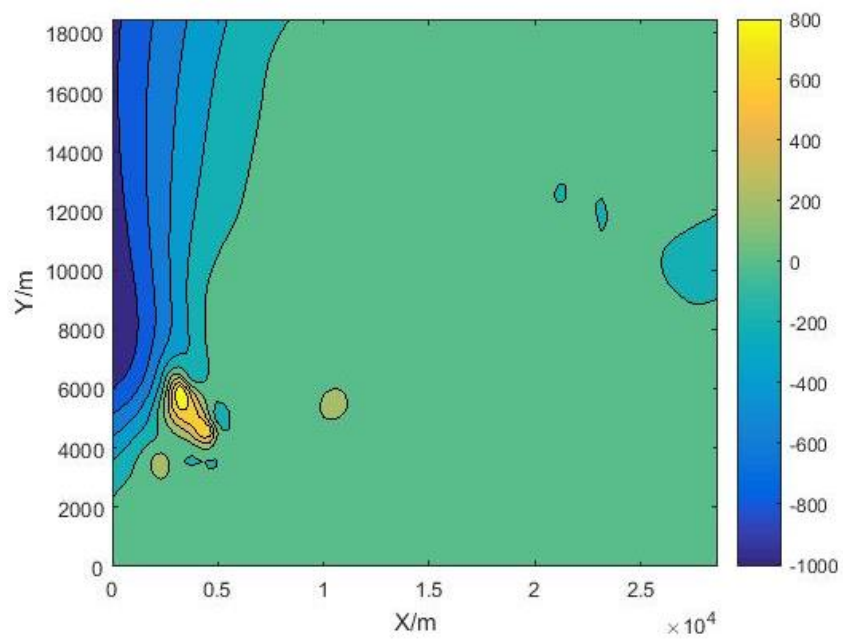


图 10 Cr 的等浓度线图

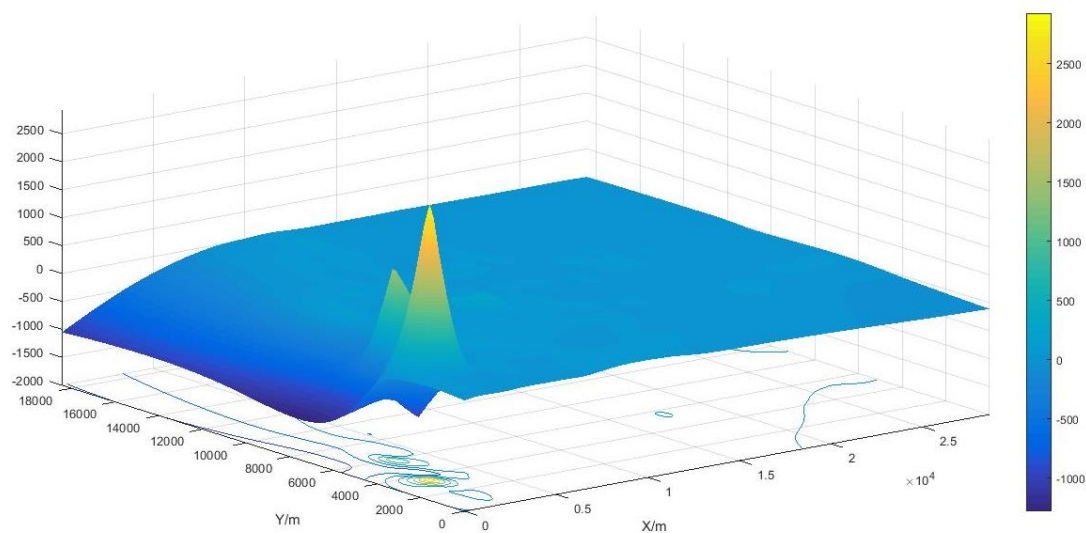


图 11 Cu 在该城区浓度的地形三维图

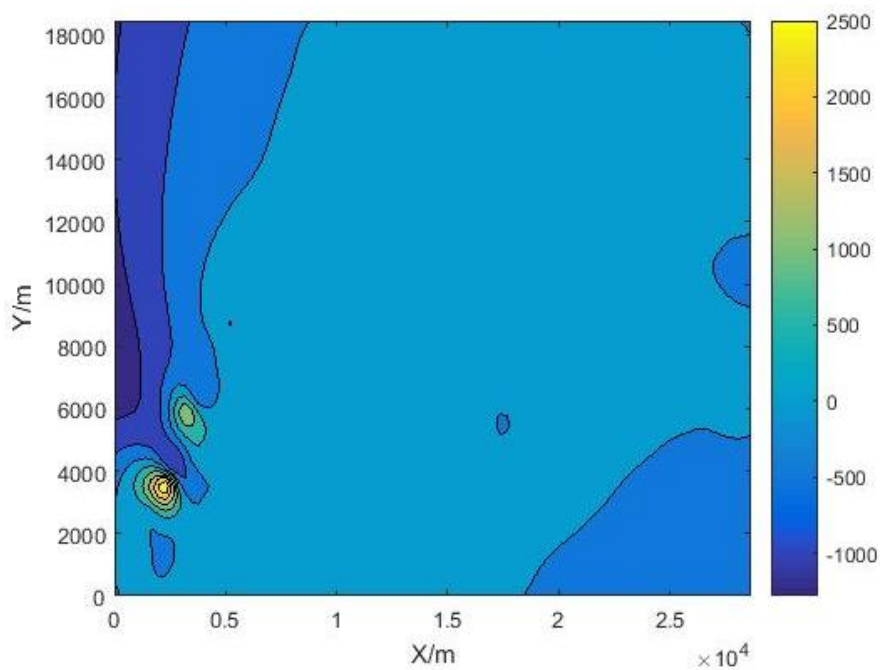


图 12 该城区内 Cu 的等浓度线图

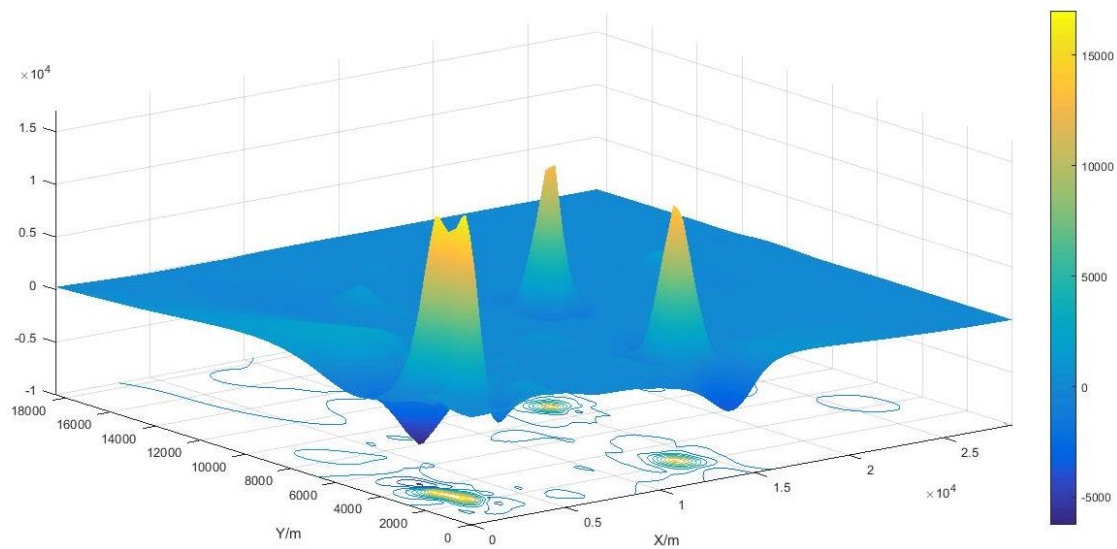


图 13 Hg 在该城区浓度的地形三维图

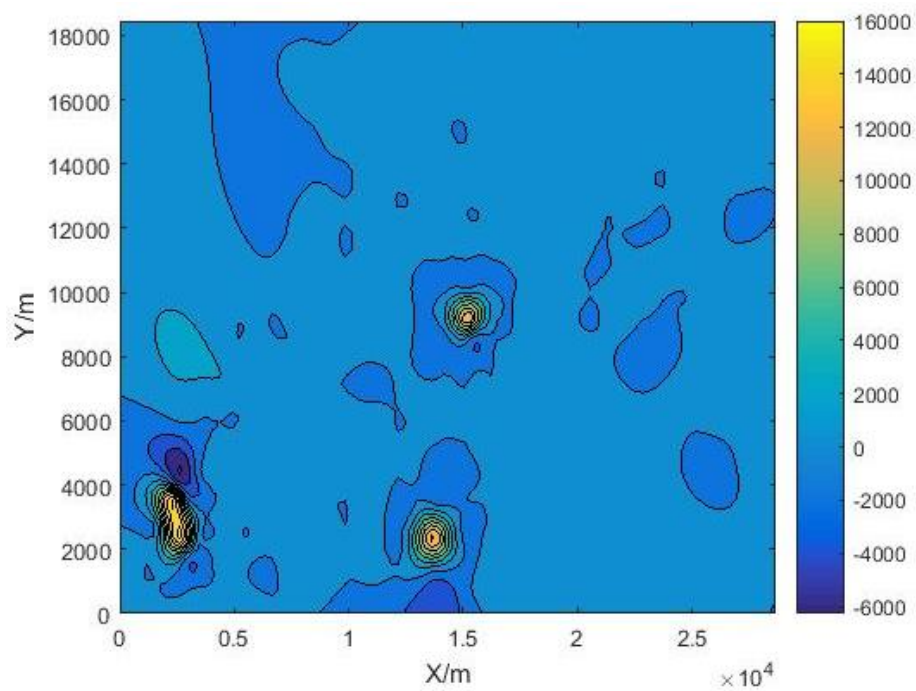


图 14 该城区内 Hg 的等浓度线图

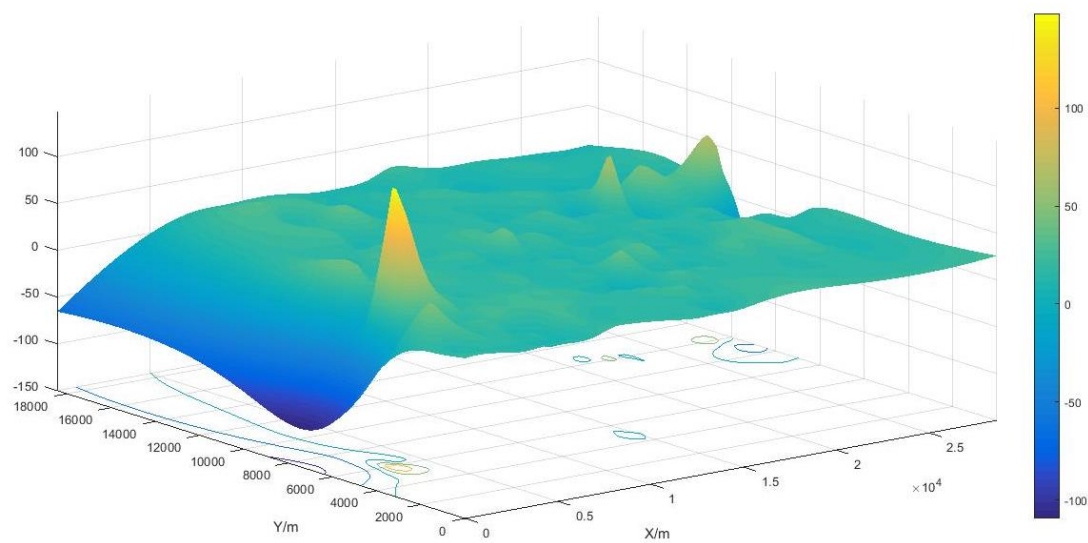


图 15 Ni 在该城区浓度的地形三维图

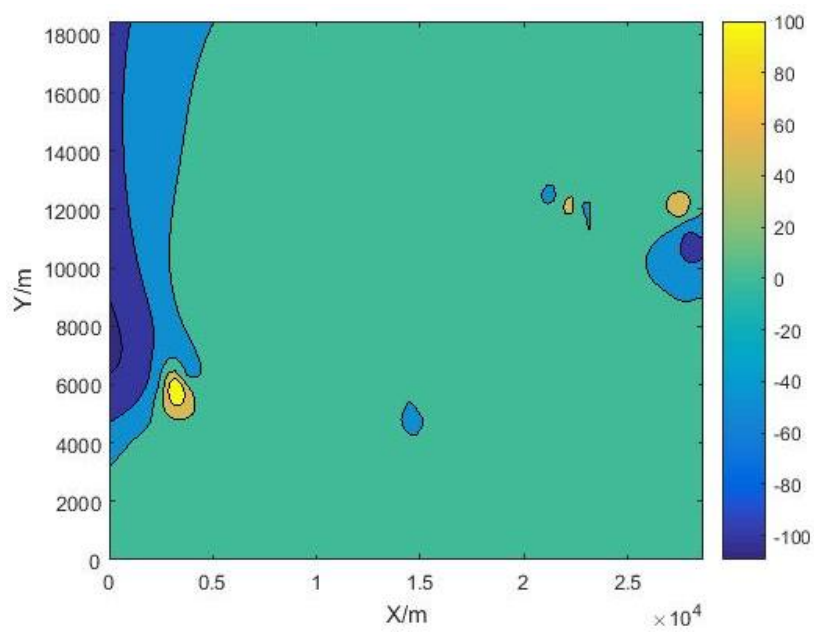


图 16 该城区内 Ni 的等浓度线图

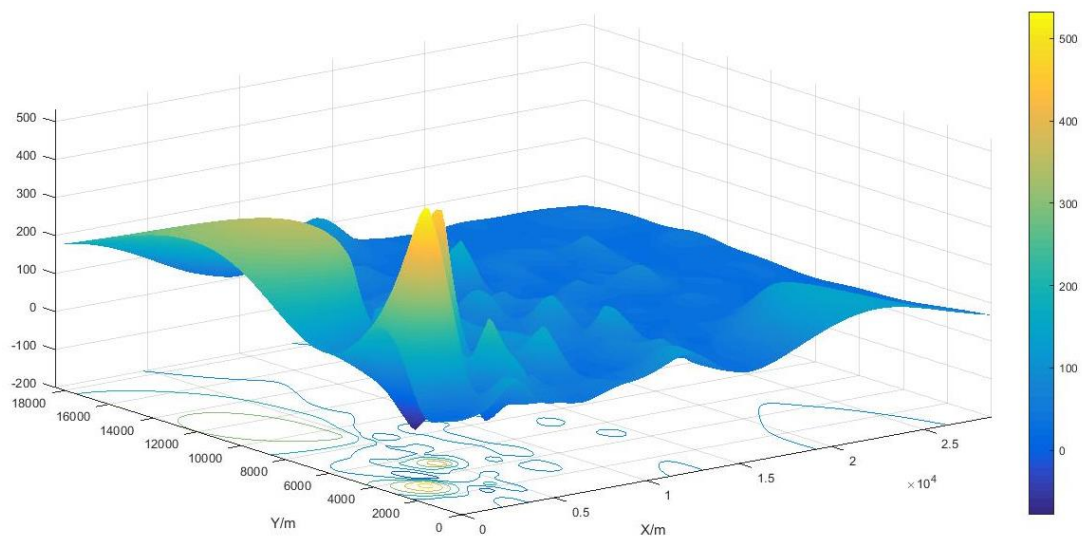


图 17 Pb 在该城区浓度的地形三维图

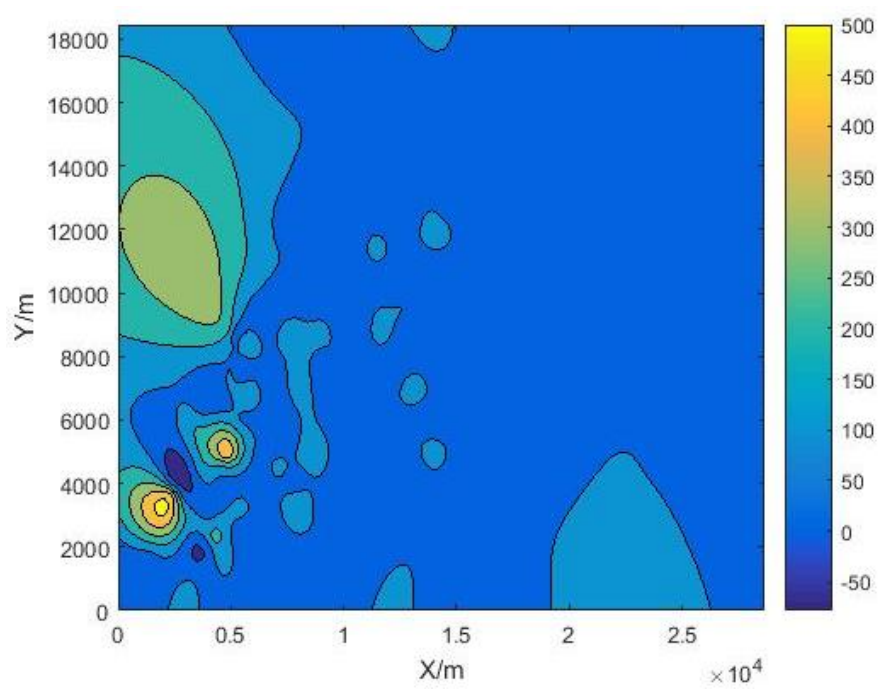


图 18 该城区内 Pb 的等浓度线图

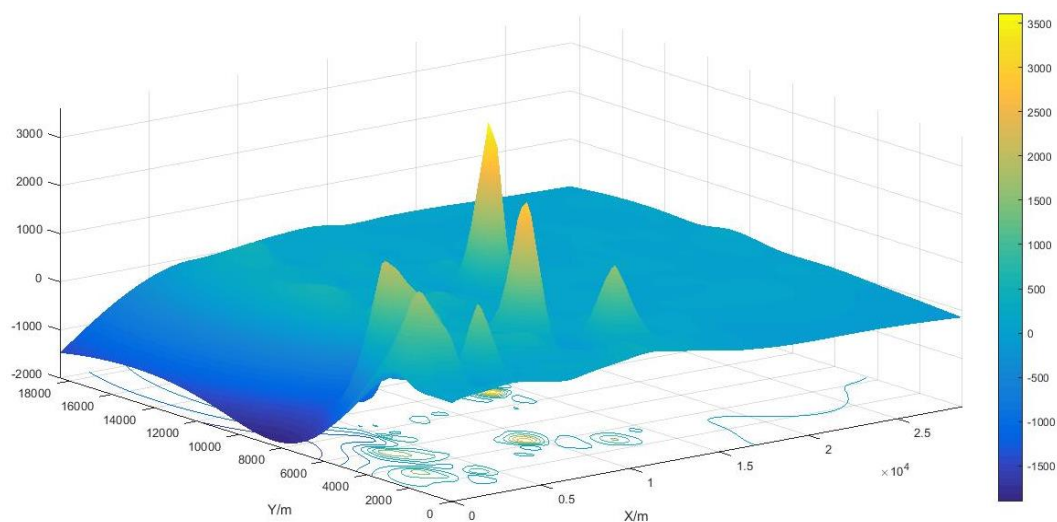


图 19 Zn 在该城区浓度的地形三维图

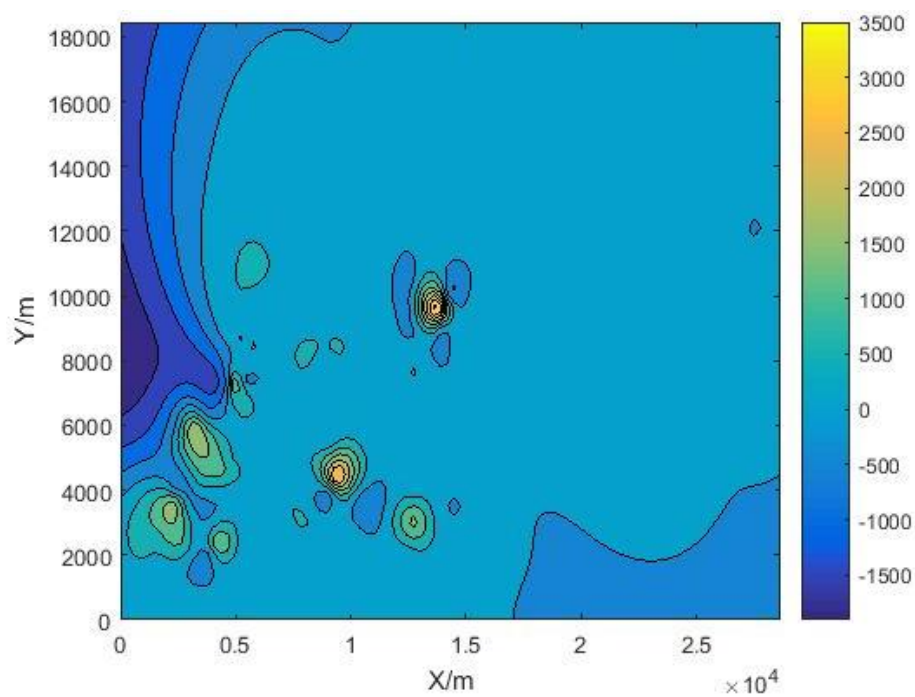


图 20 该城区内 Zn 的等浓度线图

通过 MATLAB 编程求解，可得到如下表中各元素污染源的位置：

表 8 各元素污染源的位置

元素种类	污染源位置/(x, y)
As	(12696,3024) (84,18134) (4742,7293)
Cd	(9095,16414) (21439,11383) (3299,6018) (10142,1662) (8017,7210)
Cr	(4592,4603) (3299,6018)

<i>Cu</i>	(3299,6018) (2383,3692)
<i>Hg</i>	(2708,2295) (13694,2357) (8629,12086)
<i>Ni</i>	(3299,6018)
<i>Pb</i>	(1647,2728) (4777,4897)
<i>Zn</i>	(9328,4311) (13797,9621)

5.4 问题的思路分析

我们建立的模型优点是：1.分析不同功能区的污染程度时，使用了 *Hakanson* 潜在生态危害指数法。该方法能够体现土壤中重金属元素的生态风险水平，该法不仅考虑了土壤重金属含量，而且将重金属的生态环境效应和生物毒性结合起来，综合考虑了重金属的毒性在土壤和沉积物中的变化规律和重金属区域背景值的差异，消除了区域差异影响，是综合反映重金属对生态环境影响潜力的指标。2.在寻找污染源时根据菲克定律建立了重金属元素在土壤中的扩散模型。该模型是将菲克定律从一维推广到三维，利用题设条件，最终化为拉普拉斯方程的第一边值问题的求解。

模型建立的缺点：1.从计算公式即可直观的看出 *Hakanson* 指数法中 *RI* 的确定主要依据土壤中重金属元素的总浓度，而对不同形态的重金属可能引起的不同生态风险重视不足。存在的问题主要集中于：①忽略了土壤重金属元素不同形态对潜在生态风险贡献的差异性；②没有关注重金属元素浓度低于参考值时所导致的潜在生态风险。2.从第三问的求解扩散模型的流程图中可以看出，在进行寻找污染源个数时，是从等浓度线图中直接找到的，存在人为主观因素，需要改进。模型的改进：

为更好地研究城市地质环境的演变模式，还应收集其他信息：重金属的浓度随时间的变化；在地质演变过程中，土壤的含水量、类型、气体成分、矿物质含量和微生物含量等的变化。

有了上述信息，我们应该把这些会影响土壤重金属浓度的因素添加到所建立的模型，进而更加精确的解决问题。

五、 模型的推广

瑞典著名地球化学家 Lars Hakanson 针对河流湖泊底层沉积物和土壤中有毒物潜在生态风险的评价，于 1980 年提出了 *Hakanson* 指数法。该方法是目前最为常用的重金属元素生态风险评价的方法之一。有学者统计发现，对于污染土壤重金属潜在生态风险评价的研究，近 90% 都采用了该方法。

拉普拉斯变换作为积分变换的重要内容，在通信类、控制类、电气类专业课中有着广泛的运用。如控制工程中研究阻尼振动需要用到狄利克雷积分，工程热物理中研究热传导需要用到泊松积分，理论光学中研究光的衍射需要用到菲涅尔积分等。高等数学运用传统的积分方法求解这类积分显得非常复杂，在运算中还需要特殊的运算技巧。物理学与工程（电路、线性复杂网络等）方面的许多问题 都可以归结为微分方程的定解来考虑，通过拉普拉斯变换可以很方便地对微分方程进行求解。

参考文献

- [1] 丁锐, 桂泰姜, 蒋建明, 余海斌.应用拉普拉斯变换和留数法求解常见非稳态扩散情况下的菲克定律(M).青岛: 数学的实践与认知, 2017。
- [2] 刘朋准.土壤重金属污染现状及检测技术探究(M).云南: 云南化工, 2019。
- [3] 陈文兴, 闫丽萍, 崔英, 李苗.径向基网络的非线性插值与 3D 点云曲面重构技术(M).北京: 数学的实践与认识, 2019。
- [4] 张瑞丰.精通 MATLAB 6.5 (M).北京: 中国水利水电出版社, 2004。
- [5] 全国大学生数学建模竞赛组委会.大学数学建模的理论与实践(M).长沙: 湖南教育出版社, 2004

附件

运行环境 matlab2015b

1. 数据录入

利用 matlab 的数据导入功能, 将问题中的 Excel 中三张表的数据, 通过复制、粘贴建立数据文件 (*.txt), 分别命名为 chengshi、wuran、pingjunzhi, 并保存至 matlab 的工作文件夹中, 等待程序读取数据。

2. 建立.m 文件, 并命名为 doing

```
clear;
load chengshi.txt;
hold off
maxx=max(chengshi(:,1));minx=min(chengshi(:,1));
maxy=max(chengshi(:,2));miny=min(chengshi(:,2));
[X,Y]=meshgrid(linspace(minx,maxx),linspace(miny,maxy));
Z=griddata(chengshi(:,1),chengshi(:,2),chengshi(:,3),X,Y,'v4');
subplot(1,1,1);
mesh(X,Y,Z)
hold on
plot3(chengshi(:,1),chengshi(:,2),chengshi(:,3),'r.')
hold on
xlabel('X/m')
ylabel('Y/m')
zlabel('海拔/m')
H = X.*exp(-X.^2-Y.^2);
figure
contour(X,Y,Z,'ShowText','on')
```

3. 建立.m 文件, 并命名为 diyiwen

```
load chengshi.txt,load wuran.txt;
for i=1:1:8
    x=chengshi(:,1);y=chengshi(:,2);z=wuran(:,i);

[X,Y,Z]=griddata(x,y,z,linspace(min(x),max(x)),linspace(min(y),max(y)), 'v4');
    figure,contourf(X,Y,Z)
    xlabel('X/m')
    ylabel('Y/m')
    colorbar
    figure,surfc(X,Y,Z)
    xlabel('X/m')
    ylabel('Y/m')
    colorbar
    shading interp
```

```
end
```

4. 建立.m 文件，并命名为 fengxianzhishu

```
clear
load chengshi.txt,load wuran.txt,load pingjunzhi.txt;
a=size(chengshi);
first=zeros(a(1),8);%计算 CFi
for i=1:1:a(1)%每个样本点
    for j=1:1:8%每个污染物
        first(i,j)=wuran(i,j)/pingjunzhi(j);
    end
end
second=zeros(a(1),8);%计算 ERi
T=[10,30,2,5,40,5,5,1];%毒性系数
for j=1:1:8
    second(:,j)=T(j)*first(:,j);
end
third=zeros(a(1),2);%计算 RIr
for i=1:1:a(1)
    third(i,1)=sum(second(i,:));
    third(i,2)=chengshi(i,4);
end
qu1=[];num1=0;
qu2=[];num2=0;
qu3=[];num3=0;
qu4=[];num4=0;
qu5=[];num5=0;
for i=1:1:a(1)
    qu=third(i,2);
    switch qu
        case 1,
            num1=num1+1;
            qu1(num1,1)=third(i,1);
            qu1(num1,2)=i;
            for x=1:1:8
                qu1(num1,x+2)=wuran(i,x);
            end
        case 2,
            num2=num2+1;
            qu2(num2,1)=third(i,1);
            qu2(num2,2)=i;
            for x=1:1:8
                qu2(num2,x+2)=wuran(i,x);
```



```

        end
    case 3,
        num3=num3+1;
        qu3(num3,1)=third(i,1);
        qu3(num3,2)=i;
        for x=1:1:8
            qu3(num3,x+2)=wuran(i,x);
        end
    case 4,
        num4=num4+1;
        qu4(num4,1)=third(i,1);
        qu4(num4,2)=i;
        for x=1:1:8
            qu4(num4,x+2)=wuran(i,x);
        end
    case 5,
        num5=num5+1;
        qu5(num5,1)=third(i,1);
        qu5(num5,2)=i;
        for x=1:1:8
            qu5(num5,x+2)=wuran(i,x);
        end
    end
end
qu1
ave1=(sum(qu1(:,1)))/num1;
ave2=(sum(qu2(:,1)))/num2;
ave3=(sum(qu3(:,1)))/num3;
ave4=(sum(qu4(:,1)))/num4;
ave5=(sum(qu5(:,1)))/num5;
ave=[ave1,ave2,ave3,ave4,ave5] %各区风险指数平均值
four=zeros(5,8); %各区各元素风险指数平均值
for k=1:1:5
    yuansu=0;
    for j=1:1:8
        time=0;
        for i=1:1:a(1)
            if chengshi(i,4)==k;
                time=time+1;
                yuansu=yuansu+wuran(i,j);
            end
        end
        four(k,j)=yuansu/time;
    end
end
end

```

```

end
%four
five=zeros(5,8);
for k=1:1:5
    for j=1:1:8
        switch k
            case 1,
                five(k,j)=std(qu1(:,j+2),1);
            case 2,
                five(k,j)=std(qu2(:,j+2),1);
            case 3,
                five(k,j)=std(qu3(:,j+2),1);
            case 4,
                five(k,j)=std(qu4(:,j+2),1);
            case 5,
                five(k,j)=std(qu5(:,j+2),1);
        end
    end
end
%five
six=zeros(5,8);
for k=1:1:5
    for j=1:1:8
        six(k,j)=five(k,j)/four(k,j);
    end
end
%six
seven=[second(:,:),chengshi(:,4)];
seven
eight=zeros(5,8);
avequ1=zeros(1,8);avequ2=zeros(1,8);avequ3=zeros(1,8);avequ4=zeros(1,8);avequ5=zeros(1,8);
for i=1:1:319
    switch chengshi(i,4)
        case 1,
            for j=1:1:8
                avequ1(j)=avequ1(j)+second(i,j);
            end
        case 2,
            for j=1:1:8
                avequ2(j)=avequ1(j)+second(i,j);
            end
        case 3,
            for j=1:1:8

```

```

        avequ3(j)=avequ1(j)+second(i,j);
    end
    case 4,
        for j=1:1:8
            avequ4(j)=avequ1(j)+second(i,j);
        end
    case 5,
        for j=1:1:8
            avequ5(j)=avequ1(j)+second(i,j);
        end
    end
end
avequ=[avequ1;avequ2;avequ3;avequ4;avequ5];
zs=[44 36 66 138 35];
avequ0=zeros(5,8);
for i=1:1:5
    for j=1:1:8
        avequ0(i,j)=avequ(i,j)/zs(i);
    end
end
avequ0

```

5. 建立.m 文件，并命名为 dierwen

```

clear
load chengshi.txt,load wuran.txt,load pingjunzhi.txt;
T=[10,30,2,5,40,5,5,1];%毒性系数
zhibiao=[40,80,160,320];%评级标准
pingjun=pingjunzhi';
biaozhun=zeros(4,8);
p=-1;
for i=1:1:4
    for j=1:1:8
        biaozhun(i,j)=zhibiao(i)/T(j)*pingjun(j);
    end
end
fenji1=[];fenji2=[];fenji3=[];fenji4=[];fenji5=[];
yuansu1=[];yuansu2=[];yuansu3=[];yuansu4=[];yuansu5=[];yuansu6=[];yuansu7=[];yuansu8=[];
for m=1:1:8
    switch m
        case 1,
            for i=1:1:319
                yuansu1(i,1)=wuran(i,m);
                yuansu1(i,2)=i;
            end
        case 2,
            for i=1:1:319
                yuansu2(i,1)=chengshi(i,m);
                yuansu2(i,2)=i;
            end
        case 3,
            for i=1:1:319
                yuansu3(i,1)=pingjunzhi(i,m);
                yuansu3(i,2)=i;
            end
        case 4,
            for i=1:1:319
                yuansu4(i,1)=wuran(i,m);
                yuansu4(i,2)=i;
            end
        case 5,
            for i=1:1:319
                yuansu5(i,1)=chengshi(i,m);
                yuansu5(i,2)=i;
            end
        case 6,
            for i=1:1:319
                yuansu6(i,1)=pingjunzhi(i,m);
                yuansu6(i,2)=i;
            end
        case 7,
            for i=1:1:319
                yuansu7(i,1)=wuran(i,m);
                yuansu7(i,2)=i;
            end
        case 8,
            for i=1:1:319
                yuansu8(i,1)=chengshi(i,m);
                yuansu8(i,2)=i;
            end
    end
end

```

```

end
for i=1:1:319
    for j=1:1:318
        a=yuansu1(j,1);
        b=yuansu1(j+1,1);
        if a>b
            for k=1:1:2
                change=yuansu1(j,k);
                yuansu1(j,k)=yuansu1(j+1,k);
                yuansu1(j+1,k)=change;
            end
        end
    end
end

case 2,
    for i=1:1:319
        yuansu2(i,1)=wuran(i,m);
        yuansu2(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu2(j,1);
            b=yuansu2(j+1,1);
            if a>b
                for k=1:1:2
                    change=yuansu2(j,k);
                    yuansu2(j,k)=yuansu2(j+1,k);
                    yuansu2(j+1,k)=change;
                end
            end
        end
    end

case 3,
    for i=1:1:319
        yuansu3(i,1)=wuran(i,m);
        yuansu3(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu3(j,1);
            b=yuansu3(j+1,1);
            if a>b

```

```

        for k=1:1:2
            change=yuansu3(j,k);
            yuansu3(j,k)=yuansu3(j+1,k);
            yuansu3(j+1,k)=change;
        end
    end
end
end

case 4,
    for i=1:1:319
        yuansu4(i,1)=wuran(i,m);
        yuansu4(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu4(j,1);
            b=yuansu4(j+1,1);
            if a>b
                for k=1:1:2
                    change=yuansu4(j,k);
                    yuansu4(j,k)=yuansu4(j+1,k);
                    yuansu4(j+1,k)=change;
                end
            end
        end
    end
end

case 5,
    for i=1:1:319
        yuansu5(i,1)=wuran(i,m);
        yuansu5(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu5(j,1);
            b=yuansu5(j+1,1);
            if a>b
                for k=1:1:2
                    change=yuansu5(j,k);
                    yuansu5(j,k)=yuansu5(j+1,k);
                    yuansu5(j+1,k)=change;
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        end
    end

case 6,
    for i=1:1:319
        yuansu6(i,1)=wuran(i,m);
        yuansu6(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu6(j,1);
            b=yuansu6(j+1,1);
            if a>b
                for k=1:1:2
                    change=yuansu6(j,k);
                    yuansu6(j,k)=yuansu6(j+1,k);
                    yuansu6(j+1,k)=change;
                end
            end
        end
    end
end

case 7,
    for i=1:1:319
        yuansu7(i,1)=wuran(i,m);
        yuansu7(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu7(j,1);
            b=yuansu7(j+1,1);
            if a>b
                for k=1:1:2
                    change=yuansu7(j,k);
                    yuansu7(j,k)=yuansu7(j+1,k);
                    yuansu7(j+1,k)=change;
                end
            end
        end
    end
end

case 8,
    for i=1:1:319
        yuansu8(i,1)=wuran(i,m);

```

```

        yuansu8(i,2)=i;
    end
    for i=1:1:319
        for j=1:1:318
            a=yuansu8(j,1);
            b=yuansu8(j+1,1);
            if a>b
                for k=1:1:2
                    change=yuansu8(j,k);
                    yuansu8(j,k)=yuansu8(j+1,k);
                    yuansu8(j+1,k)=change;
                end
            end
        end
    end
end

end
end
yuansu11=[];yuansu12=[];yuansu13=[];yuansu14=[];yuansu15=[];
yuansu21=[];yuansu22=[];yuansu23=[];yuansu24=[];yuansu25=[];
yuansu31=[];yuansu32=[];yuansu33=[];yuansu34=[];yuansu35=[];
yuansu41=[];yuansu42=[];yuansu43=[];yuansu44=[];yuansu45=[];
yuansu51=[];yuansu52=[];yuansu53=[];yuansu54=[];yuansu55=[];
yuansu61=[];yuansu62=[];yuansu63=[];yuansu64=[];yuansu65=[];
yuansu71=[];yuansu72=[];yuansu73=[];yuansu74=[];yuansu75=[];
yuansu81=[];yuansu82=[];yuansu83=[];yuansu84=[];yuansu85=[];
for i=1:1:8
    num1=0;num2=0;num3=0;num4=0;num5=0;
    switch i
        case 1,
            for j=1:1:319
                if yuansu1(j,1)<biaozhun(1,i)
                    num1=num1+1;
                    yuansu11(num1)=yuansu1(j,2);
                elseif yuansu1(j,1)<biaozhun(2,i)
                    num2=num2+1;
                    yuansu12(num2)=yuansu1(j,2);
                elseif yuansu1(j,1)<biaozhun(3,i)
                    num3=num3+1;
                    yuansu13(num3)=yuansu1(j,2);
                elseif yuansu1(j,1)<biaozhun(4,i)
                    num4=num4+1;
                    yuansu14(num4)=yuansu1(j,2);
                else

```

```

        num5=num5+1;
        yuansu15(num5)=yuansu1(j,2);
    end
end
case 2,
    for j=1:1:319
        if yuansu2(j,1)<biaozhun(1,i)
            num1=num1+1;
            yuansu21(num1)=yuansu2(j,2);
        elseif yuansu2(j,1)<biaozhun(2,i)
            num2=num2+1;
            yuansu22(num2)=yuansu2(j,2);
        elseif yuansu2(j,1)<biaozhun(3,i)
            num3=num3+1;
            yuansu23(num3)=yuansu2(j,2);
        elseif yuansu2(j,1)<biaozhun(4,i)
            num4=num4+1;
            yuansu24(num4)=yuansu2(j,2);
        else
            num5=num5+1;
            yuansu25(num5)=yuansu2(j,2);
        end
    end
end
case 3,
    for j=1:1:319
        if yuansu3(j,1)<biaozhun(1,i)
            num1=num1+1;
            yuansu31(num1)=yuansu3(j,2);
        elseif yuansu3(j,1)<biaozhun(2,i)
            num2=num2+1;
            yuansu32(num2)=yuansu3(j,2);
        elseif yuansu3(j,1)<biaozhun(3,i)
            num3=num3+1;
            yuansu33(num3)=yuansu3(j,2);
        elseif yuansu3(j,1)<biaozhun(4,i)
            num4=num4+1;
            yuansu34(num4)=yuansu3(j,2);
        else
            num5=num5+1;
            yuansu35(num5)=yuansu3(j,2);
        end
    end
end
case 4,
    for j=1:1:319

```



```

        if yuansu4(j,1)<biaozhun(1,i)
            num1=num1+1;
            yuansu41(num1)=yuansu4(j,2);
        elseif yuansu4(j,1)<biaozhun(2,i)
            num2=num2+1;
            yuansu42(num2)=yuansu4(j,2);
        elseif yuansu4(j,1)<biaozhun(3,i)
            num3=num3+1;
            yuansu43(num3)=yuansu4(j,2);
        elseif yuansu4(j,1)<biaozhun(4,i)
            num4=num4+1;
            yuansu44(num4)=yuansu4(j,2);
        else
            num5=num5+1;
            yuansu45(num5)=yuansu4(j,2);
        end
    end
case 5,
    for j=1:1:319
        if yuansu5(j,1)<biaozhun(1,i)
            num1=num1+1;
            yuansu51(num1)=yuansu5(j,2);
        elseif yuansu5(j,1)<biaozhun(2,i)
            num2=num2+1;
            yuansu52(num2)=yuansu5(j,2);
        elseif yuansu5(j,1)<biaozhun(3,i)
            num3=num3+1;
            yuansu53(num3)=yuansu5(j,2);
        elseif yuansu5(j,1)<biaozhun(4,i)
            num4=num4+1;
            yuansu54(num4)=yuansu5(j,2);
        else
            num5=num5+1;
            yuansu55(num5)=yuansu5(j,2);
        end
    end
case 6,
    for j=1:1:319
        if yuansu6(j,1)<biaozhun(1,i)
            num1=num1+1;
            yuansu61(num1)=yuansu6(j,2);
        elseif yuansu6(j,1)<biaozhun(2,i)
            num2=num2+1;
            yuansu62(num2)=yuansu6(j,2);

```

```

elseif yuansu6(j,1)<biaozhun(3,i)
    num3=num3+1;
    yuansu63(num3)=yuansu6(j,2);
elseif yuansu6(j,1)<biaozhun(4,i)
    num4=num4+1;
    yuansu64(num4)=yuansu6(j,2);
else
    num5=num5+1;
    yuansu65(num5)=yuansu6(j,2);
end
end
case 7,
for j=1:1:319
    if yuansu7(j,1)<biaozhun(1,i)
        num1=num1+1;
        yuansu71(num1)=yuansu7(j,2);
    elseif yuansu7(j,1)<biaozhun(2,i)
        num2=num2+1;
        yuansu72(num2)=yuansu7(j,2);
    elseif yuansu7(j,1)<biaozhun(3,i)
        num3=num3+1;
        yuansu73(num3)=yuansu7(j,2);
    elseif yuansu7(j,1)<biaozhun(4,i)
        num4=num4+1;
        yuansu74(num4)=yuansu7(j,2);
    else
        num5=num5+1;
        yuansu75(num5)=yuansu7(j,2);
    end
end
case 8,
for j=1:1:319
    if yuansu8(j,1)<biaozhun(1,i)
        num1=num1+1;
        yuansu81(num1)=yuansu8(j,2);
    elseif yuansu8(j,1)<biaozhun(2,i)
        num2=num2+1;
        yuansu82(num2)=yuansu8(j,2);
    elseif yuansu8(j,1)<biaozhun(3,i)
        num3=num3+1;
        yuansu83(num3)=yuansu8(j,2);
    elseif yuansu8(j,1)<biaozhun(4,i)
        num4=num4+1;
        yuansu84(num4)=yuansu8(j,2);
    end
end

```

```
        else
            num5=num5+1;
            yuansu85(num5)=yuansu8(j,2);
        end
    end
end
end
```