

高压油管的压力控制

摘要

本文根据高压油管的工作原理和质量守恒定律,建了基于质量守恒和基于变音速的高压油管压力控制模型以及基于主后喷射的线性规划调节模型,采用有限差分法求解,得到不同条件下高压油管的压力控制策略。

针对问题一:将燃油在高压油管中的流动区域理想化为一维区域,并将其分为三个部分,基于流体力学基本原理,结合进入和流出高压油管的燃油质量、高压油管内燃油质量的变化值及其相互关系,建立了“基于质量守恒的高压油管压力控制模型”。并采用有限差分法进行迭代求解,得到高压油管的压力控制策略,即单向阀在每个工作周期内每次开启的时长为 $2.379ms$ 时,可以保证高压油管内的压力稳定在 $100MPa$ 左右;而为使高压油管的压力分别经过约 $2s$, $5s$, $10s$ 从 $100MPa$ 增加并稳定到 $150MPa$,单向阀开启的时长应分别调整为 $3.189ms$ 、 $3.049ms$ 、 $3.037ms$ 。

针对问题二:首先以单向阀的开启状态分为两个过程,根据液体压力波传播规律及质量守恒定律,结合凸轮驱动柱塞的运动与单向阀门开闭状态关系,建立了“基于变音速的高压油管的压力控制模型”。当单向阀开启时,燃油的音速会导致其从高压油管进油嘴处运输到喷油嘴处存在时间差。由于高压油管内的压强始终保持不变,所以在一次工作周期内,高压油管的进油质量应与喷油质量相等。采用有限差分法进行迭代求解,得到问题一的条件下使高压油管内的压力尽量稳定在 $100MPa$ 左右时,凸轮的角速度 ω 为 $0.16rad/ms$ 。

针对问题三:对于存在两个喷油嘴的情况。因为考虑到液体音速的影响,所以燃油从进油嘴A进入会先达到喷油嘴C喷油嘴。当喷油嘴C的喷出量小于A处的进油量时,留在高压油管的燃油量才会到达喷油嘴B喷出。在质量守恒的条件下建立了“基于主后喷射的线性规划模型”并运用有限差分法进行求解,得到凸轮的角速度 ω 为 $0.23rad/ms$ 。

对于又增加一个减压阀的情况,建立了“基于主后喷射的线性规划调节模型”,运用MATLAB计算求得到减压泵的控制方案。即当两个喷油嘴喷出燃油的总质量小于进油嘴A处进入高压油管燃油的质量时,减压阀开启;否则,油管燃油的质量时减压阀关闭。高压油泵的控制方案为:凸轮的角速度 ω 恒为 $0.23rad/ms$ 。

关键词: 质量守恒定律; 有限差分法; 线性规划; 液体音速; 压力控制

一、 问题重述

1.1 背景资料与条件

燃油发动机的可大致分为高压油泵、高压油管以及喷油嘴。燃油从高压的高压油泵，进入压力相对稳定的高压油管，在由喷油嘴控制将燃油喷出。燃油进入和喷出的间歇性工作过程会导致油管内压力的变化，使得所喷出的燃油量出现偏差，从而影响工作效率。

1.2 需要解决的问题

为了提高工作效率，利用数学模型来确定燃油的压力与密度变化情况，并解决以下问题：

问题一：当高压进油侧为恒压 $160MPa$ 时，在 1 个工作区间内，改变从恒高压处进油的时间，即单向阀开启时间，从而确保高压油管内稳定在 $100MPa$ 。随后，调整单向阀开启时间，在经过 $2s$ ， $5s$ ， $10s$ 内的所有工作区间后，稳定在 $150MPa$ 。

问题二：当高压进油侧油压受凸轮转动影响下改变，单向阀只会在高压油泵的燃油压力比高压油管大时才会打开，即可以进油。喷油嘴由针阀机械控制喷油时间确定凸轮的角速度，使得高压油管内的压力尽量稳定在 $100MPa$ 左右。

问题三：当增加一个喷油嘴后，再次确定凸轮的角速度，使得高压油管内的压力尽量稳定在 $100MPa$ 。再次增加一个减压阀后，再次确定凸轮新的角速度与减压阀的控制方案，使得高压油管内的压力尽量稳定在 $100MPa$ 。

二、 问题分析

2.1 问题一的分析

通过基于流体力学基本原理推导出来的连续性方程，可以较为准确地建立描述燃气管道不稳定流动的数学模型。根据质量守恒定律建立燃油进入、在管内流动与喷出时的质量关系。运用选取的时间的步长为 $0.0001ms$ 的有限差分法进行数值的迭代求解。

2.2 问题二的分析

首先建立凸轮的角速度与柱塞腔内燃油压力的关系，根据柱塞腔内燃油的压力与高压油管燃油压力的大小关系判断单向阀是否打开，再建立同一时刻高压油泵小孔处压力与高压油管内压力的关系式，同时建立高压油管内压力与喷油嘴喷出的燃油压力的关系，可得柱塞腔内燃油压力、高压油泵小孔处燃油压力、喷油嘴喷出的燃油压力与时间的关系式。再根据题设的流量公式，对时间进行积分，可得同一时刻高压油泵输油质量和喷油嘴的喷油质量，根据质量守恒定律建立等式，即可解出凸轮的角速度。

2.3 问题三的分析

当存在两个喷油嘴时，由于压力波的传播会导致两个喷油嘴的工作起始时间不同，所以燃油从A进入后会先到达喷油嘴C，当C的喷出量小于A处的进油量时，

多进的燃油量才会到达喷油嘴B喷出。根据质量守恒定律，从A进入的燃油质量应尽可能等于喷油嘴B和C喷出的燃油质量之和，从而进行求解。已知凸轮的角速度，对于再增加一个减压阀的情况。此时，当两个喷油嘴喷出燃油的总质量小于A处进入高压油管燃油的质量时，减压阀开启；否则，油管燃油的质量时减压阀关闭。根据以上条件，对其进行求解。

三、 模型假设与符号说明

3.1 模型假设

1. 忽略高压油管接口处的集中容积、油管的弹性形变等对喷射过程的影响；
2. 假设在高压油管中燃油流动过程中，温度恒定；
3. 忽略燃油与高压油管的摩擦阻力；
4. 假设高压油管始终充满纯油；
5. 不考虑油管在泵、嘴两端接口处的流动损失；
6. 假设凸轮切线与柱塞下端不存在摩擦。

3.2 符号说明

符号	符号说明
Q_i	单位时间流过供油入口 A 处小孔的燃油量(mm^3/ms)
C	流量系数($C=0.85$)
A	供油入口小孔的面积(mm^2)
ΔP	供油入口 A 处小孔两边的压力差(MPa)
E	弹性模量(MPa)
L	高压油管的长度(mm)
ω	凸轮转动的角速度(rad/ms)
r	凸轮极径(mm)
θ	凸轮极角(rad)
x	柱塞移动的距离(mm)
a	流体音速(mm/ms)

四、模型的建立与求解

4.1 问题 1 模型的建立与求解

4.1.1 有限差分法

有限差分法^[1]就是一种数值解法，它的基本思想是先把问题的定义域进行网格剖分，然后在网格点上，按适当的数值微分公式把定解问题中的微商换成差商，从而把原问题离散化为差分格式，进而求出数值解。

4.1.2 “基于质量守恒的高压油管压力控制模型”的建立

我们将燃油在高压油管中的流动区域视为一维流动区域，通过基于流体力学基本原理推导出来的一维非定常流动方程^[2]，可以建立能较为准确地描述燃气管道不稳定流动的数学模型，我们选择运用有限差分法进行数值求解。

首先由题中的注 1 可得到在 Δt 时间内燃油的压力变化量与密度变化量之间的关系式：

$$\Delta P = \frac{E}{\rho_{t+\Delta t}} \Delta \rho \quad (4-1)$$

式中， ΔP 表示在 Δt 时间内燃油压力的变化量 (MPa)、 $\Delta \rho$ 表示在 Δt 时间内燃油的密度的变化量 (mg/mm^3)、 E 表示弹性模量 (MPa)、其中 $\rho_{t+\Delta t}$ 为经过 Δt 时间时燃油的密度。

将附件 3 中弹性模量和燃油压力的数据进行拟合，可得到弹性模量 E 关于燃油压力 P 的关系式：

$$E = \omega(P) \quad (4-2)$$

将 (4-1) 式、(4-2) 式联立，可得：

$$\frac{\Delta P}{\Delta \rho} = \frac{\omega(P)}{\rho} \quad (4-3)$$

其次我们将高压油管划分为三个区域进行讨论，并根据质量守恒原理将三个部分建立起联系，步骤如下：

1. 燃油进入高压油管的质量：

根据题中的注 2 可知：在 t 时刻，燃油经过高压油泵从供油入口 A 处进入高压油管的燃油流量 Q_t 为：

$$Q_t = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (4-4)$$

式中： Q_t 为单位时间流过供油入口 A 处小孔的燃油量 (mm^3/ms)、 $C=0.85$ 为流量系数、 A 为供油入口小孔的面积 (mm^2)、 ΔP 为供油入口 A 处小孔两边的压力差 (MPa)、 ρ 为在入口 A 处压力恒为 $160MPa$ 下时燃油的密度 (mg/mm^3)。

根据质量公式对时间进行积分，进而可以得到在 Δt 时间内，燃油经过高压油泵从 A 处进入高压油管的质量 m_1 ，公式如下：

$$m_1 = \int_t^{t+\Delta t} \rho_t Q_t dt = \int_t^{t+\Delta t} \rho_t CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} dt \quad (4-5)$$

式中： ρ_t 为高压油管中燃油随时间变化的密度。

2. 燃油流出高压油管的质量：

根据题目可知喷油器工作时从喷油嘴 B 处向外喷油的速率 $v(t)$ 随时间变化，为分段函数：

$$v(t) = \begin{cases} 100t & 0ms \leq t < 0.2ms \\ 20 & 0.2ms \leq t < 2.2ms \\ -100t + 240 & 2.2ms \leq t \leq 2.4ms \end{cases} \quad (4-6)$$

从而可以得到在 Δt 时间内流出高压油管燃油的质量 m_2 为：

$$m_2 = \int_t^{t+\Delta t} \rho_t v(t) dt \quad (4-7)$$

式中： $v(t)$ 为喷油嘴处的喷油速率 (mm^3/ms)； ρ_t 为 t 时刻 B 高压油管中燃油的密度； m_2 为在 Δt 时间内燃油流出高压油管的质量。

综合以上两种情况，可以得到在 Δt 时间内燃油进入与流出高压油管的质量之差 Δm 为：

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \int_t^{t+\Delta t} \left(\rho_t CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} - \rho_t v(t) \right) dt \quad (4-8)$$

3. 高压油管内燃油质量的变化：

在 Δt 的初始时间时，高压油管内燃油的质量为：

$$m_3 = \rho_t A' L \quad (4-9)$$

式中： A' 为高压油管的横截面积； L 为高压油管的长度； ρ_t 为 t 时刻 B 处燃油的密度。

在 Δt 的时间结束时，高压油管内燃油的质量为：

$$m_4 = \rho_{t+\Delta t} A' L \quad (4-10)$$

式中： $\rho_{t+\Delta t}$ 为 Δt 时段后高压油管中燃油的密度。

可知 Δt 时间内，高压油管内燃油质量的变化值为：

$$\Delta m' = m_4 - m_3 = \Delta \rho A' L \quad (4-11)$$

综合以上三种情况，根据质量守恒定律可知：在 Δt 时间内，燃油进入与流出高压油管的质量差应与同时间段高压油管内燃油质量的变化值相等，即 $\Delta m = \Delta m'$ ，公式如下：

$$\int_t^{t+\Delta t} \left(\rho_t C A \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} - \rho_t v(t) \right) t dt = \Delta \rho A' L \quad (4-12)$$

4.1.3 “基于质量守恒的高压油管压力控制模型” 的求解

（1）在第一小问中：求解在高压油管内的压力尽可能稳定在 $100MPa$ 左右时，求解单向阀每次开启的时长。

我们采用有限差分法进行迭代求解。因为高压油管内燃油的密度 ρ 和高压油管内压力 P 都会随着时间的变化而变化，我们取 Δt 为无穷小，对时间进行微分，对计算每一 Δt 时间段内每一个时刻高压油管内燃油的密度 ρ 和高压油管内压力 P ，并对时间进行迭代，直到该周期内燃油进入与流出高压油管的质量相等。具体算法如流程图 1 所示：

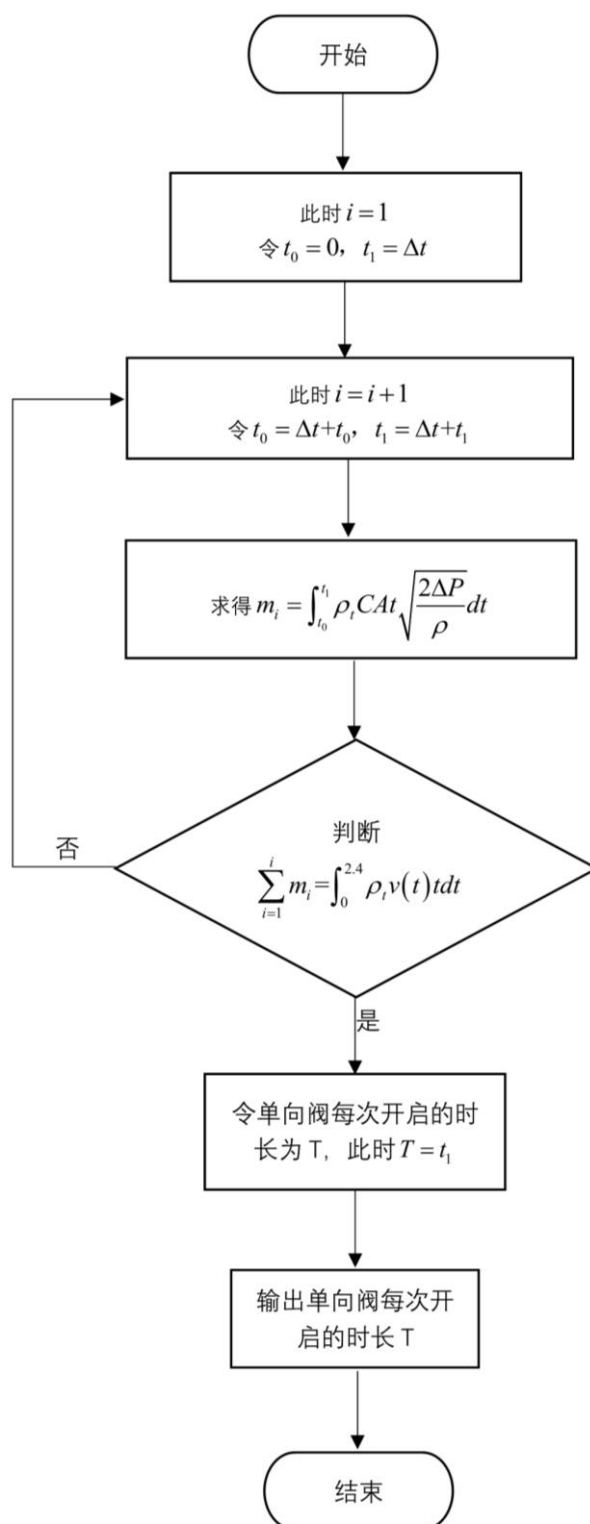


图 1 求解单向阀每次开启的时长的流程图

运用 MATLAB 进行编程计算得到单向阀每次开启的时长 T 为 $2.379ms$ 。下面为求解过程中所需要的变量：

首先我们运用 SPSS 中曲线拟合的方法（得到的图表见附件），可以求解出弹性模量 E 关于燃油压力 P 的关系式，如下式：

$$E = \omega(P) = 1531.868406 + 5.474444341P - 0.0010824814P^2 + 0.0001000378P^3 \quad (4-13)$$

因为喷油器每秒工作10次，所以可知工作周期为100ms。而喷油器喷油时长为2.4ms。所以我们设定2.4ms为一个喷油周期。以第一个喷油周期为例进行计算，即可得到单向阀每次开启的时长。

以0ms为周期开始时的初始时刻，此时单向阀和喷油嘴同时开始工作。在一个周期结束时即2.4ms时，高压油管内压强需要稳定在100MPa，此时管内燃油质量的变化量应为零，并且在一个喷油周期中燃油进入与流出高压油管的质量相等，设单向阀每次开启的时长为 T ，即满足 $\int_0^T \rho_i C A t \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} dt = \int_0^{2.4} \rho_i v(t) t dt$ 。

得知变量的值带入流程图中，运用 MATLAB 进行编程计算得到：在高压油管内的压力尽可能稳定在100MPa左右时，单向阀每次开启的时长 T 为2.379ms。

(2) 在第二小问中：高压油管内的压力从100MPa分别经过约2s、5s和10s的调整过程最终稳定在150MPa，调整单向阀开启的时长。

运用 MATLAB 采用有限差分法进行迭代求解。我们同样以第一个喷油周期为例进行计算，即可得到单向阀每次开启的时长。设稳定在150MPa经过的时间为 $t'(ms)$ ，可得到循环次数应为 $\frac{t'}{100}$ 。由题目可知，初始时间时管内压强为100MPa，此时高压油管内燃油的密度为 ρ 为0.850mg/mm³，而稳定时管内压强为150MPa，运用燃油的压力与密度之间的关系式(4-3)计算可得到此时高压油管内燃油的密度为 ρ' 。根据质量守恒公式(4-12)可得到结果，我们通过 MATLAB 编程计算得到：分别经过约2s、5s和10s的调整过程所对应单向阀开启的时长应分别调整为3.189ms、3.049ms、3.037ms。具体算法流程如图2所示：

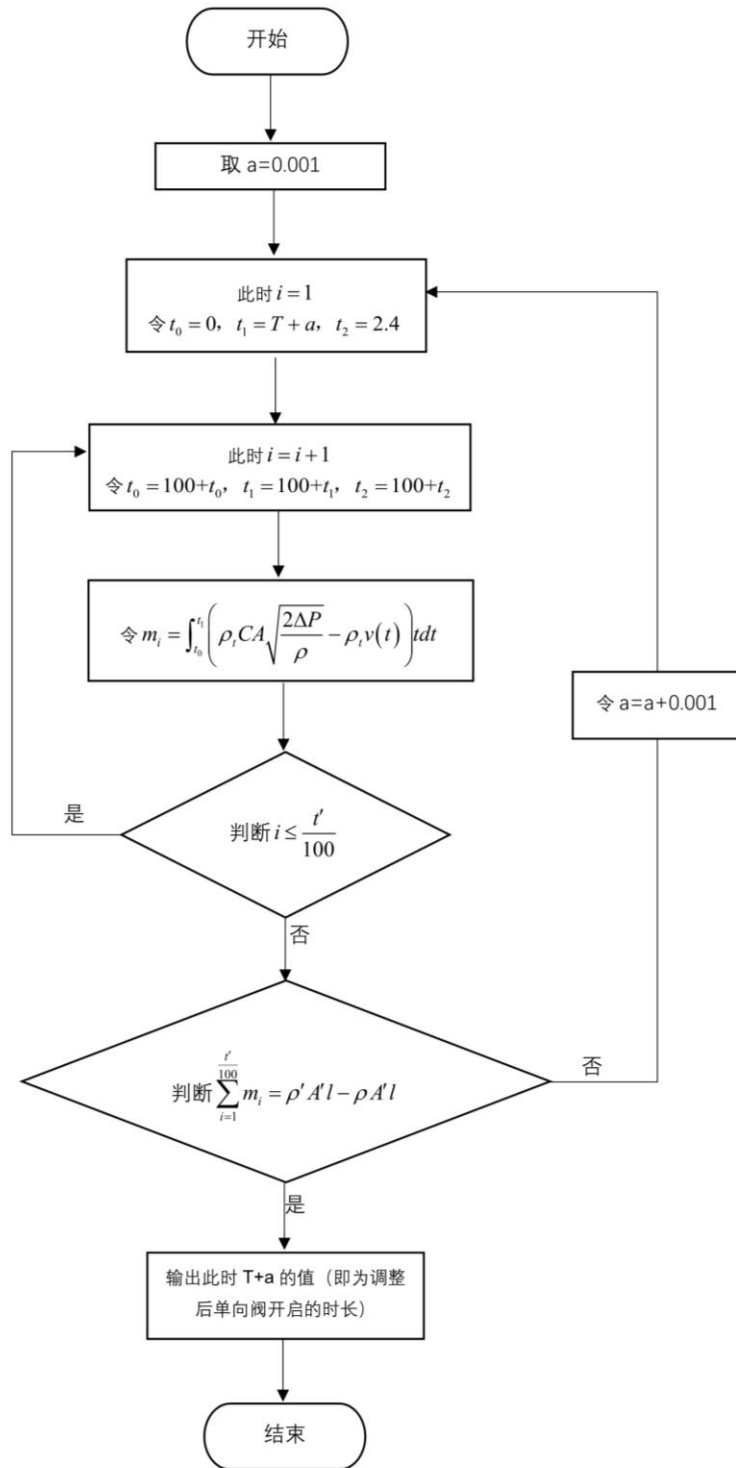


图 2 调整单向阀每次开启时长的流程图

我们通过 MATLAB 编程计算得到：分别经过约 2s、5s 和 10s 的调整过程所对应单向阀开启的时长应分别调整为 3.189ms、3.049ms、3.037ms。

4.2 问题 2 模型的建立与求解

4.2.1 “基于变音速的高压油管的压力控制模型”的建立

根据质量守恒定理可知：因为高压油管内的压强始终保持在 $100MPa$ ，所以在一次工作周期结束后，高压油管在工作时间内的进油质量与喷油质量应相等，而管内燃油的质量保持不变。我们分别讨论高压油管进油和喷油的过程，步骤如下：

1. 高压油泵柱塞的压油过程（凸轮驱动柱塞上下运动）

我们将附件 1 中凸轮边缘曲线与角度的数据，运用 MATLAB 在极坐标系中做出凸轮的剖面还原图，如图 3 所示：

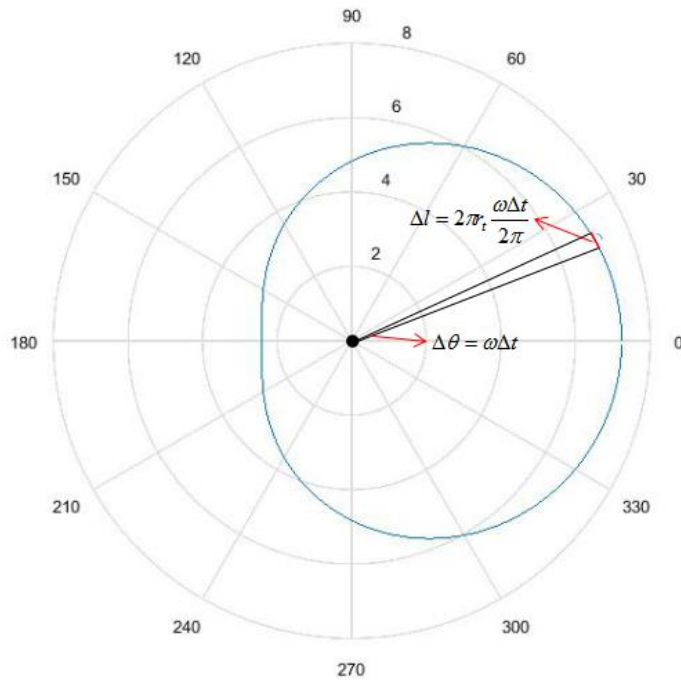


图3 凸轮的剖面还原图

我们假设凸轮为顺时针旋转，高压油泵在初始时刻 $t=0$ 处于下止点，凸轮转动的角速度为 $\omega \text{ rad/ms}$ 。根据附件 1 中数据可知：凸轮转动一周的角度分为628等分，每段转动角度为 $\Delta\theta$ ，以 Δt 为步长，得转动角度关于角速度和时间的公式：

$$d\theta = \theta(t) = \omega dt \quad (4-14)$$

根据题目附件1中的数据，先对极角与极径的数据运用取步长为 $0.0001ms$ 的三次样条插值进行处理，再对得到的数据进行拟合，最终得到极径关于极角的关系式：

$$r = r(\theta) \quad (4-15)$$

可知切线处的线速度 v'_t 可表示为：

$$v'_t = \frac{\partial \omega r_t \Delta t}{\partial t} \quad (4-16)$$

而由题可知柱塞上升下降的速度 v_t 的大小与切线处的线速度 v_t' 的大小相同，即为：

$$v_t = \frac{\partial \omega r_t \Delta t}{\partial t} \quad (4-17)$$

柱塞移动的距离 x 可关于极径表示为

$$dx = x(r) = 2\pi r_t \frac{\omega t}{2\pi} dt \quad (4-18)$$

由题可知高压油泵柱塞的体积是一定的，凸轮驱动柱塞上下运动导致柱塞中燃油的体积的变化，进而影响进油处燃油压强的变化，二者为线性关系。

$$p = 156.5875x \quad (4-19)$$

我们将高压油泵柱塞的压油过程中凸轮驱动柱塞的上下运动分为 4 个过程来分析求解，如图 4 所示：

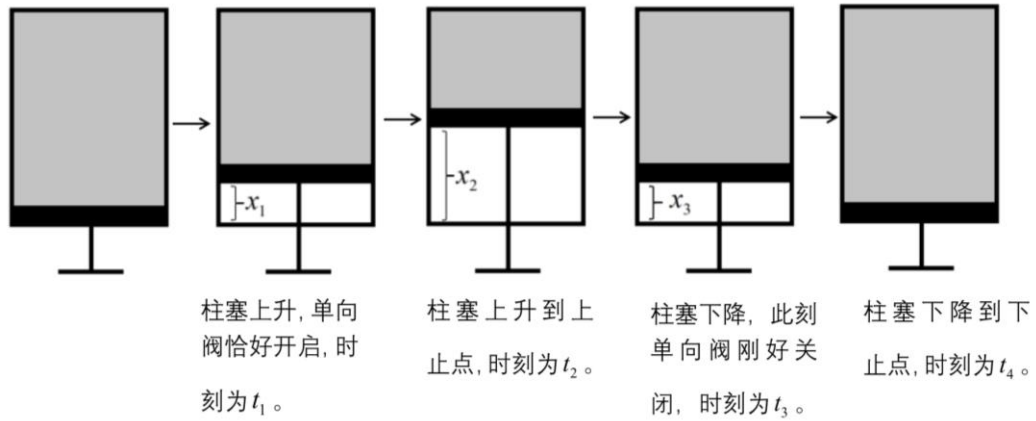


图4 柱塞运动的四个阶段

具体步骤如下：

(1) 柱塞开始上升但单向阀关闭：

求单向阀恰好开启的边界条件：已知柱塞腔内的压力大于高压油管内的压力时（高压油管内的压力 P_0 为 $100MPa$ ），柱塞腔与高压油管连接的单向阀开启。设在 t_1 时刻单向阀打开，柱塞腔内的压力等于高压油管内的压力，即 $P_{t_1} = P_0 = 100MPa$ 。根据公式（4-19）计算可得知此时柱塞位置 x_1 为 $0.6386ms$ 。根据建立模型时的公式可得到单向阀打开的时刻 t_1 。

(2) 柱塞上升到上止点且单向阀打开：

求柱塞上升到上止点的边界条件：假设在 t_2 时刻，柱塞运动到上止点位置。根据已知柱塞腔内直径 d_1 为 5 mm ，柱塞运动到上止点位置时，柱塞腔残余容积 V 为 20 mm^3 ，记此时柱塞的位置为 x_{\max} ，根据公式可得：

$$x_{\max} = \frac{V}{\pi d_1^2} \quad (4-20)$$

而已知 x_{\max} 的值为 1.0186 mm ，根据此问题模型中的公式逆推可得到 t_2 的值。

(3) 当柱塞开始下降同时单向阀打开：

求单向阀恰好关闭的边界条件：假设在 t_3 时刻，柱塞腔内压力为 100 MPa ，单向阀门关闭。已知此时间段中，柱塞腔内的压力大于高压油管内的压力时（高压油管内的压力 P_0 为 100 MPa ）。在 t_3 时刻单向阀关闭，柱塞腔内的压力等于高压油管内的压力，即 $P_{t_3} = P_0 = 100\text{ MPa}$ ，此时柱塞的位置 x_3 的值为 1.0186 mm 。

当柱塞腔内活塞在 $t_2 - t_3$ 时间移动时，由于柱塞腔与高压油管连接的体积增大，燃油的压强随之减小，直到 t_3 时刻时，柱塞腔内的压力等于高压油管内的压力时，单向阀刚好关闭。

(4) 柱塞下降且单向阀关闭：

已知柱塞腔内的压力低于高压油管内的压力时单向阀关闭。设在 t_4 时刻柱塞运动到下止点，停止 10 ms 后，等待进入下一个工作周期。

综合以上几种进油情况，凸轮转过一个周期，即油泵工作一个周期内，高压油管流入的燃油的总质量 m_1 为：

$$m_1 = \int_0^t \rho_t CA \sqrt{\frac{2(p_t - p_{t+\Delta t})}{\rho_t}} dt \quad (4-21)$$

2. 燃油通过喷孔喷出

由题已知针阀 d_2 直径为 2.5 mm 、密封座是半角为 9° 的圆锥，最下端喷孔的直径 d_2 为 1.4 mm 。针阀升程为 h ，喷油器喷嘴结构图如图4所示：

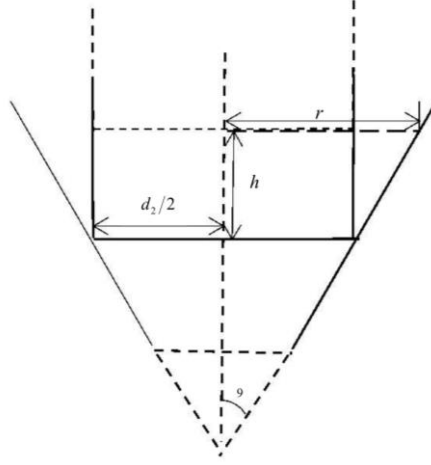


图4 喷油器喷嘴结构图

根据附件2给出的在一个喷油周期内针阀升程与时间的关系，我们可以得到针阀升程 h 与时间 t 之间的关系式：

$$h = h(t) \quad (4-22)$$

而根据图 4，由三角形相似的公式可以得到 $r' = r'(t)$ ，公式如下：

$$\tan 9^\circ = \frac{\frac{d_2}{2}}{x} = \frac{r'}{x + h(t)} \quad (4-23)$$

根据得到的 $r' = r'(t)$ ，我们可以计算出从喷孔 B 的喷出面积 A' ，公式为

$$A' = \pi r'^2 = A'(t)。$$

根据得到的喷孔 B 的喷出面积 A' ，我们可以根据公式得到单位时间流出喷油器喷嘴的燃油量 Q'_t ：

$$Q'_t = CA' \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho'_t}} = CA'(t) \sqrt{\frac{2(P'_t - P_{\text{大气压}})}{\rho'_t}} \quad (4-24)$$

式中： Q'_t 为单位时间流出喷油器喷嘴的燃油量 (mm^3/ms)、 $C=0.85$ 为流量系数、 A' 为喷孔 B 喷出的面积 (mm^2)、 ΔP 为喷孔 B 两边的压力差 (MPa)。

可以得到一个工作周期中从通过喷孔 B 喷出的燃油质量 m'_2 ：

$$m'_2 = \int_0^{2.4} \rho'_t Q'_t dt = \int_0^{2.4} \rho'_t CA'(t) \sqrt{\frac{2(P'_t - P_{\text{大气压}})}{\rho'_t}} dt \quad (4-25)$$

在喷油系统中，考虑到音速是极为重要的动态特征参数，其取值在很大程度上决定了结果的准确性，其传播速度^[3,4]为：

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \times \sqrt{\frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha E}{kp}\right) \left[1 + \alpha \left(\frac{p}{\rho RT} - 1\right)\right]}} \quad (4-26)$$

式中： E 为体积弹性系数、 α 为流体含气率、 k 为绝热指数、 R 为气体常数。
由上式可算得燃油从高压油管 A 处运输到喷油嘴 B 处所需要的时间为

$$\Delta t = \frac{L}{a} \quad (4-27)$$

式中 L 为高压油管的内腔长度。

因为考虑到燃油从高压油管 A 处运输到喷油嘴 B 处需要时间，我们重新整理公式得到在一个工作周期中的喷油总质量 m_2 为：

$$m_2 = \int_0^{2.4} \rho'_{t-\Delta t} Q'_t dt = \int_0^{2.4} \rho'_{t-\Delta t} CA'(t) \sqrt{\frac{2(P'_{t-\Delta t} - P_{\text{大气压}})}{\rho'_{t-\Delta t}}} dt \quad (4-28)$$

3. 高压油管内燃油质量的变化：

在 $t_1 \sim t_3$ 的时间时，单向阀打开，喷油嘴内针阀升程不为 0，高压油管内燃油的质量在随时间变化为：

$$m_3 = \rho_{t+\Delta t} A' l \quad (4-29)$$

式中： $\rho_{t+\Delta t}$ 为 Δt 时段后高压油管中燃油的密度。

但由于高压油管内的压强始终保持在 100MPa ，所以在一次工作周期结束后，管内燃油的质量的变化率为零，即 $\Delta m' = 0$ 。

综合以上三种情况，由质量守恒定理可知：因为高压油管内的压强始终保持在 100MPa ，所以在一次工作周期结束后，高压油管在工作时间内的进油质量与喷油质量应相等，即 $m_1 = m_2$ ：

$$\int_0^t \rho_t CA \sqrt{\frac{2(p_t - p_{t+\Delta t})}{\rho_t}} dt = \int_0^{2.4} \rho'_{t-\Delta t} CA'(t) \sqrt{\frac{2(P'_{t-\Delta t} - P_{\text{大气压}})}{\rho'_{t-\Delta t}}} dt \quad (4-30)$$

4.2.2 “基于变音速的高压油管的压力控制模型”的求解

根据附件及题目已知条件，将相应数值带入到函数关系式。计算得到喷油嘴截面积与喷油嘴针阀升程关系如下：

$$S_h = 0.025 \times \pi \times h \times (2.5 + 0.025 \times h)$$

运用 spss 拟合得到喷油嘴针阀升程与时间关系如下：

$$h_t = \begin{cases} 0.0592 - 2.558 \times t + 17.1876 \times t^2 & 0 \leq t < 0.45 \\ 2 & 0.45 \leq t \leq 2 \\ 66.5717 - 42.071 \times t + 2.4868 \times t^3 & 2 < t < 2.45 \\ 0 & 2.45 \leq t \leq 100 \end{cases} \quad (4-31)$$

运用三阶样条插值^[5]及 MATLAB 拟合得到凸轮极径与极角间关系式 ($0 \leq \theta \leq 2\pi$):

$$r_\theta = 6.8 \times 10^{-14} \times \theta^6 - 7.3 \times 10^{-11} \times \theta^5 + 2.4 \times 10^{-8} \times \theta^4 - 0.00029 \times \theta^2 - 0.0017 \times \theta + 7.2 \quad (4-32)$$

根据题目已知数据,可计算得压缩柱塞腔内柱塞的移动距离与压缩柱塞腔内燃油压力的关系式:

$$P_d = 156.5875d \quad (4-33)$$

根据题目已知数据,可计算得压缩柱塞腔内柱塞的移动距离与凸轮转动极角的关系式:

$$D_\theta = \begin{cases} 0.0057\theta & 0 < \theta \leq 180 \\ -0.0057\theta + 1.0186 & 180 < \theta \leq 360 \end{cases} \quad (4-34)$$

凸轮转动极角与时间的关系如下:

$$\theta = \omega t \quad (4-35)$$

将函数及初始条件带入 (4-30) (4-3) 中。通过 MATLAB 编程计算得到确定使得高压油管内的压力尽量稳定在 100 MPa 左右时,凸轮的角速度 ω 为 955 r/min。

4.3 问题 3 模型的建立与求解

4.3.1 “基于主后喷射的线性规划模型”的建立

1. 第一小问: 在问题2的基础上, 再增加一个喷油嘴, 如何调整每个喷嘴喷油规律相同, 喷油和供油策略。

在求解第一小问时, 我们可以将其看做一个寻求最优解问题, 要想使高压油管内的压强尽可能稳定在 100 MPa。所以在问题二中, 我们已经求得凸轮的角速度 $\omega = 0.1 \text{ rad/ms}$, 则可以得到凸轮转动的周期 T 为:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 62.83 \text{ ms} \quad (4-36)$$

假定凸轮从下止点开始顺时针转动, 凸轮第一次运动到柱塞腔内压强为 100 MPa 的位置所用时间 t_1 , 此时单向阀打开, 高压油泵的压力波 w_1 沿油管方向

进行传播, 经过 $\frac{L_1}{a_1}$ 时间后, 压力波传到喷油嘴 C (记为主喷油嘴) 处, 此时, C

处的压力值和密度均为柱塞腔内压强为 $100MPa$ 时的情况。随后压力波 w_1 继续沿油管方向传播，再经过 $\frac{L_2}{a_2}$ 时间到达喷油嘴 B（记为后喷油嘴）处^[6]。此时，后喷油嘴处的压强和密度为 $\frac{L_2}{a_2}$ 时间前主喷油嘴处的压强和密度。假设现在输油泵处于 t 时刻，则有如下关系式：

$$P_{A,t} = P_{C,t'} = P_{B,t''} \quad (4-37)$$

$$\rho_{A,t} = \rho_{C,t'} = \rho_{B,t''} \quad (4-38)$$

$$t' = t - \frac{L_1}{a_1} \quad (4-39)$$

$$t'' = t - \frac{L_1}{a_1} - \frac{L_2}{a_2} \quad (4-40)$$

式中， $P_{A,t}, P_{C,t'}, P_{B,t''}$ 分别为输油泵 A、喷油嘴 C、喷油嘴 B 在 t 时刻的燃油压力值； $\rho_{A,t}, \rho_{C,t'}, \rho_{B,t''}$ 分别为输油泵 A、喷油嘴 C、喷油嘴 B 在 t 时刻的燃油密度值； t' 为当 A 处于 t 时刻，C 的压力值和密度值相当于 A 的 $t - \frac{L_1}{a_1}$ 时刻； t'' 为当 A 处于 t 时刻，B 的压力值和密度值相当于 A 的 $t - \frac{L_1}{a_1} - \frac{L_2}{a_2}$ 时刻。

要保持油管内 $100MPa$ 的压强，则输油泵和两个喷油嘴的工作区间要尽可能的一致，并且，输油质量 m_1 和喷油质量 m_2 的差值要尽可能的小，即：

$$|m_1 - m_2| \leq \varepsilon \quad (4-41)$$

式中， ε 为一个任意小的正数。

将凸轮转动的一个周期 T 进行等比例分割，假定每个时间间隔长度为 Δt ，则当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，可以近似的将每个时间间隔看做一个时刻，对每一个时刻进行输油出油质量差计算，使其尽可能趋近于 0。

根据以上条件，我们可以建立“基于主后喷射的线性规划模型”，并运用有限差分法进行求解。

（1）目标函数：

为保证高压油管的压强稳定在 100MPa ，输油质量 m_1 和喷油质量 m_2 的差值要尽可能的小：

$$\min \Delta m = |m_1 - m_2| \quad (4-42)$$

(2) 约束条件 1:

在 t 时间段内，输油泵 A 处的输油质量 m_1 为：

$$m_1 = \int_{t_1}^t \rho_t Q_t dt = \int_{t_1}^t \rho_t CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_t}} dt = \int_{t_1}^t \rho_t CA \sqrt{\frac{2(P_t - P_{t-\Delta t})}{\rho_t}} dt \quad (4-43)$$

式中， t_1 为凸轮第一次转动到柱塞腔内压强为 100MPa 的时刻； ρ_t 为 t 时刻输油泵 A 处的燃油密度； $C=0.85$ 为流量系数； A 为供油入口小孔的面积； ΔP 为供油入口 A 处小孔两边的压力差； ρ_t 为入口 A 处 t 时刻燃油的密度。

(3) 约束条件 2:

在 t 时间段内，喷油嘴 C 处的喷油质量 m'_2 为：

$$m'_2 = \int_0^{t'} \rho_{t'} Q_{t'} dt = \int_0^{t'} \rho_{t'} CA'(t) \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{t'}}} dt = \int_0^{t'} \rho_{t'} CA'(t) \sqrt{\frac{2(P_{t'} - P_{\text{大气压}})}{\rho_{t'}}} dt \quad (4-44)$$

$$t' = t - \frac{L_1}{a_1}$$

式中， t' 为当 A 处于 t 时刻，C 的压力值和密度值 $A' = A'$ 相当于 A 的 $t - \frac{L_1}{a_1}$ 时刻； $\rho_{t'}$ 为 t' 时刻输油泵 A 处的燃油密度； $C=0.85$ 为流量系数； A' 为 t' 时刻喷油嘴针阀处圆环的横截面积，且 A' 与喷油嘴工作时间 t 存在函数关系 $A' = A'(t)$ ； ΔP 为针阀处高压油管与大气压的压力差； $\rho_{t'}$ 为喷油嘴 C 处 t' 时刻燃油的密度。

(4) 约束条件 3:

在 t 时间段内，喷油嘴 C 处的喷油质量 m''_2 为：

$$m''_2 = \int_0^{t''} \rho_{t''} Q_{t''} dt = \int_0^{t''} \rho_{t''} CA''(t) \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho_{t''}}} dt = \int_0^{t''} \rho_{t''} CA''(t) \sqrt{\frac{2(P_{t''} - P_{\text{大气压}})}{\rho_{t''}}} dt \quad (4-45)$$

$$t'' = t - \frac{L_1}{a_1} - \frac{L_2}{a_2}$$

式中, t'' 为当 A 处于 t 时刻, B 的压力值和密度值相当于 A 的 $t - \frac{L_1}{a_1} - \frac{L_2}{a_2}$ 时刻;

$\rho_{t'}$ 为 t' 时刻输油泵 A 处的燃油密度; $C=0.85$ 为流量系数; A'' 为喷油嘴针阀处圆环的横截面积且 A'' 与喷油嘴工作时间 t 存在函数关系 $A'' = A''(t)$; ΔP 为针阀处高压油管与大气压的压力差; $\rho_{t'}$ 为喷油嘴 B 处 t' 时刻燃油的密度。

(5) 约束条件 4:

在 t 时间段内, 喷油嘴 B 和 C 的喷油总质量为:

$$m_2 = m'_2 + m''_2 \quad (4-46)$$

则建立的模型为

$$\begin{cases} \min \Delta m = |m_1 - m_2| \\ m_1 = \int_{t_1}^t \rho_t CA \sqrt{\frac{2(P_t - P_{t-\Delta t})}{\rho_t}} dt \\ m'_2 = \int_0^{t'} \rho_{t'} CA'(t) \sqrt{\frac{2(P_{t'} - P_{\text{大气压}})}{\rho_{t'}}} dt \\ m''_2 = \int_0^{t''} \rho_{t''} CA''(t) \sqrt{\frac{2(P_{t''} - P_{\text{大气压}})}{\rho_{t''}}} dt \\ t' = t - \frac{L_1}{a_1} \\ t'' = t - \frac{L_1}{a_1} - \frac{L_2}{a_2} \\ m_2 = m'_2 + m''_2 \\ L = L_1 + L_2 \\ 0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

4.3.2 “基于主后喷射的线性规划模型” 的求解

最终我们运用MATLAB对“基于主后喷射的目标规划模型”采用有限差分法进行迭代求解, 得到问题一的条件使高压油管内的压力尽量稳定在100MPa左右时, 凸轮的角速度 ω 为0.23rad/ms。

4.3.3 “基于主后喷射的线性规划调节模型” 的建立

第二问为：在 D 处安装一个单向减压阀控制高压油管的压力，单向减压阀出口为直径为 1.4mm 的圆，打开后高压油管内的燃油可以在压力下回流到外部低压油路中，从而使得高压油管内燃油的压力减小。

由于单向阀和减压阀之间的距离相对与管道长度来说很小，因而在求解问题时忽略二者间的距离，即认为单向阀和减压阀之间不会产生压力波。在求解该问时，我们考虑凸轮的一个周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 时间内整个高压油管燃油的变化情况，假设凸轮从下止点开始顺时针转动。由此我们建立了“基于主后喷射的线性规划调节模型”如下：

(1) 柱塞上升且单向阀未打开

在该段时间内，单向阀未打开，因而高压油管腔内的压强恒为 $100MPa$ ，此时减压阀及两个喷油嘴均未工作。该段时间 t_1 为

$$t_1 = \frac{\theta_1}{\omega} \quad (4-47)$$

(2) 单向阀和减压阀同时开启并工作

当柱塞上升至一定高度，单向阀压力达到 $100MPa$ ，此时单向阀打开，单向阀处压力高于高压油管燃油压力，开始向高压油管输油，同时，单向减压阀也开始工作。当经过 $t - \frac{L_1}{a_1}$ 时间后，喷油嘴 C 开始工作；当经过 $t - \frac{L_1}{a_1} - \frac{L_2}{a_2}$ 时间后，喷油嘴 B 开始工作。单向阀、减压阀、喷油嘴 B 和 C 共同工作，假设在某一时刻，二喷油嘴喷油质量之和与输油泵输油质量相等，设该段时间为 t_2 。在柱塞腔内压力再降为 $100MPa$ 之前，减压阀会经历多次工作，假设减压阀每次工作凸轮转动角度为 $\theta_{2,i}$ ，则有以下式：

$$t_2 = \frac{\theta_2}{\omega} = \frac{\sum_{i=1}^k \theta_{2,i}}{\omega} \quad (4-48)$$

(3) 柱塞下降且单向阀已经关闭

柱塞下降至柱塞腔压力为 $100MPa$ 时，单向阀关闭，此时单向阀处和高压油管内的压强值相同，减压阀也关闭。此时凸轮工作时间：

$$t_3 = t_1 = \frac{\theta_1}{\omega} \quad (4-49)$$

综上所述，可以获得减压阀在凸轮的一个工作周期 T 内工作的总时间 $t_{\text{减压}}$ 为：

$$t_{\text{减压}} = t_2 = \frac{\theta_2}{\omega} = \frac{\sum_{i=1}^k \theta_{2,i}}{\omega} \quad (4-50)$$

4.3.4 “基于主后喷射的线性规划调节模型”的求解

运用MATLAB计算求得减压泵的控制方案。即当两个喷油嘴喷出燃油的总质量小于进油嘴A处进入高压油管燃油的质量时，减压阀开启；否则，油管燃油的质量时减压阀关闭。高压油泵的控制方案为：凸轮的角速度 ω 恒为 0.23rad/ms 。

五、 模型的评价与优化

5.1 模型的优缺点分析

5.1.1 模型的优点

1. 在求解问题一时，我们采用了有限差分方法(FDM)，先把问题的定义域进行网格剖分，然后在网格点上，按适当的数值微分公式把定解问题中的微商换成差商，从而把原问题离散化为差分格式，进而求出数值解。有限差分法可以直接将微分问题变为代数问题的近似数值解求解问题，数学概念直观，表达简单。

2. 有限差分法在在求解问题时，得到的结果精度比其他方法的更高。

3. 求解问题二时，进、喷油高压油管系统的数值模拟涉及到燃油的流动过程、喷油嘴喷油过程、高压油泵进油过程。因此，高压油管内为非定常流动，当凸轮的转速非常高，管内的压力波动很大时，同一时刻管内各点燃油的密度和压力有很大差别，我们选择变音速和变密度，在此种情况下求解使结果更为精确。

5.1.2 模型的缺点

1. 模型中为了计算简便，未考虑高压油管的弹性形变以及高压油管和燃油之间的摩擦阻力，使所得结果更理想化，忽略了一些次要影响因素，会存在一些误差。

2. 有限差分法的精度高，但是其算法的时间复杂度与所选的迭代步长关系密切，迭代次数过多时，算法运行时间过长。

六、 模型的推广

连续性方程是描述守恒量传输行为的偏微分方程。由于在各自适当条件下，质量、能量、动量、电荷等等，都是守恒量，很多种传输行为都可以用连续性方程来描述。比如，本次题目中的高压油管压力控制模型。

高压油管应用于塑胶机械、压铸机械、工程机械、海洋船舶、石油矿山、航天等液压系统的油路连接，而且高压油管在矿井支架，油田开发，自动化液压等方面为世界经济发挥更大的作用。

参考文献

- [1]谷超豪, 李大潜等. 数学物理方程 (第 3 版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2012: 47-51.
- [2]蔡梨萍. 基于 MATLAB 的柴油高压喷油过程的模拟计算[D]. 华中科技大学. 2005.
- [3]何勇玲, 赵致和, 刘建新等. 在油一气两相流状态下柴油机喷油系统中压力波传播速度的研究[J]. 内燃机学报. 1995 (04).
- [4]刘建新, 赵致和, 焦虹. 柴油机燃油系统中压力波传播速度的研究[J]. 农拖拉机. 1994 (02).
- [5]马昌凤, 林伟川. 现代数值计算方法 (MATLAB) [M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [6]白云. 高压共轨燃油系统循环喷油量波动特性研究[D]. 哈尔滨工程大学, 2017.

附件

1. 附件一

代码

%用于求解稳定在 100Mpa 时，单向阀开启时间
%pt_h 为高压油管初始压强 100Mpa，rout_h 为高压油管内初始压强 0.85mg/mm³，t0 为喷油器开始时间 0ms，t 为喷油器结束时间 2.4ms，h 为迭代步长取 0.0001。
%保守估计运行耗时为 10min。

```
function ans0=yiwen1(pt_h,rout_h,t0,t,h)
syms pt t;
format long
time=0;
for i=0:h:2.4-h
    time=time+1;
    ans1=int
(0.85*0.7*0.7*pi*sqrt(2*(160-pt)*(funE(pt_h)-pt_h-pt)/(funE(pt_h)*pt_h))*t,t,i,
i+h)-int (funV(i)*t,t,i,i+h);
    anst=solve(ans1,pt);
    rou=rout_h+anst/(500*5*5*pi);
    gx(time,size(rou))=rou(:);
end
b=gx(:,2);
c=double(b)
d=size(c);
for i=1:1:d(1)-1
    if c(i)<0.85 && c(i+1)>=0.85
        ans0=(i+1)/100;
        return
    end
end
```

%用于求解经过 2，5，10s 后，稳定在 150Mpa，单向阀应在第一问的开启时间基础上，延长开启的时间

%pt_h 为高压油管初始压强 100Mpa，rout_h 为高压油管内初始压强 0.85mg/mm³，t0 为喷油器开始时间 0ms，t 为喷油器结束时间 2.4ms，h 为迭代步长取 0.0001，zt 经过多长时间稳定在 150Mpa，kt 为第一问求得稳定在 100Mpa 时单向阀开启时间 2.379ms，pt0 为单次工作区间 100ms。

%保守估计运行耗时为 24h 左右

```
function ans0=yiwen2(pt_h,rout_h,h,zt,kt,pt0,t,t0)
syms pt t;
for j=1:1:zt*10
    for i=0:h:kt-h
        ans1=int
(0.85*0.7*0.7*pi*sqrt(2*(160-pt)*(funE(pt_h)-pt_h-pt)/(funE(pt_h)*pt_h))*t,t,i,
i+h)-int (funV(i)*t,t,i,i+h);
```

```

        anst=solve(ans1,pt);
        rou=rout_h+anst/(500*5*5*pi);
    end

cp=solve('(1531.868406+5.474444341*pt-0.0010824814*pt*pt+0.0001000378*pt*pt*pt)
/rou(2)-(pt-pt_h)/(rou(2)-rout_h)=0','pt');
    pt0=pt0+cp;
end
if pt0>=150
    ans0=kt;
    return
else
    pt_h=pt;
    rout_h=rout;
    kt=kt+h;
    yiwen03(pt_h,rout_h,h,zt,kt,pt0,t,t0);
end
%将附件1的数据放入命名为 sieta 的.Txt 文件中，并将该文件放入 matlab 的工作区中，
%等候读取数据。
%本文件用于对数据进行步长为 0.0001 的三次样条插值
load sieta_d.txt;
sj=seita0;
x=sj(:,1)';
x(end+1)=2*pi;
y=sj(:,2)';
y(end+1)=7.239;
xx=0:0.0001:2*pi;
X=interp1(x,y,xx,'spline');
%用于求解第二题中所问的凸轮的角速度
%pt_h 为高压油管初始压强 100Mpa，rout_h 为高压油管内初始压强 0.85mg/mm3%
%保守估计运行耗时为 12-14h
function ans2=erwen02(pt_h,rout_h)
syms rout pt t;
h=0.01;time1=0;
for i=0:h:2.45
    time1=time1+1;
    %fun1=int(0.85*funS(funH(t))*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+ro
ut_h)*t,t,0,2.45);
    if 0<i && i<=(0.45-h)

fun1=int(0.85*0.025*pi*(0.0592-2.5580*t+17.1876*t*t)*(2.5+0.025*(0.0592-2.5580*
t+17.1876*t*t))*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+rout_h)*t,t,i,i+h);
        elseif 0.45<i && i<(2-h)

```

```

fun1=int(0.85*funS(2)*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h)*t, t, i
, i+h);
    elseif 2<i && i<(2.45-h)

fun1=int(0.85*0.025*pi*(66.5717-42.0710*t+2.4868*t*t*t)*(2.5+0.025*(66.5717-42.
0710*t+2.4868*t*t*t))*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h)*t, t, i
, i+h);
    else

fun1=int(0.85*funS(0)*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h)*t, t, i
, i+h);
    end
    anspl=solve(fun1,pt);
    roul=rout_h+anspl/(500*5*5*pi);
    gx1(time,size(roul))=roul(:);
end
gx1;

h=0.01;time2=0;time3=0;
for j=0.01:0.03:1
    time3=time3+1;
    outhiga=j;
    for i=0:h:2.45
        time2=time2+1;
        %fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(funD(outhiga*t))-pt_h)*(rout_h*(2
*(funP(funD(outhiga*t))-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t, t, 112.0351, 247.9649);
        if 0<(i)*outhiga && (i+h)*outhiga<=180

fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(0.0057*(outhiga*t))-pt_h)*(rout_h*(2*(funP
(0.0057*(outhiga*t))-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t, t, i, i+h)+roul;
        elseif 180<(i)*outhiga && (i+h)*outhiga<=360

fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(-0.0057*(outhiga*t+1.0186))-pt_h)*(rout_h*
(2*(funP(-0.0057*(outhiga*t+1.0186)-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t, t, i, i+h)+roul;
        else

fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(0.0057*(outhiga*t))-pt_h)*(rout_h*(2*(funP
(0.0057*(outhiga*t))-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t, t, i, i*outhiga)+...

int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(-0.0057*(outhiga*t+1.0186))-pt_h)*(rout_h*(2*(f
unP(-0.0057*(outhiga*t+1.0186)-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t, t, i*outhiga, i+h)+rou
l;
    end
end

```



```

        gx2(time2,1)=fun2;
    end
    GX(time3,1)=gx2(1,1);
    GX(time3,2)=j;
end
GX(:,1)=abs(GX(:,1)-0.85);
[m,n]=find(GX==min(GX(:,1)));
ans2=GX(3,2);

%用于求解第三题中只增加一个喷油嘴时凸轮的角速度
%pt_h 为高压油管初始压强 100Mpa, rout_h 为高压油管内初始压强 0.85mg/mm3
%保守估计运行耗时为 5-7h
function ans2=sanwen1(pt_h,rout_h)
syms rout pt t;
h=0.01;time1=0;
for i=0:h:2.45
    time1=time1+1;
    %fun1=int(0.85*funS(funH(t))*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+rout_h)*t,t,0,2.45);
    if 0<i && i<=(0.45-h)

fun1=int(0.85*0.025*pi*(0.0592-2.5580*t+17.1876*t*t)*(2.5+0.025*(0.0592-2.5580*t+17.1876*t*t))*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+rout_h)*t,t,i,i+h);
        elseif 0.45<i && i<(2-h)

fun1=int(0.85*funS(2)*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+rout_h)*t,t,i,i+h);
        elseif 2<i && i<(2.45-h)

fun1=int(0.85*0.025*pi*(66.5717-42.0710*t+2.4868*t*t*t)*(2.5+0.025*(66.5717-42.0710*t+2.4868*t*t*t))*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+rout_h)*t,t,i,i+h);
        else

fun1=int(0.85*funS(0)*sqrt(2*(pt-1)*(rout_h*(pt-pt_h)))/funE(pt_h)+rout_h)*t,t,i,i+h);
        end
        anspl=solve(fun1,pt);
        roul=rout_h+anspl/(500*5*5*pi);
        gx1(time,size(roul))=roul(:);
    end
h=0.01;time2=0;time3=0;
for j=0.02:0.07:1
    time3=time3+1;

```

```

        ouble=0;
        for i=0:h:2.45
            time2=time2+1;
            %fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(funD(ouble*t))-pt_h)*(rout_h*(2
            *(funP(funD(ouble*t))-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t,t,112.0351,247.9649);
            if 0<(i)*ouble && (i+h)*ouble<=180

fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(0.0057*(ouble*t))-pt_h)*(rout_h*(2*(funP
(0.0057*(ouble*t))-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t,t,i,i+h)+roul/2;
            elseif 180<(i)*ouble && (i+h)*ouble<=360

fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(-0.0057*(ouble*t+1.0186))-pt_h)*(rout_h*
(2*(funP(-0.0057*(ouble*t+1.0186)-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t,t,i,i+h)+roul/
2;
            else

fun2=int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(0.0057*(ouble*t))-pt_h)*(rout_h*(2*(funP
(0.0057*(ouble*t))-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t,t,i,i*ouble)+...

int(0.85*pi*0.7*0.7*sqrt(2*(funP(-0.0057*(ouble*t+1.0186))-pt_h)*(rout_h*(2*(f
unP(-0.0057*(ouble*t+1.0186)-pt_h))/funE(pt_h)+rout_h))*t,t,i*ouble,i+h)+rou
l/2;
            end
            gx2(time2,1)=fun2;
        end
        GX(time3,1)=gx2(1,1);
        GX(time3,2)=j;
    end
    GX(:,1)=abs(GX(:,1)-0.85);
    [m,n]=find(GX==min(GX(:,1)));
    ans2=GX(4,2);
    %高压油泵内压强关于柱塞移动距离的函数
    function P=funP(d)
    P=156.5875*d;
    end
    %柱塞移动距离关于凸轮转动的角度的关系
    function D=funD(seita)
    if 0<seita && seita<=180
        D=0.0057*seita;
    elseif 180<seita && seita<=360
        D=-0.0057*seita+1.0186;
    end
    %凸轮的极径与极角间的关系
    function R=funR(seita)

```

```

R=6.8e-14*seita^6-7.3e-11*seita^5+2.4e-8*seita^4-0.00029*seita^2-0.0017*seita+7
.2;
end
%喷油嘴内针阀升程与时间的关系
function H=funH(t)
if 0<=t && t<0.45
    H=0.0592-2.5580*t+17.1876*t*t;
elseif 0.45<=t && t<2
    H=2;
elseif 2<t && t<2.45
    H=66.5717-42.0710*t+2.4868*t*t*t;
elseif 2.45<t && t<=100
    H=0;
end
%喷油嘴喷油时的横截面积与针阀升程的关系
function S=funS(h)
S=0.025*pi*h*(2.5+0.025*h);
end
%第一问中给出的喷油嘴的喷油速率与时间的关系
function V=funV(t)
if 0<=t && t<0.2
    V=100*t;
elseif 0.2<=t && t<2.2
    V=20;
elseif 2.2<=t && t<2.4
    V=-100*t+240;
else
    V=0;
end
%根据附件三的数据进行拟合后，得到的弹性模量与压强之间的关系
function E=funE(p)
E=1531.868406+5.474444341*p-0.0010824814*p*p+0.0001000378*p*p*p;
end

```

2. 附件二

1. 图及表格

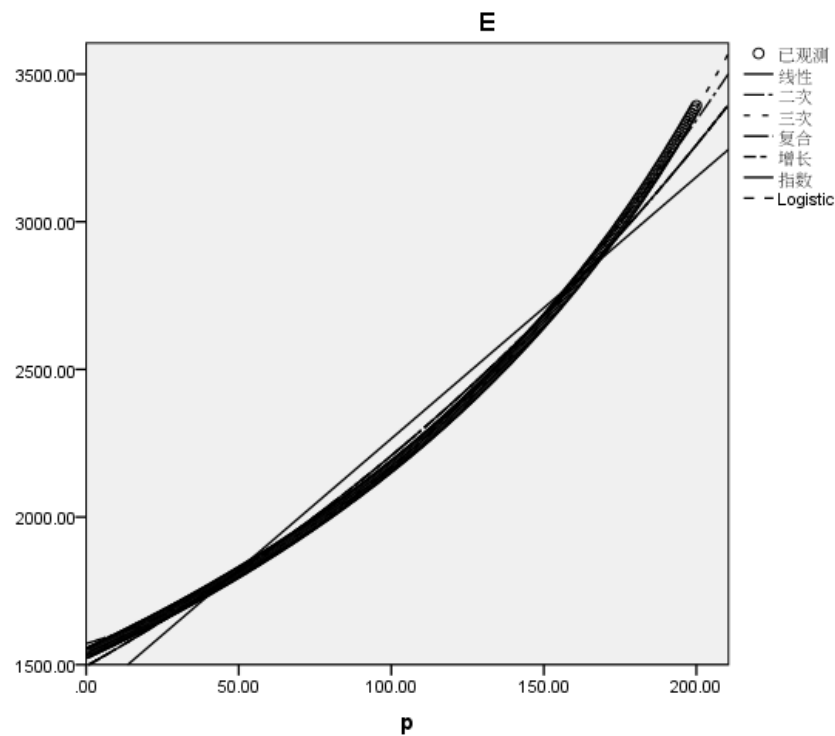


图 1 E-P 模型拟合曲线汇总图

表 1 E-P 模型汇总和参数估计值表

模型汇总和参数估计值									
因变量: E									
方程	模型汇总					参数估计值			
	R 方	F	df1	df2	Sig.	常数	b1	b2	b3
线性	.9713773798	13541.023560263 7	1.0000000000	399.0000000000	0E-10	1379.2070793166	8.8623032717		
对数 ^a		
倒数 ^b		
二次	.9991159217	224894.19488128 96	2.0000000000	398.0000000000	0E-10	1571.5838936602	3.0765344192	.0289288443	
三次	.9999730942	4918269.9573306 140	3.0000000000	397.0000000000	0E-10	1531.8684058488	5.4744443413	-.0010824814	.0001000378
复合	.9954522352	87336.407014464 2	1.0000000000	399.0000000000	0E-10	1494.9979264409	1.0039060849		
幂 ^a		
S ^b		
增长	.9954522352	87336.407014464 2	1.0000000000	399.0000000000	0E-10	7.3098800988	.0038984759		
指数	.9954522352	87336.407014464 2	1.0000000000	399.0000000000	0E-10	1494.9979264409	.0038984759		
Logistic	.9954522352	87336.407014460 0	1.0000000000	399.0000000000	0E-10	.0006688972	.9961091133		

自变量为 p。

a. 自变量 (p) 包含非正数值。 最小值为 .00。无法计算对数模型和幂模型。

b. 自变量 (p) 包含零值。 无法计算倒数模型和 S 模型。

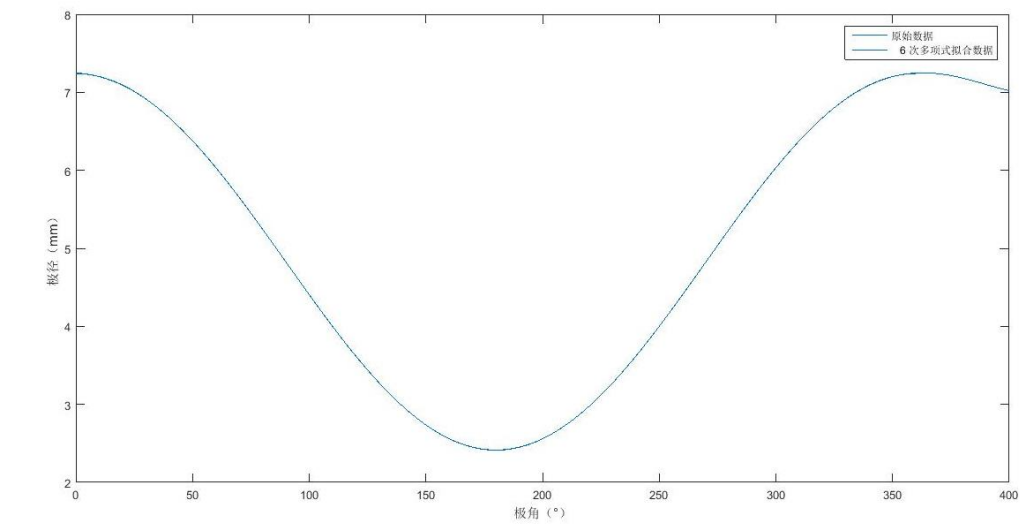


图 2 凸轮极角与极径拟合关系图

表 2 极角-极径模型汇总和参数估计值

模型汇总和参数估计值

因变量: VAR00002

方程	模型汇总					参数估计值			
	R 方	F	df1	df2	Sig.	常数	b1	b2	b3
线性	.8550518438	247.7587736988	1.0000000000	42.0000000000	0E-10	-.4581380257	4.8326218078		
对数 ^a		
倒数 ^b		
二次	.9943585127	3613.2935311247	2.0000000000	41.0000000000	0E-10	.0592079836	-2.5580354679	17.1875750599	
三次	.9944910184	2406.9567085360	3.0000000000	40.0000000000	0E-10	.0768407074	-3.0803542470	20.2594781555	-4.7626404583
复合 ^c		
幂 ^{a,c}		
S ^{b,c}		
增长 ^c		
指数 ^c		
Logistic ^c		

自变量为 VAR00001。

a. 自变量 (VAR00001) 包含非正数值。 最小值为 0E-7。无法计算对数模型和幂模型。

b. 自变量 (VAR00001) 包含零值。 无法计算倒数模型和 S 模型。

c. 因变量 (VAR00002) 包含非正数值。 最小值为 0E-7。无法应用对数变换。 无法为此变量计算复合模型、幂模型、S 模型、增长模型、指数模型和对数模型。

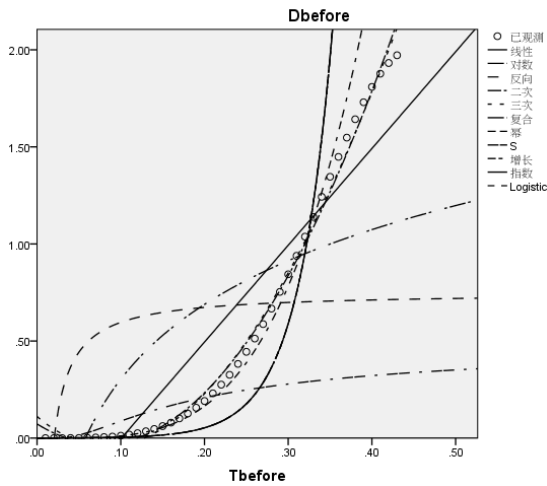


图 3 针阀升程与时间关系图

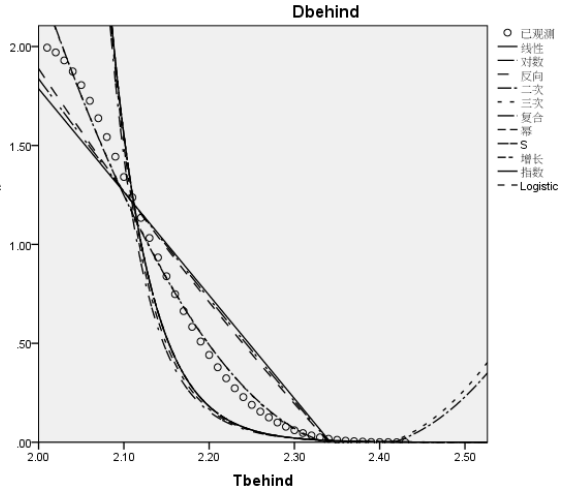


图 4 针阀升程与时间关系图

表 3 针阀升程与时间模型汇总和参数估计值

因变量: Dbehind

方程	模型汇总					参数估计值			
	R 方	F	df1	df2	Sig.	常数	b1	b2	b3
线性	.881092	303.8049	1.000000	41.00000	0E-10	12.22584	-5.21956		
	.2013	704288.	.0000.	.00000.		92610.	90305.		
对数	.896193	353.9653	1.000000	41.00000	0E-10	9.919646	-11.6607		
	.4202	295929.	.0000.	.00000.		7842.	231228.		
倒数	.910201	415.5785	1.000000	41.00000	0E-10	-11.0946	25.96588		
	.6560	758658.	.0000.	.00000.		920387.	17810.		
二次	.992199	2544.001	2.000000	40.00000	0E-10	94.33467	-79.4233	16.71256	
	.6912	0578220.	.0000.	.00000.		54327.	525034.	38452.	
三次	.992635	2695.839	2.000000	40.00000	0E-10	67.13372	-42.4588		2.513978
	.7945	4632560.	.0000.	.00000.		38215.	843941.	0E-10	7188.
复合	.835688	208.5256	1.000000	41.00000	0E-10	61586011			
	.2562	823981.	.0000.	.00000.		22366892	5E-10		
幂	.818530	184.9331	1.000000	41.00000	0E-10	4000.000			
	.4323	992657.	.0000.	.00000.		0000000.			
S	.800739	164.7612	1.000000	41.00000	0E-10	22690051			
	.9251	394916.	.0000.	.00000.		645350.			
增长	.835688	208.5256	1.000000	41.00000	0E-10	45.56696	-21.4888		
	.2562	823981.	.0000.	.00000.		64281.	647809.		
指数	.835688	208.5256	1.000000	41.00000	0E-10	61586011			
	.2562	823981.	.0000.	.00000.		22366892	-21.4888		
Logistic	.835688	208.5256	1.000000	41.00000	0E-10	4000.000	647809.		
	.2562	823981.	.0000.	.00000.		0000000.			
Logistic	.835688	208.5256	1.000000	41.00000	0E-10	21502818			
	.2562	823981.	.0000.	.00000.		0E-10	87.47936		
						77000.			

自变量为 Tbehind